

SUR L'ÉQUATION DE MARS,
ET SON MOYEN MOUVEMENT.

Par M. DE LA LANDE.

L'OPPOSITION de Mars observée en 1785, m'a donné occasion de revenir sur cet élément dont je m'étois déjà occupé. Mars a été comparé avec les étoiles τ & ν du Taureau, & avec Aldebaran; l'erreur de mes Tables s'est trouvée continuellement de 4 minutes en excès pour la longitude géocentrique; & je trouve que l'opposition est arrivée le 27 Novembre, à $6^h 10'$, temps moyen, la longitude de Mars étant de $2^f 5^d 59' 49'' 7$, & la latitude géocentrique, $1^d 38' 5''$ boréale, à quelques secondes près.

L'anomalie de Mars étant de $8^f 23^d$, cette observation étoit très-propre à faire connoître l'excentricité de l'orbite de Mars, sur laquelle j'ai donné différens résultats (*Mém. Acad. 1755, 1775*); pour cela, je la comparerai avec celle de 1779, dans laquelle l'anomalie étoit de $3^f 0^d$, & l'équation en sens contraire.

Mais pour rendre cette comparaison plus exacte, j'ai cru devoir y faire entrer les perturbations de Mars, dont j'ai donné le calcul dans les *Mém. de 1758 & 1761*. Je profiterai de cette occasion pour changer la valeur de celles que j'avois données pour l'action de la Terre sur Mars; la masse de la Terre est beaucoup moindre; suivant les observations du passage de Vénus en 1769, que je ne la supposois auparavant; je prenois alors pour son logarithme 4,77139; je le fais actuellement de 4,45360; ainsi les équations que j'avois trouvées (*Mém. Ac. 1761, p. 286*), doivent se réduire aux suivantes, que l'on doit appliquer au calcul des Tables.

$$\begin{aligned} + 6'' 4 \sin. t - 0'' 9 \sin. 2t - 32'' 5 \sin. (t - u) \\ + 14'' 2 \sin. (2t - u) + 13'' 4 \sin. (2t - 2), \end{aligned}$$

dans lesquelles t est la longitude héliocentrique de la Terre, moins celle de Mars, u l'anomalie moyenne de Mars, & z celle de la Terre ou du Soleil.

Je ne changerai rien aux équations produites par l'action de Jupiter (*Mém. 1758, page 24*). Je vais seulement les rapporter ici, nommant t la longitude héliocentrique moyenne de Mars moins celle de Jupiter, on a les équations suivantes:

$$\begin{aligned} & - 25''7 \sin.t + 12''2 \sin.2t + 9''2 \sin.(t - u) \\ & - 17''6 \sin.(2t - u) - 1''4 \sin.(t + u) + 1''6 \sin.(2t + u). \end{aligned}$$

La somme de toutes ces équations dans l'opposition de 1779, est $- 8''$, dans celle de 1785 $- 30''$.

L'erreur de mes Tables, sur la longitude héliocentrique de Mars, ou la correction qu'il faut y appliquer pour les accorder avec l'observation, est $+ 41''$ & $- 55''$; en sorte que le mouvement est trop fort de $1' 36''$; mais en diminuant de $48''$ la plus grande équation, on le rend conforme à l'observation, & il ne reste que $7''$ à ôter de l'époque de mes Tables.

Ainsi d'après ces deux observations, l'équation de l'orbite de Mars seroit de $10^d 41' 25''$

Par des oppositions calculées dans mon *Astronomie*, elle seroit $10^d 41' 20''$

Je l'ai trouvée dans les *Mém. de 1775, page 234*. $\left\{ \begin{array}{l} 10. 40. 3. \\ 10. 40. 36. \end{array} \right.$

Elle est dans les *Tables de Halley*. $10. 40. 2.$

Telle est l'incertitude qui nous reste sur cet élément; elle est moindre que pour les autres planètes; mais les erreurs deviennent plus importantes pour Mars, parce qu'elles se multiplient par sa proximité à la Terre: dans la dernière opposition, l'erreur n'étoit que de $1' 25''$ sur le lieu héliocentrique, & elle étoit de $4' 0''$ sur le lieu vu de la Terre. Les perturbations négligées jusqu'ici dans les calculs, peuvent produire des différences d'une minute entre les observations; ainsi il n'est pas étonnant qu'on ait encore

Équation
 $10^d 40' 40''$

une minute d'incertitude sur la plus grande équation. Mais en la supposant de $10^d 40' 40''$, on ne peut pas s'écarter beaucoup de la vérité, & l'excentricité de l'orbite de Mars se trouve par-là de 141840, la distance moyenne du Soleil à la Terre, étant supposée 1000000. En augmentant l'équation d'une minute, on augmente l'excentricité de 220.

M. de Lambre a refait, d'après ces élémens, la Table de l'équation & des distances de Mars, & on la trouvera dans la *Connoiss. des Temps de 1790*, & dans la troisième édition de mon *Astronomie*.

La correction moyenne des époques, résultante des oppositions que je viens de comparer & de celles que j'avois examinées dans les *Mém. de 1775*, est $30''$ à soustraire. Pour 1592, suivant les Tables de Képler, elle seroit — $22''$; la différence est insensible; ainsi, je ne changerai rien au moyen mouvement que j'avois employé dans mes Tables.

Cependant les oppositions de Mars rapportées par Képler (*de stella Martis, page 90*), ne s'accordent pas parfaitement avec les Tables: mais cela vient des erreurs d'observations, qui vont quelquefois à plusieurs minutes. Je vais rapporter ici les sept sur lesquelles Képler ne jette aucun doute; & je mettrai dans la dernière colonne, l'erreur de mes Tables sur la longitude héliocentrique.

	TEMPS MOYEN à Paris.		LONGITUDE.			LATITUDE.		CORREC. des Tables en longit.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	
1582. 28 Déc. v. ft.	3.	16	3.	16.	55.	30	4.	6.	B.	+ 0. 1
1585. 30 Janv.	18.	32	4.	21.	36.	10	4.	32.	10	+ 1. 52
1587. 6 Mars.	6.	41	5.	25.	43.	0	3.	41.		+ 6. 10
1589. 14 Avril.	5.	41	7.	4.	23.	0	1.	12.	45	+ 2. 21
1591. 8 Juin.	7.	1	8.	26.	43.	0	4.	0.	A.	+ 3. 5
1593. 25 Août.	16.	45	11.	12.	16.	0	6.	2.		— 6. 51
1595. 30 Octobre.	23.	57	1.	17.	31.	40	0.	8.	B.	— 6. 55

Mais

Mais en rectifiant le calcul de Képler pour les deux dernières, savoir, pour 1593, d'après mon Mémoire sur le mouvement de Mars (*Mém. 1757, page 444*), & pour 1595, d'après M. Cassini, *page 489*, les erreurs héliocentriques se réduisent à $- 12''$ & $- 2'40''$. M. de Lambre a aussi refait le calcul de celle de 1587; il a discuté les observations de Tycho, dont Képler s'étoit servi, & d'autres encore; il a trouvé la correction géocentrique des Tables $- 2' 45''$; l'opposition à $9^h 27' \frac{1}{4}$ dans $5^f 25^d 42' 27''$; & la latitude héliocentrique par les Tables, de $1^d 49' 20''$.

Je vois donc, dans ces observations, des erreurs en plus & en moins; il y a d'ailleurs des observations qui diffèrent entre elles de plus de cinq minutes: ainsi, je ne vois pas de correction évidente à faire sur les moyens mouvemens que j'ai employés dans mes Tables.

Les cinq observations anciennes, rapportées dans l'Almageste de Ptolémée, *pages 241 — 250*, semblent exiger une diminution de $20''$ par siècle. Je vais rapporter les longitudes suivant Ptolémée, avec les corrections que je crois nécessaires (*Mém. 1766, page 467*).

	TEMPS MOYEN à Paris.		LONGITUDE Ptolémée.			LONGITUDES corrigées.			Par mes Tab.			CORREC. des Tables.		ERREURS héliocen.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	D.	D.	M.	M.		
271 avant J. C.	17	Janv.	15.	0	7.	2.	15	7.	1.	41.	7.	2.	1	- 0.	20	- 23
130 après J. C.	14	Déc.	11.	8	2.	21.	0	2.	22.	1	2.	21.	19	+ 0.	42	+ 19
135	21	Fév.	7.	8	4.	28.	50	4.	29.	53	4.	29.	46	+ 0.	7	+ 3
139	27	Mai.	8.	8	8.	2.	34	8.	3.	38	8.	2.	8	+ 1.	30	+ 24
139	30	Mai.	7.	8	8.	1.	36	8.	2.	40	8.	1.	14	+ 1.	26	+ 23

La dernière colonne contient les erreurs sur la longitude héliocentrique moyenne, la première étant réduite au temps de Ptolémée, c'est-à-dire à l'année 137. Ne prenant les deux dernières observations que pour une seule, l'erreur moyenne des quatre observations est de $+ 5' \frac{1}{2}$; cela indi-

Mém. 1786.

F ff

queroit une diminution de $20''$ à faire sur le mouvement séculaire qui est dans mes Tables, quantité insensible, vu la discordance des anciennes observations qui diffèrent de $1^d 51'$ pour la longitude géocentrique.

On peut, à la vérité, diminuer la discordance de ces observations en augmentant le mouvement de l'aphélie, & le supposant moins avancé au temps de Ptolémée : si l'on suppose cette correction sur le mouvement de l'aphélie, d'un degré, l'erreur moyenne, au lieu d'être $5' \frac{1}{2}$ sera de $8' \frac{1}{4}$; mais la différence qui est de $46'$ entre les erreurs des Tables pour la longitude héliocentrique ne sera que de $37'$.

Si au contraire on augmente l'aphélie de 1^d en diminuant son mouvement, l'erreur moyenne diminue, elle n'est plus que de $2' \frac{3}{4}$; mais les observations extrêmes différeront de $55'$ pour la longitude héliocentrique; le mouvement annuel de l'aphélie, que j'ai supposé dans mes Tables, de $1' 7''$, plus grand de $1''$ que suivant la théorie de M. de la Grange (*Mémoires de Berlin, 1782*), deviendra au contraire plus petit de $1''$, en se réduisant à $1' 5''$.

Ainsi mes Tables, soit pour le mouvement de Mars, soit pour son aphélie, approchent tellement des observations anciennes & modernes, que les différences sont insensibles; elles sont de nature même à ne pouvoir être bien constatées, & ne méritent pas que l'on fasse à cet égard un changement dans les Tables.

