INSTITUT DE FRANCE
Académie des sciences

Royaume du Maroc
Académie Hassan II

MADEV 17

Rabat, Maroc, 16-19 octobre 2017

Posters de la session *Mathématiques appliquées et économie*

I. Agmour, M. Bentounsi, N. Achtaich & Y. El Foutayeni - A generalized Nash equilibrium problem for a bioeconomic model of fishing

K. Namir, I. M'Rhaouarh & A. Namir - Contribution à la meilleure décision instantanée de la gestion des stocks.

P.-J. Cottalorda, G. Giraud, A. Nguyen-Huu & C. Renouard - Integrating a relational index into a macroeconomic growth model : axiomatization and modelling.

A generalized Nash equilibrium problem for a bioeconomic model of fishing

I. AGMOUR, M. BENTOUNSI, N. ACHTAICH and Y. EL FOUTAYENI

agmour.imane@gmail.com

Laboratory Analyse, Modelization and Simulation, University Hassan II of Casablanca

Introduction

In this work we propose to define and study a bio-economic equilibrium model for several fishermen who catch several species taking into consideration the fact that the prices of fish populations vary according to the quantity harvested. The main purpose of this work is to determine the fishing effort that maximizes the profit of each fisherman, but all of them have to respect two constraints: the sustainable management of the resources and the preservation of the biodiversity.

Problematic

Biological model

$$\frac{dB_j}{dt} = r_j B_j\left(1-\frac{B_j}{K_j}\right) - \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{m} c_{jk} B_j B_k$$

Bioeconomic model

$$\frac{dB_j}{dt} = r_j B_j\left(1-\frac{B_j}{K_j}\right) - \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{m} c_{jk} B_j B_k - C_j$$

Identification of parameters

B_j: Biomass of species j.
r_j: The intrinsic growth rates of species j.
K_j: Carrying capacities for specie j.
c_{jk}: The coefficients of competition between species k and species j.

The fishing effort that maximizes the profit of each fisherman?

Identification of parameters

C_j: The total catches of species j by all fisherman.
With $C_j = E_j q_j B_j$
E_j: The fishing efforts to exploit a species j.
q_j The catchability coefficients of species j.

Generalized Nash equilibrium problem

$$\begin{cases} \max \pi_i(E^i) = \left\langle E^i, -P_0 qAE^i + P_0 qB^* - c^i - \sum\limits_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} P_0 qAE^j \right\rangle + \sum\limits_{k=1}^{m} a_k \\ sc: \qquad AE^i \leq B^* - \sum\limits_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} AE^j \\ \qquad\qquad E^i \geq 0,\ (E^j)_{1\leq j\neq i\leq n} \text{ are given.} \end{cases}$$

The essential conditions of Karush-Kuhn-Tucker applied to GNEP

$$\begin{cases} 2P_0 qAE^i + c^i - P_0 qB^* + \sum\limits_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} P_0 qAE^j - u^i + A^T \lambda^i = 0 \\ AE^i + v^i = B^* - \sum\limits_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} AE^j \\ \langle u^i, E^i \rangle = \langle \lambda^i, v^i \rangle = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^1 = 2P_0 qAE^1 + \sum\limits_{j=2}^{n} P_0 qAE^j + c^1 - P_0 qB^* \\ \vdots \\ \vdots \\ u^n = 2P_0 qAE^n + \sum\limits_{j=1}^{n-1} P_0 qAE^j + c^n - P_0 qB^* \\ v = B^* - AE^1 - \cdots - AE^n \\ \langle u^i, E^i \rangle = \langle \lambda^i, v^i \rangle = 0 \qquad \forall i = 1,\ldots,n \\ u^i, E^i, v \geq 0 \qquad \forall i = 1,\ldots,n \end{cases}$$

LCP

Find vectors $z, w \in IR^{(n+1)m}$ such that:

$$\begin{cases} w = Mz + b \geq 0 \\ z, w \geq 0 \\ z^T w = 0 \end{cases}$$

with $w = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ \vdots \\ u^n \\ v \end{pmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} 2P_0qA & P_0qA & \ldots & P_0qA & A^T \\ P_0qA & 2P_0qA & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & P_0qA & \vdots \\ P_0qA & \ldots & P_0qA & 2P_0qA & \vdots \\ -A & \ldots & \ldots & -A & 0 \end{bmatrix}$, $z = \begin{pmatrix} E^1 \\ E^2 \\ \vdots \\ E^n \\ 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} c^1 - P_0qB^* \\ c^2 - P_0qB^* \\ \vdots \\ c^n - P_0qB^* \\ 0 \end{bmatrix}$

Results and discussions

Solution of LCP

The solution of the linear complementarity problem ***LCP(M,b)*** is the vector

$$z^* = (E_1^*, \ldots, E_n^*, 0)^T$$

Solution of ENG

The solution of the generalized Nash equilibrium problem is the point $(E_1^*, \ldots, E_n^*)^T$

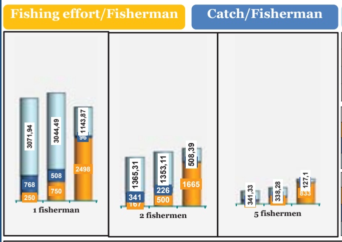
The fishing effort that maximizes the profit of each fisherman is

$$E_i^* = \frac{1}{n+1} A^{-1}\left(B^* - \frac{c^i}{P_0 q}\right)$$

Now we will see the influence of the number of fishermen on fishing effort, the catch levels and on the profit; to do so, we consider three situations :
In the first one we consider only one fisherman who catches the three marine species, to maximize the profit of this fisherman constrained by the conservation of the biodiversity of the three marine species, he must catch 137, 13, in this case his profit is equal to 7260, 31 (Figure1).
In the second one we consider two fishermen who catch the three marine species, to maximize the profit, each fisherman must catch 060, 96, in this case the profit of each fisherman is equal to 3226, 80, this situation reduces the catch of each fisherman by 44, 45% and reduces the profit of each fisherman by 44, 44% (Figure1).
In the third situation we consider five fishermen who catch the three marine species, to maximize the profit, each fisherman must catch 015, 25, in this case the profit of each fisherman is equal to 0806, 70, this situation reduces the catch of each fisherman by 11, 12% and reduces the profit of each fisherman by 11, 11% (Figure1).
On the contrary, since the number of fishermen is increasing, the total effort to catch the three species is increasing, but the total catch is decreasing and the total profit is decreasing as shown in Figure 2.

The influence of the number of fishermen on

Fishing effort/Fisherman | Catch/Fisherman | Profit/Fisherman



1 fisherman			
250	750	2439,8	3898
768	507,5	95,9	1371,3
3071,94	3044,49	1143,87	7260,31

2 fishermen			
167	500	1665	2332
341,3	225,6	42,6	609,6
1365,31	1353,11	508,39	3226,80

5 fishermen			
83	250	833	1166
85,3	56,4	10,7	152,5
341,33	338,28	127,10	806,70

Figure 1: The influence of the fishermen number on the fishing effort, catchs and profits.

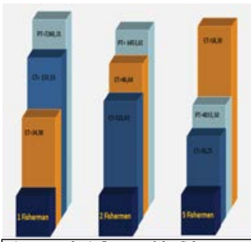


Figure 2 : The influence of the fishermen number on the total catch and total profit.

Mathematics for a comprise preserving marine resources and maximizing the profits of fishermen

In this work we have defined a bioeconomic model involving several marine species that compete with each others for space or food. We have assumed that these marine species are exploited by several fishermen. We have calculated the fishing profits of each fisherman according to the fishing effort devoted to these marine species, and then we maximize these profits at biological equilibrium; We have demonstrated that this problem leads to a generalized Nash equilibrium problem. To solve this problem, we have transformed it into a linear complementarity problem. Finally, numerical simulations are carried out to illustrate the results.

Contribution à la meilleure décision instantanée de la gestion des stocks

K. NAMIR[(1)], I. M'RHAOUARH[(2)] et A. NAMIR[(3)]

(1) namirkhalil.95@gmail.com ; (2) mrhaouarhibtissam12@gmail.com ; (3) abd.namir@gmail.com

FACULTE DES SCIENCES BEN M'SICK

UNIVERSITE HASSAN II DE CASABLANCA

Résumé:

Toute entreprise, quelle que soit son activité, doit veiller à assurer une bonne gestion des stocks. Pour être performante et éviter le sur-stockage ou le sous-stockage, la société doit être efficace dans la rotation des stocks et éventuellement la gestion des approvisionnements. C'est dans cet esprit où se situe ce travail, qui consiste à mettre en place une bonne organisation de la gestion de stock de l'entreprise afin d'augmenter son chiffre d'affaires et apriori créer de la richesse. Selon ce constat, on propose, dans ce travail, une démarche digitale permettant de mettre en place une gestion de stock optimale et adaptée à l'entreprise. Premièrement, on recueille les informations nécessaires sur chaque produit de l'enseigne. Ensuite et grâce à une feuille de calcul, on suit les entrées et les sorties en stock de ce produit pour déterminer le stock final en fin de période, en quantité et en valeur. Après et à l'aide d'une programmation linéaire, on modélise le problème par un programme linéaire en nombres binaires (PLNB). Enfin on résout numériquement le PLNB pour proposer une meilleure décision instantanée possible des stocks. Des exemples pratiques pour illustrer le travail sont donnés.

Mots clés: Décision instantanée ; Gestion des stocks ; Modélisation ; Optimisation ; Programme linéaire en nombres binaires.

1.Introduction:

On peut simplement dire qu'un stock est une provision de produits en instance de consommation. Le stock est utilisé pour faciliter ou pour assurer la continuité de l'activité. Le stock permet de faire en sorte que tout ce qui peut être nécessaire à un moment donné soit disponible. Apriori, on identifie les produits comme étant des matières premières (produits qui servent de base à la fabrication, composants achetés, …) ou en cours de fabrication (assemblages, composants modifiés, ...) ou produits finis (leur fabrication est terminée, ils attendent d'être vendus, livrés ou distribués). Pour le gestionnaire de stock, un produit est consommé dès qu'il est sorti du stock. Les stocks permettent donc, à l'entreprise de coordonner temporairement ses activités d'achat et de vente. De ce fait, le stock assure l'équilibre ou l'amortissement des effets de la fluctuation saisonnière ou cyclique des commandes. D'où deux grandes catégories selon la position :

• stock en amont : considéré un élément tampon pour maintenir la production à un niveau bien déterminé ;
• stock en aval : concerne les produits fabriqués par l'entreprise dans le but de l'auto consommation ou la vente

Selon la nature des articles en stock, les termes « entrée » et « sortie » peuvent faire référence à différentes utilisations. Une entrée peut être un achat de marchandise ou de matière première, ou encore une finalisation de produit fini. Une sortie peut être la vente d'une marchandise, ou l'utilisation d'une matière première dans le processus de production.

Une production sans stock est quasi inconcevable, vu les nombreuses fonctions que remplissent les stocks. En effet, la constitution de stocks est nécessaire s'il y a :

• Non coïncidence dans le temps ou l'espace de la production et de la consommation ;
• Incertitude sur le niveau de demande ou sur le prix : s'il y a incertitude sur la quantité demandé, on va constituer un stock de sécurité qui permet de faire face à une pointe de demande. S'il y a incertitude sur le prix, on va constituer un stock de spéculation pour profiter des conditions favorables sur les prix. Par exemple, les compagnies pétrolières achètent plus que nécessaire en pétrole brut lorsque le prix de celui-ci est relativement bas sur le marché ;
• Risque de problèmes en chaîne : il s'agit ici d'éviter qu'une panne à un poste ne se répercute sur toute la chaîne d'approvisionnement. Un retard d'exécution au poste précédent ou une grève des transports n'arrêtera pas immédiatement l'ensemble du processus de production s'il y a des stocks tampons.
• Etc.

Les stocks sont des ressources matérielles qui ont une valeur économique et sont inutilisées ou en attente d'utilisation. Les entreprises classent souvent leurs stocks en plusieurs types (matières premières, produit encours de fabrication, produits finis et pièces de rechange, les produit d'entretien et de réparation industriels, les produit d'entretien de bureau et les surplus). Tous les stocks représentent un investissement dont le but est de faciliter la production et le service des clients.

L'enjeu de la gestion des stocks et approvisionnement est important : mettre en place des processus qui optimisent la fonction économique, sous contrainte d'une disponibilité en théorie sans faille. Tel sont les objectifs du gestionnaire de stocks. Cela suppose de disposer d'une visibilité sur ses stocks et de méthodologies appropriées aux différentes situations. Pour autant, constituer et conserver un stock entraîne des coûts dont la minimisation doit être un objectif important des gestionnaires. C'est dans cet esprit où se situe ce travail, qui consiste à donner une contribution à la meilleure décision instantanée de la gestion des stocks.

L'introduction a défini le cadre de réflexion dans lequel se situe ce travail. Elle a présenté la problématique abordée ainsi que les contributions dans le domaine de la gouvernance de la gestion des stocks. La suite est constituée de 3 paragraphes : Dans le 2ième paragraphe, on donne une feuille de calcul pour suivre rigoureusement les mouvements de stocks en se serviront des bons d'entrée et des bons de sortie des marchandises. Dans le 3ième paragraphe, on modélise mathématiquement le problème posé par un programme linéaire en nombres binaires (PLNB). Ensuite, on donne une solution pratique et numérique du problème. Dans le 4ième paragraphe, on illustre le travail par des exemples. La conclusion reprend les grandes lignes de cette étude et notre contribution. Elle montre également les diverses prolongations et perspectives possibles de ce travail.

2. Feuille de calcul de la gestion des stocks:

2.1. Description:

Il est extrêmement important de suivre rigoureusement les mouvements de stocks afin d'éviter :

▪ d'avoir trop de stock : l'argent est immobilisé et il un risque que les produits se détériorent ;
▪ d'avoir trop peu de stock : les ruptures de stock entraînent alors une perte de chiffre d'affaires et sont mauvaises pour l'image d'une enseigne.

La fiche de stocks permet ainsi d'avoir les informations nécessaires sur chaque produit de l'enseigne, de suivre les entrées et les sorties en stock de ce produit et de connaître le stock final en fin de mois, en quantité et en valeur.

Pour pouvoir utiliser correctement ce document, il faut d'abord comprendre la signification de certains termes :

▪ Le stock initial est le stock au début du mois ;
▪ Le stock final est le stock restant à la fin de la période ;
▪ Le stock minimum est le stock qui correspond aux ventes pendant les délais de livraisons. Par exemple, si un fournisseur assure sa livraison en une semaine et si les ventes d'un article sont en moyenne de 20 unités par semaine, alors le stock minimum est en moyenne de 20 articles. Si le magasin attend pour commander qu'il en reste 15, il sera, apriori, en rupture de stock avant la livraison ;
▪ Le stock de sécurité est la quantité de produits à avoir en stock pour faire face à un retard éventuel de livraison ou à des ventes supplémentaires durant ce délai de livraison ;
▪ Le stock d'alerte est le stock qui déclenche la commande. Il est égal au stock minimum plus au stock de sécurité.

Pour renseigner la fiche de stock, on se servira des bons d'entrée et des bons de sortie des marchandises. L'évaluation des entrées en stock ne pose pas de problèmes, puisqu'on connaît le coût d'achat des marchandises. Pour évaluer les sorties de stock et connaître le montant en Dirhams du stock final, il existe plusieurs méthodes d'évaluation utilisées par les entreprises. En effet, dans la mesure où les biens sont achetés à des périodes différentes, dans des conditions différentes, et donc à des coûts différents, il est difficile d'évaluer le coût des sorties et le montant du stock final. On utilisera dans ce tableur la méthode du coût unitaire moyen pondéré en fin de période, c'est-à-dire une moyenne établie à la fin du mois des prix d'achat des marchandises en fonction des quantités achetées.

2.2. Notice de la gestion des stocks:

Grâce à cette feuille, on aura une fiche de stock qui permettra de :

▪ déterminer la quantité de stock final théorique après chaque mouvement ;
▪ calculer le coût moyen unitaire pondéré en fin de période ;
▪ être informé lorsque le stock final est inférieur au stock d'alerte.

La feuille de calcul se remplit dans l'ordre chronologique en précisant pour chaque jour :

▪ le libellé du mouvement de stock, à savoir une entrée s'il s'agit d'un achat et donc d'une livraison de marchandise par le fournisseur, ou une sortie s'il s'agit d'une vente ;
▪ les quantités entrées et leur prix d'achat facturé par le fournisseur ;
▪ les quantités sorties.

La feuille calculera automatiquement le stock final théorique en quantité et en valeur à la fin du mois. Egalement, si le stock d'alerte fixé pour votre enseigne est renseigné, il permettra de savoir s'il est nécessaire de passer une commande auprès du fournisseur. Ainsi, si votre stock en fin de mois est inférieur à votre stock d'alerte, il indiquera la mention « ALERTE » et s'il est supérieur, la mention sera « CORRECT ». Enfin, si le prix de vente fixé pour ce produit est renseigné, il vous calculera automatiquement le taux de marge commerciale.

Exemple de feuille de calcul

3. Modélisation et résolution du problème:

Il s'agit de proposer, pour une période donnée, la meilleure décision possible pour la gestion instantanée des stocks d'un produit. Les décisions envisagées sont prises selon la maximisation du profil de l'entreprise et éventuellement par dualité selon la minimisation du risque. Elles sont de trois natures : « vendre » ou « acheter » ou « ne pas vendre et ne pas acheter ».

Pour une période donnée, soient :

• P = prix réel du produit en stock à la fin de la période ;
• K = prix de revient du produit ;
• C = coût de stockage du produit depuis son stockage ;
• S_0 = seuil de réserve ;
• S = seuil de stock ;
• Q_0 = quantité maximale du stock ;
• Q = quantité du stock du produit à la fin de la période.

Remarque: Si $Q \geq S$, les trois décisions sont possibles et le meilleur choix est selon le profil. Par contre, si $Q < S$, on a, apriori, deux décisions possibles : « acheter » ou « ne pas vendre et ne pas acheter ».

Proposition 1:

Le problème peut être modélisé mathématiquement par le modèle suivant :

$$(S)\begin{cases} \mathrm{Max}[(P-K-C)x_1+(K-P-C)x_2-Cx_3] \\ \mathrm{S.C}\ x_1+x_2+x_3=1 \qquad \text{(contrainte de décision)} \\ (S-Q)x_1+(S_0-Q)x_3 \leq 0\ \text{(Contrainte de quantité)} \\ x_1, x_2 \text{ et } x_3 \in \{0,1\} \end{cases}$$

Où $x_1=\begin{cases}1 & \text{si la décision est de "vendre"} \\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$ $x_2=\begin{cases}1 & \text{si la décision est de "acheter"} \\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$ $x_3=\begin{cases}1 & \text{si la décision est de "ne pas vendre et ne pas acheter"} \\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$

Preuve:

On pose $Z=(P-K-C)x_1+(K-P-C)x_2-Cx_3$, alors dans tous les cas de figures, on a :

• la solution (1,0,0) donne comme profil $Z=P-K-C$;
• la solution (0,1,0) donne comme profil $Z=K-P-C$;
• la solution (0,0,1) donne comme profil $Z=-C$.

1er cas : $\boldsymbol{Q_0 \geq Q \geq S}$, il y a trois solutions admissibles : (x_1,x_2,x_3) = (1,0,0) ou (0,1,0) ou (0,0,1)

▪ Si $P \geq K+C$, alors : Max $(Z)=P-K-C$, ce qui entraine que la solution optimale est : (x_1,x_2,x_3) = (1,0,0) (meilleure décision instantanée est de « vendre »).
▪ Si $P < K+C$, alors : Max $(Z)=K-P-C$ et donc, la solution optimale est : (x_1,x_2,x_3) = (0,1,0) (meilleure décision instantanée est de « acheter »).

2ème cas : $\boldsymbol{S_0 < Q < S}$, il y a deux solutions admissibles : (x_1,x_2,x_3) = (0,1,0) ou (0,0,1)

• Si $P \geq K+C$, alors : Max $(Z)=-C$, ce qui entraine que la solution optimale est : (x_1,x_2,x_3) = (0,0,1) (meilleure décision instantanée est de « ne pas vendre et de ne pas acheter»).
• Si $P < K+C$, alors : Max $(Z)=K-P-C$ et donc, la solution optimale est : $(x_1,x2,x3)$ = (0,1,0) (meilleure décision instantanée est de « acheter »).

3ème cas : $\boldsymbol{Q \leq S_0}$, il y a une seule solution admissible : (x_1,x_2,x_3) = (0,1,0). Dans ce cas, la meilleure décision instantanée est d' « acheter ».

Le problème à résoudre maintenant, consiste à déterminer la quantité à vendre ou acheter dans le cas où la décision est « vendre » ou « acheter ».

Proposition 2: Soient q_1 la quantité maximale à vendre et q_2 la quantité maximale à acheter selon la décision prise pour la gestion des stocks d'un produit. Alors, q_1 et q_2 sont solutions du programme linéaire suivant :

$$(S)\begin{cases} \mathrm{Max}[(P-K-C)q_1+(K-P-C)q_2] \\ \mathrm{S.C}\ 0 \leq q_1 \leq \mathrm{Max}(0, Q-S)\ \text{(contrainte sur la quantité à vendre)} \\ \mathrm{Max}(0, S_0-Q) \leq q_2 \leq Q_0-Q\ \text{(Contrainte sur la quantité à acheter)} \\ q_1 \text{ et } q_2 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Preuve: Trois cas à distinguer.

1er cas : $\boldsymbol{Q_0 \geq Q \geq S}$

•Si $P > K+C$, alors Max $(Z)=(P-K-C)q_1$ et la solution optimale est : $q_1=Q-S$ et $q_2=0$ (vendre une quantité q avec $\boldsymbol{0 \leq q \leq Q-S}$).
• Si $K-C \leq P \leq K+C$, alors : Max $(Z)=0$ et donc, la solution optimale est : $q_1=0$ et $q_2=0$ (ne pas vendre et ne pas acheter).
• Si $P < K-C$, alors : Max $(Z)=(K-P-C)q_2$ et donc, la solution optimale est : $q_1=0$ et $q_2=Q_0-S$ (acheter une quantité q avec $\boldsymbol{0 \leq q \leq Q_0-S}$).

2ème cas : $\boldsymbol{S_0 < Q < S}$

•Si $P \geq K+C$, alors : Max $(Z)=0$, ce qui entraine que la solution optimale est : $q_1=0$ et $q_2=0$ (ne pas vendre et ne pas acheter).
•Si $P < K+C$, alors : Max $(Z)=(P-K-C)q_2$ et donc, la solution optimale est : $q_1=0$ et $q_2=Q_0-S$ (acheter une quantité q avec $\boldsymbol{0 \leq q \leq Q_0-S}$).

3ème cas : $\boldsymbol{Q \leq S_0}$

Max $(Z)=(K-P-C)q_2$ car $q1=0$. □ Si $P > K-C$, alors la solution optimale est : $q_1=0$ et $q2=S_0-Q$;

• Si $P < K-C$, alors la solution optimale est : $q_1=0$ et $q_2=Q_0-S$. Dans ce cas (acheter une quantité q avec $\boldsymbol{S_0-Q \leq q \leq Q_0-Q}$).

4. Conclusion:

Notre contribution à la meilleure décision instantanée de la gestion des stocks a été mathématiquement modélisée par un programme linéaire en nombres binaires (PLNB). Les décisions envisagées ont étés de trois types : "vendre" ou "acheter" ou "ne pas vendre et ne pas acheter". La quantité à vendre ou acheter dans le cas où la décision est « vendre » ou « acheter » a été aussi caractérisée mathématiquement. Enfin, le problème a été digitalisé par une application informatisée pour faciliter la bonne décision pour la gestion instantanée des stocks. On peut dire que la prévision est la pierre angulaire de la gestion des stocks puisque le stock est alimenté par un flux d'approvisionnement et il sert à satisfaire des flux de demande. Or, une bonne prévision de la demande permet de réaliser l'objectif du stock qui est de gérer les articles disponibles dans l'entreprise en vue de satisfaire les besoins à venir. Ces besoins seront à satisfaire au bon moment, dans les bonnes quantités et d'une manière permettant la bonne utilisation du stock. Si l'on n'est pas capable de satisfaire un besoin à l'aide du stock correspondant, on parle de rupture de stock. Tout l'art de cette gestion est d'avoir suffisamment de stock pour répondre correctement aux besoins et pas trop pour ne pas avoir à supporter les différents coûts du stock (coût d'acquisition, coût de stockage, coût de dévalorisation, etc.). Le sujet important pour une étude future est d'utiliser les services bénéfiques du Cloud Computing pour prévoir la demande, accroître l'efficacité et aider à améliorer les flux de trésorerie pour une meilleure gestion des stocks.

Références:

1. Saleemi. Store Keeping and Stock Control Simplified, Saleemi Publications Ltd, Nairobi. 2009.
2. Nishi M., the inventory management. In: http://www.academia.edu/4173990/Inventory_Management.
3. Marquis L., Mise en place d'une gestion de stock au sein d'une entreprise d'aménagement paysager.
4. Cachon G. P., Fisher M., "Supply chain inventory management and the value of shared information". In: Management science, 2000.
5. A.K. Panigrahi, Relationship between inventory management and profitability: An empirical analysis of Indian cement companies, Asia Pacific Journal of Marketing & Management Review, 2013. vol.2, no.7.
6. Nemtajela N., Mbohwa C., Relationship between inventory management and uncertain demand for fast moving consumer goods organisations, Procedia Manufacturing 8 (2017) 699 – 706.

Integrating a relational index into a macroeconomic growth model : axiomatization and modelling

Pierre-Jean COTTALORDA - cottalorda@essec.edu

Supervised by Gaël GIRAUD, Adrien NGUYEN-HUU and Cécile RENOUARD

Essec Business School - Agence Française de Développement / Financed by ANR - MeET MaDyS

Main Goal

- To contribute, both theoretically and empirically, to a question that is quickly gaining interest in development economics:
- How does economic activity affect inequalities and the quality of our social life?

Foundations

- Measurement of multidimensional aspects of development, initiated by Amartya Sen [Sen, 1999] then the UNDP and the OPHI
- They helped make decisive steps towards a holistic approach of human development
- From Mahbub ul Haq [UNDP, 1990], it still leaves behind the "political" dimensions of the capability approach, understood as "organization of the city" or "living together"

Relational Capability Index

From [Giraud *et al.* , 2013] the RCI presents several characteristics:

- it focuses on the quality of relations
- social relations are not instrumental but seen as a good in itself
- it is rooted in a specific understanding of human development through the expansion of individual capabilities to share fulfilling relationships [Nussbaum, 2003]
- it uses a normative computation of indexes inspired by Alkire-Foster method [Alkire & Foster, 2011]
- it aggregates three main dimensions of social life [Walzer, 1983]:

Dimensions	Components
Economic dimension: Integration to networks	Employment status Access to transport Access to telecommunications Access to information
Personal dimension: Private relations	Number of people in the household Family ties Close friends, emotional support Financial support Trust in community
Political dimension: Civic commitment	Membership (religious, trade union, etc) Collective action Vote Solidarity Trust in others

Table 1: RCI: Dimensions and components

Constructing the RCI

- Components are binary coded : $c_{ij} = 0$ if the individual i is below the threshold for dimension j, 1 else. $i = 1, ..., N$ and $j = 1, ..., K$
- The value of a dimension is the arithmetic mean of its components

$$x_{i,k} = \frac{1}{C_k} x \sum_{j=1}^{C_k} c_{i,j}$$

- 1 is chosen as the poverty line
- Set of poor: if an individual gets 1 in at least one dimension, she is not relationally poor

$$RCI_a = \frac{1}{3N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{k=1}^{3} x_{i,k}$$

Axiomatization for a *coherent* poverty index family

It needs to satisfy desirable properties :

- continuity
- ordinality
- the presence of a "relative poverty" criterion
- decreasing marginal rate of substitution among subjects or among dimensions
- multiplicative decomposability by population subgroups
- verification of the transfer and population principles

We define a poverty index as a map of $P : \mathbf{R}_{++}^{KN} \to \mathbf{R}_+$ and a *poverty exit set*, $E \subset \mathbf{R}_{++}^{KN}$ on which we impose some axioms in order to make it *coherent*.

We define a poverty exit set

$$E_P := \{x \subset \mathbf{R}_{++}^{KN} | P(x) \leq 0\}$$

Hence we provide a full characterization of the whole family of coherent poverty exit indexes for which we define a weighted geometric average.

Given any vector in the unit simplex,

$$\pi \in \Delta_+^{KN} := \{p \in \mathbf{R}_+^{KN} | \sum_{k,h} p_{k,h} = 1\}$$

the π-geometric average, $G^\pi(.)$, is defined by:

$$G^\pi(x) := \prod_{k,h} x_{kh}^{\pi_{k,h}}.$$

We prove that the index P is coherent if, and only if, there exists a family, $\hat{\mathcal{P}} \subset \Delta_+^{KN}$, of weight vectors, such that

$$P(x) = -inf\{\frac{ln(G^\pi(x))}{ln(G^\pi(z))} | \pi \in \hat{\mathcal{P}}\}$$

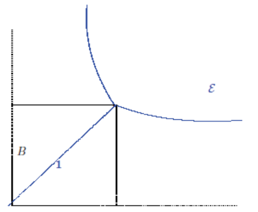


Fig 1. A piecewise smooth poverty exit set

Justice and poverty measures

First attempt to formally fill the gap between theories of justice and poverty measurements.

- From the geometric mean [Villar, 2010], interpreted as "utilitarian"

$$RCI_u = -ln[\prod_{i=1}^{N} \prod_{k=1}^{3} (1 - x_{i,k})^{\frac{1}{3N_p}}]$$

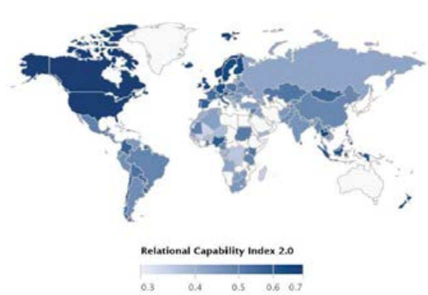
- To the Rawlsian Maximin [Rawls, 1971]

$$RCI_r = -\sup_{\pi \in P} [ln \prod_{k=1}^{3} (1 - x_{i,k})^{\pi_{k,i}}]$$

Country's performance

We use an alternative version of the RCI, namely the RCI 2.0 [Giraud *et al.* , 2015]

- it answers critics on aggregation methods that apply to 'composite' indexes
- We use the Gallup World Poll database, computing our index for 124 countries



Note: Heat map produced using highmap Stata plugin. Cf. Roca (2014). Browse the results: http://stats4dev.com/dataviz/RCI_map2012.html

Fig 2. Relational Capability Index 2.0 - 2012

- Overall, RCI 2.0 is strongly correlated with the income levels, HDI and subjective well-being indicator
- It is not correlated with the subjective legitimacy or institutional quality variables
- We manage to disintegrate the RCI 2.0 into different groups: rural vs. urban, by gender, and by income levels - across the world
- These results verify second order stochastic dominance across all the aforementioned groups when weighted by population size

Goodwin Model

- Goodwin foundation [Goodwin, 1967]
- $Y(t) = \frac{K(t)}{\nu} = a(t)L(t)$
- $N(t) = N_0 e^{\beta t}$ and $\lambda(t) = \frac{L(t)}{N(t)}$
- $a(t) = a_0 e^{(\alpha t)}$
- Two key assumptions
  - $\dot{w} = \theta(\lambda)w$ where $\theta(\lambda)$ is an increasing function known as the Phillips curve.
  - $\dot{K} = Y - wL - \delta K$ (Say's Law)
- $\omega(t) = \frac{W(t)}{Y(t)} = \frac{w(t)}{a(t)}$
- $\begin{cases} \dot{\omega} = \omega[\theta(\lambda) - \alpha] \\ \dot{\lambda} = \lambda[\frac{1-\omega}{\nu} - \alpha - \beta - \delta] \end{cases}$

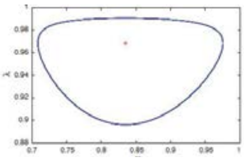


Fig 3. Employment rate vs wage share in the Goodwin model [Grasselli & Lima, 2012]

Discussion: Relational Assumptions

- Two goods: $i = 1$ the final good and $i = 2$ the relational good (rg)
- $R(t)$ the total population that is not relationally deprived and $\rho(t) = \frac{R(t)}{N(t)}$
- Relational intensity of production $\chi(t) = \frac{X(t)}{K(t)}$ with $X(t)$ the social/relational capital
- Labor productivity $a_1(t) = a_0^1 e^{(\alpha_1 t + \eta_1 \chi(t))}$
- rg emergence $a_2(t) = f(t, \rho, \chi)$
- What are the relations between key variables ρ, χ, λ and ω ?

References

[Alkire & Foster, 2011] Alkire, Sabina, & Foster, James. 2011. Counting and multidimensional poverty measurement. *Journal of public economics*, **95**(7), 476–487.

[Giraud *et al.* , 2013] Giraud, G., Renouard, C., L'Huillier, H., De La Martiniere, R., & Sutter, C. 2013. *Relational capability: A multidimensional approach.* Tech. rept. FERDI.

[Giraud *et al.* , 2015] Giraud, G., Renouard, C., Gupta, R., & Roca, T. 2015. *Relational capability index 2.0.* Tech. rept. Agence Française de Développement.

[Goodwin, 1967] Goodwin, R. M. 1967. A growth cycle. *Pages 54–58 of:* Feinstein, C.H. (ed), *Socialism, capitalism and economic growth.* London: Cambridge University Press.

[Grasselli & Lima, 2012] Grasselli, Matheus R, & Lima, B Costa. 2012. An analysis of the keen model for credit expansion, asset price bubbles and financial fragility. *Mathematics and financial economics*, **6**(3), 191.

[Nussbaum, 2003] Nussbaum, Martha. 2003. Capabilities as fundamental entitlements: Sen and social justice. *Feminist economics*, **9**(2-3), 33–59.

[Rawls, 1971] Rawls, John. 1971. A theory of justice, harvard. *Press, cambridge.*

[Sen, 1999] Sen, Amartya. 1999. *Development as freedom.* Oxford University Press.

[UNDP, 1990] UNDP. 1990. *Human development report 1990: Concept and measurement of human development.*

[Villar, 2010] Villar, Antonio. 2010. *A new approach to multidimensional poverty measurement.* Tech. rept.

[Walzer, 1983] Walzer, Michael. 1983. Spheres of justice: A defense of pluralism and equity. *New york, basic dux.*