



INSTITUT DE FRANCE
Académie des sciences

Séance solennelle de l'Académie des sciences / 17 juin 2008
Réception sous la coupole de l'Institut de France des Membres élus en 2007

La rencontre des mathématiques et des sciences de l'atmosphère et des océans
Roger Temam

Je suis très heureux et très honoré d'avoir été élu à l'Académie des Sciences. C'est un honneur dont je suis pleinement conscient et je vous en remercie. Je me réjouis de pouvoir travailler dans le cadre de l'Académie et vous remercie de l'occasion qui m'est ainsi offerte d'interagir avec d'éminents scientifiques de disciplines autres que la mienne.

L'interaction des mathématiques avec d'autres disciplines est un sujet qui m'a toujours intéressé, et je voudrais précisément faire quelques remarques sur l'interaction des mathématiques avec les sciences de l'atmosphère et des océans.

Après avoir contribué à la conception des premiers ordinateurs, le mathématicien John von Neumann s'est demandé quelle utilisation il pouvait faire de la puissance de calcul qu'il venait de créer; deux applications en particulier ont alors retenu son attention. En premier lieu, il a effectué des simulations en mécanique des fluides classiques, posant ainsi les premières bases de ce que l'on appelle à présent la mécanique des fluides numérique. Cette nouvelle approche de la mécanique des fluides fait l'objet maintenant d'applications majeures allant de la biomécanique à l'aéronautique et à l'espace ; elle est développée en particulier en France par Marcel Lesieur pour des applications au problème difficile de la turbulence. La seconde utilisation de l'ordinateur considérée par von Neumann est le calcul des écoulements géophysiques pour les sciences de l'atmosphère. Avec son collaborateur Jules Charney il a, dans les années 50, initialisé l'approche moderne pour les sciences de l'atmosphère, approche qui consiste à intégrer les équations hydrodynamiques du mouvement. De nombreuses publications attestent du rôle important joué par l'ordinateur construit à Princeton par von Neumann pour le développement moderne des sciences de l'atmosphère.

Dès le début, des interactions étroites sont ainsi apparues entre les mathématiques et les sciences atmosphériques. Néanmoins, après ce début prometteur, les deux disciplines s'éloignent l'une de l'autre. D'une part les sciences de l'atmosphère et de l'océan ressentent

le besoin de mieux comprendre les phénomènes physiques en jeu et de construire des modèles plus riches que les premiers modèles géostrophiques et quasi-géostrophiques étudiés par von Neumann et Charney. D'autre part ils éprouvent le besoin d'observer les phénomènes et d'accumuler des données expérimentales en quantités suffisantes, ce qui les conduit à s'investir dans les aspects expérimentaux qui nécessitent des équipements lourds.

De leur côté les mathématiciens s'éloignent de ce sujet car ils éprouvent le besoin de concevoir, en priorité, des méthodes numériques plus performantes pour la résolution d'équations aux dérivées partielles plus simples ou pour la résolution des très grands systèmes linéaires communs à la statistique et à de nombreuses sciences. C'est ainsi que se développe l'analyse numérique qui bénéficie en France de l'impulsion essentielle de Jacques-Louis Lions et de Robert Dautray, et de l'environnement scientifique préalable créé par Jean Leray et Laurent Schwartz.

J'ai ainsi eu la chance, dans mes recherches, de me trouver au cœur d'une discipline nouvelle en cours de développement. Mes travaux à l'interface de l'analyse mathématique et du calcul scientifique se sont concentrés sur des problèmes non linéaires issus de la physique et de la mécanique, avec un intérêt récurrent pour la mécanique des fluides. Ces travaux ont porté sur le développement de méthodes numériques pour les équations de la mécanique des fluides, et sur le plan plus théorique sur l'étude de différents phénomènes ondulatoires. Un thème de recherche particulièrement motivant a été l'étude de la fusion thermonucléaire dans la machine Tokamak, étude que j'avais entreprise dans les années 70, au moment où le Tokamak de Fontenay aux Roses était le plus grand au monde. On sait que la fusion thermonucléaire est l'une des voies par lesquelles on espère obtenir une énergie propre et abondante, dans un avenir qui semble certes lointain pour ce qui est des aspects industriels. Après le Tokamak Européen JET construit en Grande Bretagne, le Tokamak revient en France dans le cadre du projet mondial ITER. Je ne suis pas moi-même impliqué dans les recherches pour le Tokamak ITER, mais un de mes anciens étudiants effectue un travail postdoctoral sur le sujet et j'ai mis à sa disposition ceux de mes travaux qui étaient encore d'actualité.

Revenant aux sciences de l'atmosphère et des océans, les hasards de la recherche amènent vers moi à la fin des années 80 un chercheur postdoctoral, S. Wang, qui avait de solides connaissances mathématiques et également une bonne connaissance des équations de l'atmosphère et des océans. Avec en outre le concours de Jacques-Louis Lions, Shouhong Wang et moi-même avons alors contribué à une nouvelle rencontre des mathématiques et des sciences de l'atmosphère et des océans. Après nos travaux initiaux au début des années 90, de nombreux mathématiciens se sont investis dans ces questions, en particulier en France.

Pour être un peu plus explicite sur les contributions que peuvent faire des mathématiciens je terminerai en mentionnant un de mes projets actuels, celui des conditions aux limites.

Les équations qui gouvernent les écoulements géophysiques sont des équations d'ondes non linéaires semblables, mais en plus compliquées, à celles régissant les vibrations d'une corde de violon ou les vibrations de l'air dans un instrument de musique à vent. Ces équations doivent être accompagnées de conditions aux limites soit, en reprenant l'analogie musicale, des relations qui expriment la différence mathématique entre l'extrémité fixée d'une corde de

violon et l'embouchure ouverte d'un instrument de musique à vent. Des simulations importantes portent sur des régions limitées, telles la prévision locale du temps, l'étude d'un estuaire, le calcul de la trajectoire d'un ouragan ou des recherches sur la désertification déjà initialisées par Charney avec les moyens dont il disposait à l'époque. De telles prévisions sont effectuées dans des régions limitées choisies en fonction des objectifs et des moyens dont on dispose. La frontière du domaine de calcul qui est ainsi déterminée par des considérations pratiques n'a pas de signification physique et les conditions aux limites ne peuvent être prescrites par application de lois physiques ; on espère que des études mathématiques ou numériques pourront aider à surmonter cette difficulté. Ce problème des conditions aux limites avait déjà été considéré par von Neumann et Charney et les solutions qu'ils ont proposées eux-mêmes et d'autres après eux étaient acceptables en ce sens qu'elles introduisaient des erreurs comparables aux erreurs inhérentes aux modèles. Les spécialistes pensent que grâce à l'augmentation de la puissance des ordinateurs dans les prochaines années, en vitesse de calcul et en capacité mémoire, des simulations plus fines pourront être faites et les conditions aux limites qui sont actuellement utilisées introduiraient alors des erreurs qui ne seraient plus compatibles avec la qualité du modèle, ce qui justifie ce projet à la fois théorique et numérique.

En raison des enjeux économiques et humains considérables, les sciences de l'atmosphère et des océans vont continuer à se développer dans les prochaines années en s'ouvrant sur de nouveaux domaines dont on commence à peine à comprendre l'importance, la chimie, les sols, la biosphère. Les mathématiciens s'intéressent à ces problèmes et la demande semble réciproque. On peut donc penser que cette nouvelle rencontre des mathématiques avec les sciences de l'atmosphère et des océans sera durable et de plus en plus féconde.