

M É M O I R E

S U R L E

M O U V E M E N T D U C I N Q U I È M E S A T E L L I T E
D E S A T U R N E .

P a r M . D E L A L A N D E .

13 Nov.
1786.

DEPUIS 1714, les satellites de Saturne semblent avoir été oubliés par les Astronomes; & j'ai cru qu'il étoit temps de rappeler leur attention vers cette partie difficile & peu connue du système du monde. Le cinquième satellite offre sur-tout une question importante à résoudre, & ce sera le principal objet de ce Mémoire.

Dominique Cassini découvrit en 1671, le cinquième satellite de Saturne, & cette découverte fut annoncée dans un livre de 20 pages *in-folio*, qui est cité dans les *Mémoires de 1733*; on trouve dans la liste, n.º 21, un ouvrage, intitulé: *Découverte de deux nouvelles planètes autour de Saturne*; Paris, 1673, fol. chez Cramoisi, Imprimeur du Roi; cette découverte fut aussi annoncée dans les *Transactions philosophiques de 1673*, n.º 192. Cependant, dans le *Journal des Savans de 1677*, elle est racontée comme si on l'eût annoncée alors pour la première fois. Cassini aperçut dès-lors que ce satellite ne tournoit pas dans le plan de l'anneau, comme le quatrième qui avoit été découvert par Huygens, en 1655. En effet, dans son Histoire de la découverte de deux Planètes (*Anciens Mém. tome X, page 586.*), on trouve ces paroles remarquables: *quoique la ligne de son mouvement ne soit pas parallèle à la circonférence de l'anneau, ce qui a été remarqué dans les premières observations.* Ainsi la différence entre ce satellite & le quatrième, n'avoit pas échappé à l'auteur de la découverte; mais comme tous les satellites que l'on découvrit ensuite, étoient comme le quatrième

dans le plan de l'anneau, on regarda les cinq satellites, comme ayant tous les mêmes nœuds, & étant à peu-près dans un même plan (*Mém.* 1714, page 377).

Ce fut en 1714, que M. Cassini le fils trouva une différence de 15^d dans l'inclinaison, & de 17^d dans les nœuds; car le nœud du cinquième lui parut à $5^f 4^d$, tandis que le nœud des quatre autres étoit à $5^f 21^d$ (*Mém.* 1714, page 374).

Il remarqua aussi dans les observations de 1685, un fait auquel on n'avoit pas fait attention, & qui prouve que dès-lors la route de ce satellite étoit inclinée à la direction du plan de l'anneau; ainsi il n'estimoit pas, en 1714, qu'il fût arrivé de changement dans le nœud du cinquième satellite.

Mais M. le Monnier, en 1755, ayant observé cette petite Planète, dans l'intention de voir si l'atmosphère de Saturne ne s'étendrait pas jusqu'au cinquième satellite pour déranger son inclinaison, trouva que l'orbite étoit fort rétrécie (*Mém.* 1757, page 93); il n'en dit pas davantage, & l'on ne voit pas s'il attribuoit la différence au changement du nœud, ou à celui de l'inclinaison: la circonstance n'étoit pas favorable pour démêler ces deux effets, car Saturne étant presque à égale distance du nœud & de la limite du cinquième satellite, le rétrécissement apparent de l'orbite pouvoit être produit par l'un & l'autre de ces deux changemens; d'ailleurs M. le Monnier n'avoit fait qu'estimer les distances à la vue, sans micromètre & sans fils, & l'on ne pouvoit tirer de conclusions certaines de ces distances estimées.

Au reste, le changement de l'inclinaison & celui des nœuds, doivent aller ensemble; si le Soleil produit un mouvement dans le nœud du cinquième satellite sur l'orbite de Saturne, il doit en résulter un changement d'inclinaison du satellite par rapport à l'anneau. Il s'agit de démêler ces deux effets, en remontant à leur cause; aussi M. le Monnier se proposoit, en 1755, d'examiner s'il n'y auroit point de variations semblables à celles qui s'observent dans

l'orbite lunaire durant le cours d'une révolution des nœuds de la Lune (*Mém.* 1757, page 92).

En attendant, il nous est facile de savoir s'il a dû y avoir un mouvement considérable : j'ai donné dans mon *Astronomie* une formule très-simple pour trouver le mouvement des nœuds; malgré sa simplicité, elle donne à $\frac{1}{10}$ près le mouvement des nœuds de la Lune, tel qu'on l'observe; ainsi cette formule doit être plus exacte qu'il ne faut pour un mouvement aussi petit & une distance aussi grande que celle du cinquième satellite; seulement, son inclinaison beaucoup plus grande, peut augmenter un peu le mouvement que donne la formule.

Il résulte de cette formule, que le mouvement du nœud du satellite sur l'orbite de Saturne pendant une de ses révolutions, doit être égal à trois fois la masse du Soleil divisée par le cube de sa distance & multipliée par 90^d , ce qui fait ici $57''$ par révolution, & $4' 28''$ par an, ou $3' 38''$ par rapport aux équinoxes. La masse du Soleil, en prenant celle de Saturne pour unité, est 3333; & sa distance à Saturne, en prenant celle du cinquième satellite pour unité est 395: ce rapport est à peu-près celui de la distance du Soleil à celle de la Lune. Cependant le mouvement des nœuds de la Lune est de 19 degrés par an; mais c'est la masse de Saturne cent fois plus grosse que celle de la Terre, qui rend ce mouvement bien moins sensible pour le satellite que pour la Lune; la Terre la retient avec trop peu de force pour résister à la perturbation du Soleil. Le cinquième satellite est si éloigné des quatre autres, qu'il n'y a point d'apparence qu'ils influent sur son mouvement d'une manière sensible; ainsi la théorie donne lieu de croire que le cinquième satellite de Saturne n'a pas changé sensiblement d'inclinaison sur l'anneau, & j'ai cru devoir en avertir les Astronomes qui ont de forts télescopes. Ceux de Marseille & de Montpellier, où l'on jouit d'un plus beau ciel, auront sur nous un avantage marqué, sur-tout dans les digressions orientales de ce satellite, où il diminue de lumière, au point quelquefois de ne pouvoir être aperçu;

sur-tout dans ces années-ci, où Saturne s'élève très-peu à Paris. Les nouveaux télescopes qui se font sous la direction de Herschel, & dont un vient d'être envoyé à l'université de Gottingue, & l'autre à Mylord Malborough, nous donnent lieu d'espérer que les satellites de Saturne ne seront plus pour les Astronomes au nombre de ces objets inaccessibles, auxquels la plupart étoient obligés de renoncer, & qu'on pourra déterminer leurs inégalités.

Saturne fera l'année prochaine, fort près du nœud du cinquième satellite sur l'écliptique; ainsi l'on verra le satellite en ligne droite sur une direction inclinée de plusieurs degrés sur la ligne des anses.

Puisque les quatre satellites les plus voisins, tournent dans le plan de l'anneau, il est très-vraisemblable que l'anneau en est la cause, & qu'ils y sont assujettis par la force qu'il exerce en latitude, pour ramener les satellites à ce plan, lorsqu'une force étrangère les en éloigne; c'est ainsi que la Lune présente toujours à la Terre la même face, par la force de la Terre sur le sphéroïde lunaire.

Ainsi vraisemblablement l'action du Soleil ne produit point de mouvement dans les nœuds des quatre premiers satellites; mais le cinquième satellite étant beaucoup plus loin de l'anneau, & différant de 12^d de son plan, la force de l'anneau n'a pas suffi pour y ramener le cinquième satellite, & l'action du Soleil aura tout son effet sur le nœud de celui-ci, quoiqu'elle n'en ait aucun sur les quatre autres.

Il y a aussi une incertitude sur le mouvement du cinquième satellite: dans les Transactions philosophiques de 1718, n.^o 356, abr. IV, 323. M. Pound augmenta de 9 minutes le mouvement annuel, qu'il fit de $7^l 6^d 32'$. M. Cassini, en 1714, le fit de $7^l 6^d 27'$ seulement; c'est une nouvelle difficulté qu'on pourra lever par les observations que je propose.

D'après ces réflexions, j'avois écrit à tous les Astronomes qui étoient munis d'assez bons télescopes, à M. Herschel, à Mylord Malborough, & à M. Bernard, correspondant de

Mai 1788.

l'Académie, à Marseille, dont le zèle & l'intelligence m'étoient connus; je l'invitois à profiter de la digression occidentale de ce satellite, dans laquelle il est le plus visible, & qui alloit arriver au commencement de Décembre. Mon attente n'a pas été trompée, & M. Bernard m'envoya d'abord, au mois de Janvier, quatorze positions du cinquième satellite; mais comme le grossissement du télescope n'étoit pas alors assez considérable, je ne les rapporterai pas dans ce Mémoire.

Pour déterminer la quantité dont le satellite étoit éloigné de la ligne des anses, il dispoit une lame qui est dans son micromètre, de manière qu'en plaçant le centre de Saturne sur son bord inférieur, cette lame fut sur la ligne des anses; il faisoit remonter ensuite Saturne jusqu'à ce qu'il fût entièrement caché, & lorsqu'il commençoit à paroître, il comptoit le nombre de secondes qu'il falloit pour qu'il parût tout entier; il comptoit aussi le nombre de secondes qui s'écouloient depuis que le satellite paroissoit au-dessous de la plaque, jusqu'à ce que la ligne des anses arrivât au bord de la plaque, & par les temps écoulés, il trouvoit la distance du satellite à la ligne des anses.

Supposons que Saturne emploie 12 secondes à traverser le bord inférieur de la plaque, lorsque ce bord étoit parallèle à la ligne des anses, & que le satellite entre sous la plaque, 11 secondes, avant que la ligne des anses s'y trouve; on en conclut que le diamètre de Saturne étant de douze parties, la distance de Saturne à la ligne des anses, étoit de 11 parties; on ne pouvoit employer une méthode plus sûre & plus facile pour cette observation délicate, & si M. Cassini l'eût employée, il auroit déterminé l'inclinaison bien plus exactement.

C'est ainsi que M. Bernard a fait sur le cinquième satellite une suite d'observations complètes & très-bien d'accord, dans les positions les plus favorables pour déterminer l'inclinaison & le nœud, avec un équipage qui grossissoit plus de six cents fois. Je vais les rapporter avec les
conséquences

conséquences que j'en ai déduites ; on y voit d'abord le temps vrai, ensuite le nombre de secondes de temps dont le satellite précédoit ou suivoit Saturne au fil horaire ; enfin la quantité dont il étoit au midi ou au nord de la ligne des anses, le diamètre de Saturne étant supposé de vingt parties.

	TEMPS VRAI à Marseille.		DIFFÉRENCE des pass. entre ζ & le satellite.	DISTANCE à la ligne des anses, le diam. de ζ étant 20.
	H.	M.	S.	
1787. Juillet.	19	11. 36.	11. occident.	24 $\frac{1}{2}$ au-dessous.
	22	11. 37	19.	27.
	23	11. 7	21 $\frac{1}{2}$.	27.
	24	11. 7	23 $\frac{1}{2}$.	26 $\frac{1}{2}$.
	25	11. 27	26.	32.
	26	11. 49	28.	26 $\frac{2}{3}$.
	27	10. 37	30.	28 $\frac{1}{2}$.
	28	10 30.	31 $\frac{1}{2}$.	33.
Août.	1	10. 42	36 $\frac{2}{3}$.	34.
	3	10. 33	38.	45.
	4	10. 35	38 $\frac{1}{4}$.	45.
	5	10. 53	38 $\frac{1}{2}$.	48.
	6	11. 1	38.	44.
	7	10. 53	37 $\frac{1}{4}$.	48.
	9	10. 37	35 $\frac{1}{3}$.	42.
	11	10. 41	32 $\frac{1}{3}$.	36.
	12	11. 11	31.	33.
	13	11. 7	29.	29.
	14	11. 17	27.	27.
	22	10. 6	5.	7. au-dessus.
	23	9. 13	2.	10.
	29	10. 14	17 $\frac{1}{2}$ orientale.	28 $\frac{1}{2}$.
Sept.	31	9. 50	22.	32.
	1	8. 20	24 $\frac{1}{2}$.	35.

Mém. 1786.

Bbb

	TEMPS VRAI à Marseille.		DIFFÉRENCE des pass. entre \mathcal{H} & le satelite.	DISTANCE à la ligne des anses, le diam. de \mathcal{H} étant 20.
	H.	M.	S.	
1787. Sept. 3	10.	17	29. orientale.	40. au-dessus.
7	10.	22	36.	45.
8	8.	22	37.	45.
9	8.	8	38.	45.
12	10.	20	38 $\frac{1}{2}$.	
13	8.	0	39.	
Octob. 6	7.	18	12. occident.	30. au-dessous.
9	10.	40	20.	48.
16	6.	41	33.	61 $\frac{2}{3}$.
19	10.	58	35 $\frac{1}{2}$.	58 $\frac{1}{3}$.
20	6.	12	36.	57.
21	6.	37	36.	55.
22	6.	25	36.	53.
25	7.	36	34 $\frac{1}{2}$.	50.

Les observations de M. Bernard ont confirmé ce que Cassini avoit dit sur la diminution de lumière du cinquième satelite, quand il est à l'orient de Saturne : sa lumière s'affoiblit vers sa plus grande digression orientale, au point qu'on a beaucoup de peine à le voir jusqu'après sa conjonction inférieure; il reprend tout son éclat avant de parvenir à sa plus grande digression occidentale, & on le voit encore bien vers sa conjonction supérieure.

Ayant rapporté toutes les observations sur une grande figure, j'ai d'abord vu que la trace du satelite faisoit avec la ligne des anses un angle de 4 à 5 degrés.

Pour calculer l'observation du 4 Août, j'ai cherché par mes Tables la longitude géocentrique de Saturne $10^{\circ} 26^{\prime} 38''$: on pourroit en ôter $7''$, d'après les observations de l'opposition de Saturne; sa latitude $1^{\circ} 32'$ australe, sa distance à la Terre $0,8845$, son diamètre $19''4$; d'où il suit que la

plus grande distance du satellite doit être de $9' 23''$, vue de la Terre ce jour-là.

Soit NBS (fig. 1), l'orbite du Soleil autour de Saturne, CSO l'anneau de Saturne, NAO l'écliptique, ABC l'orbite du cinquième satellite, T le lieu de la Terre, dont la latitude boréale est $1^d 32'$, & la distance EO au nœud de l'anneau $20^d 38'$; en résolvant les deux triangles ETO & OTF , on trouve l'angle ETF $29^d 15'$, c'est l'angle de l'écliptique & de l'anneau, & supposant l'inclinaison de l'orbite du satellite sur l'écliptique $24^d 45'$, on a $4^d 30'$ pour l'angle de l'orbite & de l'anneau, ou l'angle que faisoit le grand axe de l'ellipse décrite par le satellite avec le grand axe de l'anneau ou la ligne des anses, c'est l'angle SDA (fig. 2). Je me contente de prendre la différence de ces deux angles, parce que la Terre étant dans le nœud du satellite sur l'écliptique, on apercevoit de la Terre toute l'inclinaison de ces deux cercles; l'angle de l'écliptique avec le parallèle à l'équateur étoit dans ce point-là de $19^d 56'$; ainsi l'angle ADG de l'anneau & de l'équateur étoit de $9^d 19'$. La différence d'ascension droite fut observée de $38'' \frac{1}{4}$; d'où je conclus que la distance DG , parallèlement à l'équateur, étoit $9' 18''$, & SD $9' 20'' 3$; on trouve $9' 23''$ par le calcul, ce qui fait voir que la distance du satellite est bien connue; Je trouve aussi que la distance SA , du satellite à l'anneau $2 \frac{1}{4}$ diamètre de Saturne, revenoit à $43'' 7$; d'où il suit que l'angle SDA étoit de $4^d 27'$; cet angle ôté de l'angle de l'écliptique avec l'anneau $29^d 15'$, donne l'inclinaison du cinquième satellite sur l'écliptique $24^d 48'$.

L'observation du 8 Septembre, faite à l'autre extrémité de l'orbite, m'a donné $24^d 45'$; ces deux quantités diffèrent si peu, qu'on doit être étonné de leur accord,

Les observations du 22 & du 23 Août, m'ont servi à trouver le lieu du nœud. Par exemple, le 22 la longitude de la Terre étoit $4^h 25^m 15^s$, & sa latitude $1^d 34'$; la différence DL $72'' 8$, & HK $6'' 8$; d'où j'ai conclu DH $75'' 3$, HM $13'' 1$, & DM $74'' 2$ sur le grand axe du satellite: ainsi la distance à la conjonction étoit de $7^d 31'$, & l'ordonnée HM ,

divisée par le cosinus de cette distance à la conjonction, & par le rayon de l'orbite $9' 27''$, donne la demi-ouverture de l'ellipse que décrivait le satellite, ou l'angle d'élevation de la Terre au-dessus du plan de l'orbite du satellite $1^{\text{d}} 20'$, c'est TG (fig. 1). Or connoissant TG & TE , avec l'angle GAE , qui est l'inclinaison déterminée ci-dessus, il est aisé de trouver AE , ce qui donne le lieu A du nœud $4^{\text{f}} 25^{\text{d}} 3'$ sur l'écliptique, au lieu de $5^{\text{f}} 4^{\text{d}}$ que Cassini trouvoit en 1714. Ainsi la rétrogradation auroit été de 9^{d} , en supposant exact le calcul de Cassini, mais on va voir qu'elle est beaucoup moindre. L'observation du 23, m'a donné $4^{\text{f}} 25^{\text{d}} 6'$; on est encore étonné de cet accord. Connoissant l'inclinaison & le nœud A du satellite sur l'écliptique, on peut en déduire le nœud B sur l'orbite de Saturne, $4^{\text{f}} 28^{\text{d}} 20'$, & l'inclinaison B $22^{\text{d}} 42'$; de même que le nœud C sur l'anneau $7^{\text{f}} 5^{\text{d}} 31'$, & l'inclinaison C $12^{\text{d}} 14'$.

Ces inclinaisons sont fort différentes de celles que Cassini avoit estimées de 15 à 16^{d} , tant sur l'orbite que sur l'anneau; mais il n'avoit pas un moyen aussi exact de déterminer la distance du satellite à la ligne des anses, d'où dépend toute la précision de ce résultat.

L'inclinaison sur l'anneau seroit mieux déterminée, si le satellite eût été plus près de son nœud sur l'anneau où il ne passera que dans cinq ou six ans; il en est à 68^{d} sur l'orbite, & voilà pourquoi l'inclinaison qui est de $12^{\text{d}} 14'$, n'a produit cette année que $4^{\text{d}} \frac{1}{2}$ de différence entre les axes de l'orbite & de l'anneau: la tangente de $12^{\text{d}} 14'$ multipliée par le cosinus de 68^{d} , ne doit donner en effet que la tangente de $4^{\text{d}} 40'$.

Quand j'ai voulu calculer ces observations avec la position des nœuds, déterminée en 1714 par Cassini, j'ai trouvé une difficulté qui naît du passage même où Cassini explique son résultat. Il vit au commencement de Mai 1714, le cinquième satellite décrire une ligne droite qui passoit à peu-près par le centre de Saturne. Saturne étant à 5^{d} de la Vierge, il en conclut que le plan de son orbite vu de la Terre coupoit l'écliptique à 5^{d} de la Vierge; d'où il conclut par le moyen de la théorie de cette planète, que

l'intersection du plan de l'orbé du cinquième satellite avec l'écliptique, étoit à 4^d de la Vierge, éloigné vers l'occident, de 17^d des nœuds de l'anneau & des orbés des quatre autres satellites qu'il dit avoir été trouvés à 21^d du même signe (*Mém. 1714, page 374*).

Mais peu de temps après, M. Maraldi trouva par les observations exactes de l'anneau de Saturne, que son nœud étoit à 16^d de la Vierge sur l'écliptique, & non à 21 (*Mém. 1716, page 279*). Ainsi, il peut y avoir 5 degrés d'erreur, dans la supposition que l'intervalle des nœuds soit de 17^d . Pour rectifier cette supposition, je reprendrai l'observation immédiate de M. Cassini, savoir, qu'au commencement de Mai 1714, l'orbite du satellite passoit à-peu-près par le centre de Saturne, & j'en tirerai des conclusions plus exactes.

Je trouve pour le 1^{er} de Mai 1714, que la longitude géocentrique de Saturne étoit à $5^h 4^m 48^s$ avec $2^d 0'$ de latitude boréale. Soit BA l'écliptique (*fig. 3*), BC l'orbite de Saturne, T la Terre dans le plan même CN de l'orbite du cinquième satellite, l'angle N étant de $24^d \frac{3}{4}$, comme je l'ai trouvé. Le côté NA devoit être de $4^d 21'$: ainsi le nœud N du cinquième satellite sur l'écliptique devoit être alors à $11^h 0^m 27^s$; & comme le nœud descendant de l'anneau & des quatre autres satellites étoit à $11^h 16^m 17^s$, il y avoit $15^d 50'$ entre ces nœuds sur l'écliptique.

De-là il suit aussi que l'arc BC étoit de $42^d 59'$, & le nœud du satellite sur l'orbite de Saturne $11^h 4^m 11^s$ avec $22^d 52'$ d'inclinaison; & comme le nœud de l'anneau sur l'orbite étoit à $11^h 19^m 48^s$, il y avoit $15^d 38'$ de différence sur l'orbite de Saturne. Ces résultats sont fort différens de ceux de M. Cassini.

Si l'on suppose que le nœud C du cinquième satellite sur l'orbite, rétrograde de $5^d 50'$ en conservant la même inclinaison sur l'orbite, on trouvera le nœud N sur l'écliptique $10^h 24^m 47^s$, & l'inclinaison N sur l'écliptique $24^d 55'$ au lieu de $24^d 45'$; ainsi cette inclinaison augmente d'une minute tous les sept ans.

La position du nœud que je viens de trouver pour 1714, $11^{\circ} 4' 11''$, diffère de celle qui a lieu en 1787, de $5^{\circ} 51'$; c'est $4' 47''$ par année, au lieu de $3' 38''$ que j'ai trouvées par l'attraction seule du Soleil: je n'avois pas lieu d'espérer cette espèce de conformité, & je ne prétends pas en conclure que les observations & le calcul de la théorie aient même ce degré d'exactitude.

Pour trouver le jour où le satellite devoit passer sur la ligne des anses, il suffit de considérer que la tangente de la distance à la conjonction dans ce cas-là, est égale au sinus de l'ouverture de l'ellipse divisée par la tangente de l'angle que fait le grand axe de l'anneau avec celui de l'orbite du satellite. En effet, si nous supposons que SH (fig. 4) soit le demi-grand axe de l'orbite HBF du satellite & SBE la ligne des anses; soit SF le demi-petit axe de l'orbite, & AB une ordonnée parallèle au petit axe, qui exprime l'ouverture de l'ellipse en ce point-là, & qui est la projection du cosinus de la distance à la conjonction, ou de BF quand le satellite passera en B ; le sinus de la distance à la conjonction, est BC ou SA , & l'ouverture AB est égale au cosinus de cette même distance multiplié par le sinus de l'élevation de la Terre au-dessus du plan de l'orbite, qui règle l'ouverture de l'ellipse. Mais la ligne AB est égale à SA multipliée par la tangente de l'angle BSA que font les deux axes de l'orbite & de l'anneau; ainsi le sinus de la distance à la conjonction multiplié par la tangente de l'angle ASB est égal au cosinus de la distance à la conjonction, multiplié par le sinus de l'ouverture de l'ellipse: donc la tangente de la distance à la conjonction est égale au sinus de l'ouverture divisé par la tangente de l'angle des deux axes.

En effet, le passage du satellite par la ligne des anses est arrivé le 21 Août 1787, comme j'en ai jugé par la figure où j'avois rapporté les différentes observations: or la tangente de la distance à la conjonction $12^{\circ} \frac{1}{2}$, est en effet sensiblement égal au sinus de l'ouverture de l'ellipse 1 degré, divisé par la tangente de l'angle des deux axes qui étoit

$2^d \frac{1}{2}$; & ces trois élémens observés s'accordent avec ma formule qui en donne le rapport.

L'observation du 23 Août étoit si près de la conjonction supérieure du satellite avec Saturne, qu'elle est très-propre à la donner exactement; il n'y avoit que $3^d 2'$ de l'orbite du satellite, ce qui répond à $16^h 4'$; ainsi la conjonction géocentrique est arrivée le 24 à $1^h 17'$ de temps vrai à Marseille, ou $1^h 7'$ temps moyen à Paris, la longitude du satellite vue de Saturne, étant égale à celle de Saturne vue de la Terre, c'est-à-dire, $10^f 25^d 11'$. Mais cette longitude marquée par un plan perpendiculaire à l'orbite du satellite, diffère de celle de Saturne dans la sienne au moment de la conjonction; il faut en ôter la réduction dans le premier quart, & l'ajouter dans le second: ainsi la longitude du satellite dans son orbite étoit $10^f 25^d 26'$. Les Tables de Cassini donnent 8 degrés de plus.

Les observations du 23 Novembre & du 21 Décembre 1786, m'avoient déjà donné un résultat semblable, par deux conjonctions du satellite & de Saturne, l'une qui a précédé, l'autre qui a suivi; car la plus grande digression étoit de $7' 59''$, à la distance où étoit Saturne 1038 , & les distances à Saturne $4' 17''$, & $3' 32''$: les arcs dont ces quantités sont les sinus, répondent à peu-près à 8 jours & à 6 jours; mais en les limitant de manière que la demi-revolution soit de 40 jours, on trouve 6 jours deux tiers, & 5 jours & un tiers, & la conjonction inférieure le 16 à 15 heures. Mais, suivant les Tables de M. Cassini, elle a dû arriver le 14 à 12 heures: ainsi il y a eu deux jours & trois heures de retard sur la conjonction, ou $9^d 39'$ de son orbite, dont il faudroit diminuer le mouvement de soixante-douze ans. M. Cassini avoit remarqué dans le cinquième satellite, des inégalités qui paroissent aller jusqu'à 6^d (*Mém. 1716, page 217*). Mais, en les supposant telles, il y auroit encore un retard, & par conséquent une diminution à faire sur le mouvement du satellite qui se trouve dans ces Tables.

M. Bernard a aussi observé les quatre autres satellites:

il a trouvé le premier satellite de 12^d en avance sur les Tables de Cassini ; le deuxième de 20 à 22^d en avance ; le troisième de 3 à 10^d en avance ; le quatrième de 0 à 6^d en retard , & le cinquième de 8^d : j'ai trouvé aussi 8^d dans le résultat précédent. Ces différences peuvent venir de l'imperfection des moyens mouvemens dans les Tables ; mais il y en a sans doute une partie qui vient des inégalités réelles des satellites , qu'on ne pourra déterminer que par un grand nombre d'observations faites avec de meilleurs télescopes , & dans des circonstances plus favorables ; car M. Bernard n'a pu observer les satellites intérieurs que vers leurs plus grandes digressions , lorsqu'ils étoient dans la ligne des anses. J'apprends que M. Herschel s'occupe de ces observations , & je ne doute pas qu'il ne nous procure tout ce qui sera nécessaire pour ces calculs ; je vais néanmoins rapporter les observations des quatre premiers satellites , que M. Bernard m'a communiquées.

I. ^{er} Satellite.	{	1787. Sept. 9... $8^h 8'. 3'' \frac{1}{2}$ à l'or. sur la ligne des anses. <i>Bonne Observation.</i>
		Déc. 20... 6.44..3. à l'orient sur la ligne des anses.
		Oct. 19... 10.58..4.+ à l'occid. sur la ligne des anses.
		Oct. 26... 7.40..4.+ à l'orient sur la ligne des anses.
II. ^e Satellite.	{	Nov. 6... 6.23.. plus grande digression.
		1788. Janv. 8... 6. 0..4. à l'or. Il étoit au-dessous de la ligne des anses ; s'il eût été sur cette ligne , il auroit eu encore plus de 17^d d'avancement : ainsi cette observation confirme celles qui ont donné 20^d .
III. ^e Satellite.	{	1787. Oct. 6... 10. 8.. $5'' \frac{1}{2}$ à l'or. au-dessous de la ligne des anses de deux diamètres du satellite environ.
		15... 11. 10.. $5 \frac{1}{2}$ à l'or. au-dessus de la ligne des anses de 2 diam. du satellite.
		20... 6. 12.. $6 \frac{1}{2}$ à l'or. au-dessus de la ligne des anses.
		22... 6. 25.. 5 à l'occid. sur la ligne des anses.

IV.^e Satellite.

1786. Juin. 9... 2^h. 33'... σ inférieure un peu passée.
 Juil. 26... 10. 49... σ avec le bord oc. du globe de ζ .
 Août. 11... 11. 20... σ avec l'extrémité occidentale de
 l'anse. *Bonne Observation.*
 18... 10. 48... conjonction avec l'extrémité de
 l'anse. *B. O.*
 Sept. 3... 10. 17... conjonction avec l'extrémité occi-
 dentale de l'anse *B. O.*
 28... 7. 0... conjonc. avec l'extrémité occi-
 dentale, passée de 2 ou 3 diam.
 du satellite.
 Oct. 9... 10. 40.. 14. à l'or. sur la ligne des anses. *B. O.*
 21... 6. 37... conjonction avec le milieu de la
 larg. de l'anneau, vers l'occident.

Ces observations annoncent que le quatrième satellite est un peu en retard sur les Tables; mais elles ne donnent pas toutes le même résultat, & cela vient probablement de ses inégalités.

Je terminerai ce Mémoire en rapportant les observations qui servirent à M. Cassini le fils en 1716, pour construire ses Tables, & qui pourront servir à les corriger par le moyen des observations précédentes.

			TEMPS		LONGITUDE		
			moyen.		vue de Saturne.		
			H.	M.	S.	D.	M.
I.	1685.	31 Mars.	10.	19	4.	3.	49
	1714.	18 Avril.	9.	36	0.	27.	55
II.	1685.	24 Avril.	8.	38	10.	11.	56
	1714.	7 Mai.	9.	26	3.	20.	10
III.	1673.	25 Juil.	12.	6	1.	14.	2
	1714.	4 Avril.	10.	3	11.	24.	8
IV.	1659.	14 Mars.	8.	9	0.	29.	37
	1714.	11 Fev.	10.	15	11.	9.	18
V.	1673	16 Juil.	12.	5	6.	21.	59
	1714.	5 Mai.	9.	30	4.	28.	7