



INSTITUT DE FRANCE
Académie des sciences

Séance solennelle de l'Académie des sciences / 16 juin 2009
Réception des nouveaux Membres sous la coupole de l'Institut de France

Deux siècles et demi de mécanique des fluides et de turbulence
Uriel Frisch

De nombreuses personnes, confondant sans doute notre Compagnie avec l'Académie Française, m'ont demandé ces derniers mois de qui j'allais occuper le fauteuil.

J'avoue que je n'ai pu m'empêcher de penser à quelques-uns de nos illustres prédécesseurs, de Jean le Rond d'Alembert à Jean Leray qui pendant plus d'un quart de millénaire, ont fait avancer l'étude de la mécanique des fluides, puis celle des écoulements turbulents.

D'Alembert, donc, écrit en premier des équations aux dérivées partielles pour le mouvement des fluides et en particulier la condition d'incompressibilité, suivi peu de temps après par Euler qui nous présente les équations de la mécanique des fluides en toute généralité en appréhendant le rôle crucial de la pression comme agent moteur interne appliqué à chaque élément du fluide. Voici donc que naît ce qu'il faut bien appeler la première théorie non linéaire de champ et cela bien avant les théories linéaires comme la propagation de la chaleur ou l'électromagnétisme de Maxwell, à l'heure actuelle bien mieux comprises que la mécanique des fluides. Toutefois, cette dernière est liée à notre perception immédiate du monde; elle a entre autres pour objet les mouvements de l'eau, un des quatre éléments d'Empédocle. Théorie non linéaire mais aussi non locale par le truchement de la pression et de son action à distance, du moins pour les écoulements incompressibles qui régissent les mouvements de vitesses très inférieures à celle du son. Pour ces derniers, Lagrange nous montre comment formuler la dynamique avec le principe variationnel de moindre action. En langage moderne, les solutions des équations d'Euler sont des géodésiques dans l'espace de dimension infinie de toutes les transformations qui conservent les volumes.

Je sens que je vous ai un peu terrorisés, mais c'est voulu : une récente conférence internationale sur les équations d'Euler que j'ai organisée avec René Moreau et d'autres, sous l'égide de notre Compagnie, nous a montré qu'il reste beaucoup de mystères ; on ne sait même pas si le problème est bien posé pour tout temps avec des conditions initiales très régulières ou si les solutions voient leur tourbillon exploser au bout d'un temps fini.

Comme vous le savez sans doute, nos grands savants du XVIIIe siècle ignoraient le frottement visqueux intérieur qui ne fut compris qu'au XIXe grâce à Navier, Cauchy, Poisson, Saint-Venant, Stokes et bien d'autres. Jean Leray, auquel je dois beaucoup, s'attaque vers 1930 au formidable problème du caractère bien posé pour tout temps des équations de Navier-Stokes. Il établit le résultat pour le cas bidimensionnel - ce dernier intéresse beaucoup les spécialistes de l'atmosphère et des océans - mais le cas tridimensionnel lui résiste et résiste encore, sans doute parce que les écoulements s'arrangent pour réduire leur degré effectif de non linéarité, un phénomène que révèlent les simulations numériques à très haute résolution mais que les mathématiques actuelles ne savent pas encore appréhender.

Leray envisage un moment d'expliquer la turbulence, c'est-à-dire le caractère peu prévisible des écoulements à grand nombre de Reynolds - un nombre sans dimension qui mesure l'importance des effets non linéaires par rapport aux effets visqueux - en faisant intervenir d'hypothétiques singularités apparaissant au bout d'un temps fini. Les travaux des dernières décennies préfèrent des explications fondées sur la croissance exponentielle de très légères modifications des conditions initiales, phénomène entrevu par Poincaré et Hadamard.

Déjà Lord Kelvin comprend qu'une description probabiliste de la turbulence s'impose. La théorie que Kolmogorov propose au début des années quarante est fondée sur l'invariance d'échelle des équations d'Euler: la turbulence développée, c'est-à-dire aux très grands nombres de Reynolds, serait alors une sorte de mouvement brownien fractionnaire dont les incréments de vitesse varient comme la racine cubique de l'incrément spatial. Cette théorie, en assez bon accord avec les données expérimentales et maintenant de simulation, ignore le phénomène d'intermittence qui brise l'invariance d'échelle. De nombreuses tentatives - commençant par Kolmogorov lui-même - sont faites pour remplacer la description invariante d'échelle par une description fractale ou multifractale.

Pour d'innombrables applications pratiques, par exemple la réduction de la traînée visqueuse et partant de la consommation de carburant des automobiles et des avions, la modélisation semi empirique de la turbulence reste indispensable. Boussinesq en est le pionnier dès 1877 en proposant une formule pour la viscosité turbulente, un concept qui se rattache aux travaux modernes sur l'homogénéisation et les descriptions multi échelle.

Comprendre la turbulence reste un défi majeur, peut être aussi difficile que de comprendre l'apparition de la vie; mais comme vous le savez, cela ne nous empêche pas de soigner le malade. En turbulence, le progrès vient largement de la confrontation avec des problèmes pratiques et, surtout, l'expérimentation demeure un moteur essentiel sans lequel nous nous épuiserions à explorer la complexité parfois byzantine du non linéaire.