

Table des matières

Académie des sciences	V
Rapport Science et Technologie	V
Composition du Comité RST	VII
Avant-Propos	XI
Composition du groupe de travail	XV
Introduction	1

Partie I – Physique

Chapitre 1 – Mathématiques et physique	9
<i>Roger Balian et Jean Zinn-Justin</i>	
1. Des relations étroites, multiformes et fécondes	11
1.1. Omniprésence des mathématiques en physique	11
1.1.1. Les mathématiques, langage de la physique	11
1.1.2. Les mathématiques, outil quotidien du théoricien	12
1.1.3. L'informatique	13
1.3. Vérité physique et vérité mathématique	18
1.4. Pourquoi mathématiques et physique sont-elles si proches ? ..	19
1.5. Une discipline charnière, la physique mathématique	21
1.6. Pluralité ou unité ?	23
2. Un exemple d'interactions foisonnantes : la théorie quantique des champs	27
2.1. Avatars de la théorie des champs	27
2.1.1. Champs classiques	27
2.1.2. Quantification des champs	28
2.1.3. Champs fluctuants	29
2.1.4. Unification par les mathématiques	30

XX LES MATHÉMATIQUES DANS LE MONDE SCIENTIFIQUE CONTEMPORAIN

2.2. Difficultés mathématiques de la théorie des interactions fondamentales	31
2.2.1. Les intégrales de chemin	31
2.2.2. La renormalisation	33
2.2.3. Progrès en physique mathématique.....	34
2.2.4. Les champs de jauge	35
2.3. L'éclairage apporté par la physique macroscopique	36
2.4. Aujourd'hui : une forte convergence des recherches	38
3. Renforcer les interactions	40
3.1. Le dialogue entre mathématiques et physique, enjeu majeur de l'enseignement secondaire	40
3.1.1. Mettre les spécificités en évidence.....	40
3.1.2. Faire dialoguer les enseignements	42
3.2. De la physique pour les futurs mathématiciens, et inversement	42
3.3. La place des probabilités	44
3.4. Physique, mathématique et calcul	46
3.4.1. Limitations du calcul	46
3.4.2. « Modélisation », un mot ambigu	47
3.5. Des contacts directs.....	48
3.6. Créer des interactions tripartites	49
3.6.1. Transferts de mathématiques depuis la physique vers d'autres sciences	49
3.6.2. Physique, mathématique et mécanique	50
3.6.3. Une véritable multidisciplinarité	51
Chapitre 2 – Astronomie et mathématiques : des relations toujours aussi fertiles	53
<i>Albert Bijaoui</i>	
1. Les mathématiques pour interpréter	55
1.1. La géométrie et l'Univers	55
1.2. Le chaos cosmique	56
1.3. L'émergence du non-linéaire	56
1.4. La modélisation et la simulation numériques	57

Table des matières **XXI**

2. Les mathématiques pour analyser	58
2.1. L'analyse statistique	58
2.2. Le traitement du signal	58
2.3. L'analyse des images	59
Conclusion	60

Partie II – Chimie

Chapitre 3 – Mathématiques et sciences chimiques	67
<i>Mireille Defranceschi, Denis Gratias, Hervé Toulhoat et Christian Vidal</i>	
1. Mathématiques et physicochimie quantique	70
1.1. La modélisation moléculaire	70
1.2. Les enjeux industriels de la modélisation moléculaire	75
2. Ordre géométrique dans les solides	81
2.1. Notions de symétries cristallines	85
2.2. Propagation de l'ordre géométrique	87
3. Mathématiques, rythmes et formes de la chimie	90
3.1. Chaos déterministe	90
3.2. Morphogenèse chimique	93
3.3. Objet fractal	96

Partie III – Sciences de la vie

Chapitre 4 – Le rôle des mathématiques dans les sciences biologiques et médicales	103
<i>Pierre Auger, Jacques Demongeot, Jim Murray et Michel Thellier</i>	
Introduction	105
1. Thématiques biomédicales et méthodes mathématiques concernées	107
1.1. Inventaire des thématiques et des méthodes utilisées	107
1.2. Un exemple d'approche théorique déjà largement utilisée en biologie : les systèmes dynamiques et la notion d'attracteur	110
1.3. Un exemple d'approche théorique encore peu utilisée en biologie, mais qui paraît susceptible d'applications très diverses : les formulations « discrètes »	113
2. Nature des équipes impliquées	115

XXII LES MATHÉMATIQUES DANS LE MONDE SCIENTIFIQUE CONTEMPORAIN —

3. Quelques réflexions conjoncturelles	116
4. Morphogenèse et acquisition des motifs	117
4.1. Détermination du sexe et survie chez les crocodiliens	117
4.2. Psoriasis et monoxyde d'azote.....	117
4.3. Cicatrisation des blessures	119
4.4. Traitement des cancers par une chimiothérapie en deux temps	120
4.5. Croissance des tumeurs du cerveau : amélioration des techniques d'imagerie et mise en évidence de la mauvaise adéquation des traitements classiques	121
5. Dynamique de processus biologiques, prise en compte du bruit, synchronisation.....	124
5.2. Capteurs biologiques et rôle éventuel de la « résonance stochastique ».....	125
5.3. Réseaux dynamiques.....	125
5.4. Synchronisation/désynchronisation	126
5.5. Rythmes endogènes	126
5.6. Existence de rythmes induits : l'exemple des oscillations électriques lithium-dépendantes de la peau de la grenouille.....	127
6. Modélisation du génome et de son expression : le rôle de la bio-informatique.....	128
6.1. Stockage de données génomiques	128
6.2. Localisation et structure des protéines.....	130
6.3. Fonction des protéines	130
6.4. Étude des séquences dans une double perspective de génomique comparative et évolutive.....	131
6.5. Étude de l'expression	131
6.6. Étude des interactions géniques	131
7. Utilisation des mathématiques en écologie et dans les sciences de l'environnement	133
7.1. Modèles « individu-centrés »	134
7.2. Systèmes dynamiques non linéaires	134
7.3. Réduction de la complexité	135
7.4. Champs de recherche en écologie et dans les sciences de l'environnement	137
Conclusion	138

Chapitre 5 – Mathématiques, biologie et médecine	143
<i>Jean-Pierre Françoise</i>	
1. Quelques influences de la biologie sur les mathématiques	145
1.1. L'influence fondamentale de la biologie sur les statistiques....	145
1.2. L'influence de la biologie sur les systèmes dynamiques	145
1.3. L'influence de la biologie sur les équations aux dérivées partielles et les équations fonctionnelles	146
2. Équations de réaction-diffusion	146
3. Imagerie biomédicale	149
3.1. Tomographie axiale et la RMN.....	149
3.2. Tomographie TEP	150
3.3. Détection des contours et imagerie biomédicale	150
3.4. Imagerie des <i>bioarrays</i>	150
3.5. Imagerie cérébrale	152
4. Mathématiques et physiologie	152
4.1. Réseaux de neurones	154
4.2. Système immunitaire	155
5. Impact des mathématiques sur l'écologie et sur la biologie de l'évolution	155
5.1. Épidémiologie et maladies contagieuses	156
5.2. Logique cinétique et réseaux de régulation génétique.....	156
5.3. Recommandations en terme de politique scientifique	157
 Chapitre 6 – Modèles mathématiques en biologie et en écologie	163
<i>Régis Ferrière</i>	
1. Irrésistibles mathématiques	165
2. Le triomphe des modèles non linéaires	166
3. Vers une autre biologie ? Vers de nouvelles mathématiques ?	168
4. Écologie mathématique	170
4.1. Coexistence des espèces, dans le temps et dans l'espace	170
4.2. Des interactions écologiques à l'origine des espèces	171
4.3. Vers de nouvelles mathématiques	172

XXIV LES MATHÉMATIQUES DANS LE MONDE SCIENTIFIQUE CONTEMPORAIN —**Chapitre 7 – Les liens entre mathématiques et neurosciences ..175***Alain Berthoz*

Introduction	177
1. Première partie	179
1.1. Les équations de l'influx nerveux	180
1.2. Représentation par ondelettes et géométrie	180
1.3. Géométrie et dynamique des champs récepteurs	182
1.4. Réseaux de neurones	182
1.5. Géométrie de l'architecture fonctionnelle du cortex visuel (cas de V1).....	183
1.6. Réseaux de neurones, problèmes inverses et statistique	184
1.7. Analyse bayésienne	185
1.8. Traitement d'images et équations aux dérivées partielles (EDP)	185
1.9. Traitement d'image et modèles variationnels	186
1.10. Réseaux d'oscillateurs, binding et labeling hypothesis	187
1.11. Imagerie	188
2. Deuxième partie	188
2.1. D'Euclide à Poincaré et Einstein	189
2.2. Ontogenèse de la géométrie chez l'enfant	192
2.3. La perception des objets	194
La théorie des géons	195
2.4. La géométrie et le contrôle du geste et de la posture	197
2.5. L'espace du vivant et les neurosciences : en guise de conclusion pour cette partie	201
3. Troisième partie	204
3.1. Quelques éléments de prospective	204
3.2. Modèles logicosymboliques et algorithmiques.	206
3.3. Vers des modèles intégrés	208
3.4. Du savoir savant au savoir enseigné	209

Partie IV – Mathématiques et informatique**Chapitre 8 – Mathématiques et informatique**215*Gérard Huet et Philippe Flajolet*

1. Contexte historique	217
1.1. Algorithmique	218
1.2. Logique	219

Table des matières **XXV**

2. Algorithmique	220
2.1. Bases	220
2.2. Présent et futur	222
3. Logique et programmation	224
4. Quelques domaines-frontières	227
4.1. Mathématiques expérimentales	227
4.2. Calcul formel et mathématiques constructives	228
4.3. Mathématiques discrètes	229
4.4. Langages, mots, automates, circuits	231
4.5. Sémantique, preuves, vérification	233
4.6. Linguistique et sciences cognitives	234
4.7. Autres domaines d'interaction – Synthèse	235
Conclusion	236

Partie V – Économie

Chapitre 9 – La modélisation mathématique en économie	241
<i>Ivar Ekeland et Elyès Jouini</i>	
1. Le modèle microéconomique	243
2. Le modèle est-il vrai ?	247
3. Peut-on aller plus loin ?	250
4. Le passage à la macroéconomie	251
5. La théorie peut-elle conduire à des éléments opérationnels et quantifiables ?	255
6. En conclusion	255

Partie VI – Mathématiques et société

Chapitre 10 – De nouveaux champs d'action pour les mathématiques dans la société	263
<i>Jean-Pierre Bourguignon</i>	
1. Échelles, analyse et synthèse	265
2. Opposition entre recherche académique et développement par les ingénieurs	266
3. Situation des mathématiques	267
4. Le nouveau contexte	268
4.1. Rythme et fondements des changements technologiques	269

XXVI LES MATHÉMATIQUES DANS LE MONDE SCIENTIFIQUE CONTEMPORAIN —

4.2. Nouvelles possibilités de modélisation : rôles respectifs des ordinateurs et des mathématiques.....	270
4.3. Structures portant l'innovation	272
5. Un nouveau schéma	273
5.1. Courts-circuits	273
5.2. Émergence de cycles intégrant analyse et applications.....	275
6. Obstacles et autres handicaps	276
6.1. Hiatus culturels	277
6.2. Inadaptation générale de l'évaluation.....	278
7. Quelques perspectives d'action	279
7.1. Formation	279
7.2. Structures de recherche	279
7.3. Changements de culture	280
Recommandations	283
Recommandations	289
Groupe de lecture critique	295
Composition du groupe de lecture critique.....	297
Commentaire de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire	299
Commentaire de l'Inria	303
Commentaire de l'Inspection générale de l'Éducation nationale	305
Commentaire du ministère délégué à la Recherche	
Commentaire du Commissariat à l'énergie atomique	313
Commentaire de la Société mathématique de France	315
Commentaires de l'Union des professeurs de spéciales	317
Présentation à l'Académie des sciences	321
<i>Alain Connes</i>	
Commentaires d'Olivier Pironneau : Mathématiques et Sciences physiques.....	329