

EXAMEN

DE LA DERNIÈRE RÉVOLUTION DE JUPITER,
Et des élémens actuels de son orbite.

Par M. DE LA LANDE.

DEPUIS l'impression de mes Tables astronomiques, en 1771, j'ai continué d'examiner les oppositions des Planètes, pour constater les élémens que j'avois adoptés, ou reconnoître les variations qui pourroient y arriver. Jupiter & Saturne, sont les deux Planètes les plus susceptibles de dérangement à cause de la lenteur de leur mouvement; il y faudra joindre la planète de Herschel, lorsque nous l'aurons observée assez long-temps pour apercevoir ses inégalités. Celles de Jupiter, produites par l'action de Saturne, ont été calculées par M. Euler (*Prix de 1752*), & par Mayer, (*Connoissance des Temps, 1763 & 1764**). M. Wargentin, avoit employé dans ses Tables de Jupiter, ces inégalités, & en les publiant dans mon *Astronomie*, en 1771, j'avois adopté, comme M. Wargentin, une augmentation de 2' 15" par siècle, dans l'équation de l'orbite de Jupiter, avec des perturbations produites par l'action de Saturne, dont la plus forte étoit de 4' 38", & dont la somme va jusqu'à 10' 14"; mais je vois que tout cela ne sauve point les inégalités, & je trouve encore 5' d'erreur dans l'opposition de 1784. Je crois donc qu'il est plus naturel de laisser encore aux Tables leur ancienne simplicité, & de chercher les élémens de l'orbite de Jupiter en la supposant purement elliptique; mais en variant & combinant un grand nombre d'oppositions dans les divers

Lû
le 24 Nov.
1784.

* Dans le volume de 1763, page 128, il faut changer les signes des Tables II & III.

302 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

points de l'orbite, & les différentes configurations avec Saturne. La méthode que j'ai donnée dans les *Mémoires de 1775, page 232*, est si simple, si courte & si comode, elle donne tous les élémens de l'orbite en si peu de temps, que l'on ne doit pas négliger de repasser souvent les orbites des Planètes; c'est ainsi que l'on parviendra à déterminer les valeurs moyennes des élémens, indépendamment des perturbations, & qu'on reconnoitra les dérangemens qui pourroient y survenir.

Celui que j'ai indiqué dans le mouvement de Saturne, (*Mémoires de l'Académie, 1765, page 361*), est si considérable, qu'il est à craindre que nous n'en trouvions par la suite un pareil dans le mouvement de Jupiter; c'est ce que M. Wargentín me paroissoit soupçonner dans une lettre qu'il m'écrivit le 12 Janvier 1781, où il me disoit: *une irrégularité dans le lieu de Jupiter lui-même, qui a lieu depuis 1773, est en partie cause de l'irrégularité apparente des Satellites.* C'est ce que j'ai voulu vérifier par les recherches dont je rendrai compte dans ce Mémoire, où l'on verra que l'irrégularité est peu sensible.

Voici trois oppositions observées dans les deux apsidés, & dans un des points de la plus grande équation.

ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS MOYEN de l'oppoſit.		LONGITUDE ſur l'ÉCLIPTIQUE.				Réduſt. S.	CORRECT. des TABLES. M. S.	ANOMALIE moyenne des TABLES.				MOUVEMENS OBSERVÉS.						
		H.	S.	S.	D.	M.	S.			S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.			
1773.	Sept. 26	15.	17	0.	4.	16.	49	+	4	+	0.	52	5.	24.	5.	33	3. 15. 55. 51.			
1777.	Janv. 9	12.	28	3.	20.	12.	33	+	11	-	1.	13	9.	3.	52.	11	3. 2. 0. 57.			
1780.	Avril 11	1.	40	6.	22.	13.	54	-	13	-	4.	2	0.	12.	32.	20	6. 17. 56. 48.			

A la suite des longitudes observées par rapport à l'écliptique, j'ai mis les réductions qu'il faut employer pour les réduire à l'orbite de Jupiter; ensuite la correction de mes Tables, ou la quantité qu'il faut y appliquer pour avoir les longitudes observées, mais sans avoir égard aux perturbations, ni à l'augmentation de l'équation, depuis 1760.

J'ai mis ensuite l'anomalie moyenne de Jupiter, suivant mes Tables, pour servir à mes différentes hypothèses; enfin les mouvemens observés, ou les différences des longitudes vraies sur l'orbite, qui doivent être représentées exactement, & servent à vérifier mes hypothèses.

Première hypothèse. Avec les anomalies & les équations qui sont dans mes Tables, je trouve le mouvement total de 1773 à 1780, trop fort de $4' 54''$, comme on le voit par la somme des erreurs des Tables qui sont en sens contraire.

En diminuant l'aphélie, ou augmentant les anomalies moyennes, de $20'$, je trouve cet excès diminué de $3' 51''$.

Ainsi, pour le faire disparaître en entier par le seul changement de l'aphélie, il faut ajouter $25' 27''$ aux anomalies; la plus grande équation étant supposée comme dans mes Tables, de $5^d 34' 1''$.

Seconde hypothèse. Avec les anomalies augmentées de $25' 27''$, & les Tables d'équations qui sont dans Halley, je ne trouve plus le mouvement trop fort que de $12''$, entre 1773 & 1780. Pour corriger cet excès, je trouve qu'il suffit d'ajouter encore $1' 2''$ de plus aux anomalies, c'est-à-dire, en total, $26' 29''$; la plus grande équation étant comme dans Halley, $5^d 31' 36''$.

Troisième hypothèse. Ayant calculé la seconde observation, ou la longitude pour 1777, dans chacune de ces deux hypothèses qui satisfont au mouvement total, $6^d 17^d 56' 48''$; je trouve dans la première hypothèse, que le mouvement de 1773 à 1777, seroit trop petit de $51''$,

& dans la seconde hypothèse, de $3' 36''$, ce qui fait $2' 45''$ de plus. Ainsi ces deux hypothèses qui diffèrent de $1' 2''$ pour les anomalies, & de $2' 23''$ pour la plus grande équation, produisent $2' 45''$ de différence pour le mouvement de 1773 à 1777. Par le moyen de deux petites proportions, je trouve que, pour augmenter de $51''$, ce mouvement, & corriger l'erreur de la première hypothèse, il faut augmenter l'équation de $45''$, & diminuer de $19''$ la correction de l'aphélie; & par-là on satisfera au mouvement $3^f 15^d 55' 51''$, comme au mouvement total, $6^f 17^d 56' 48''$.

Pour calculer les trois longitudes avec des anomalies augmentées de $25' 8''$, & avec la plus grande équation $5^d 34' 46''$, il faut augmenter les trois équations de $5''$, de $45''$ & de $9''$, à proportion de la différence qu'il y a entre les Tables de Halley & les miennes. C'est le moyen le plus facile d'avoir promptement les équations comme on le voit dans la Table ci-dessous, où j'ai mis pour trois degrés d'anomalie moyenne, les équations de Jupiter, suivant mes Tables & suivant celles de Halley.

ANOMAL. MOYENNE.	ÉQUATIONS.		POUR 45 secondes de DIFFÉRENCE.
	Mes TABLES.	HALLEY.	
	S. D.	D. M. S.	
5. 24	0. 37. 9	0. 36. 52	5.
9. 4	5. 31. 14	5. 28. 51	45.
0. 13	1. 10. 54	1. 10. 26	9.

Par les quantités dont ces équations diffèrent, on trouve aisément de combien différeroient celles qui supposeroient pour

pour la plus grande équation 45" de plus que ma Table; par exemple, pour 5^f 24^d, les équations diffèrent de 17" dans les deux Tables, ou la plus grande équation diffère de 2' 23"; donc pour 45", il y auroit 5", & l'équation feroit 37' 14" dans une nouvelle Table que l'on auroit dressée d'après cette plus grande équation, 5^d 34' 46".

Ayant ainsi calculé les trois longitudes, je les trouve plus grandes de 1' 39" que celles qui ont été observées; c'est ce qu'il faudroit ôter des époques de Jupiter, dans mes Tables, pour satisfaire aux trois oppositions que je viens d'employer, en même temps qu'on ajouteroit 45" à la plus grande équation, & qu'on ôteroit 24' 57" de l'aphélie.

Voici trois autres oppositions de Jupiter, dont les lieux sont assez voisins des apfides & du point de la plus grande équation, pour pouvoir donner assez bien les mêmes élémens.

ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS MOYEN de l'oppofit.	LONGITUDE sur L'ÉCLIPTIQUE.				REDUCT. S.	CORRECT. des TABLES. M. S.	ANOMALIE moyenne de JUPITER.			
			S.	D.	M.	S.			S.	D.	M.	S.
1779.	Mars 12	12. 31	5.	22.	18.	37	+ 14	— 4. 0	11.	9.	40.	28.
1782.	Juin 14	17. 14	8.	24.	6.	40	— 14	— 0. 31	2.	18.	33.	49.
1784.	Août 25	2. 21	11.	2.	54.	4	+ 26	+ 2. 37	4.	25.	13.	51.
			2. 10 ²	11.	2.	53. 40.	M. MALLET.					

En faisant les mêmes calculs avec ces trois longitudes, j'ai trouvé qu'il faudroit ôter 47" des époques de mes Tables, 1' 6" de la plus grande équation, & 33' 12" du lieu de l'aphélie.

Si l'on prend un milieu entre ces deux résultats, on aura les élémens qui répondent le mieux à la dernière

Mém. 1784.

Q q

pour la plus grande équation 45" de plus que ma Table; par exemple, pour 5' 24^d, les équations diffèrent de 17" dans les deux Tables, ou la plus grande équation diffère de 2' 23"; donc pour 45", il y auroit 5", & l'équation seroit 37' 14" dans une nouvelle Table que l'on auroit dressée d'après cette plus grande équation, 5^d 34' 46".

Ayant ainsi calculé les trois longitudes, je les trouve plus grandes de 1' 39" que celles qui ont été observées; c'est ce qu'il faudroit ôter des époques de Jupiter, dans mes Tables, pour satisfaire aux trois oppositions que je viens d'employer, en même temps qu'on ajouteroit 45" à la plus grande équation, & qu'on ôteroit 24' 57" de l'aphélie.

Voici trois autres oppositions de Jupiter, dont les lieux sont assez voisins des apsidés & du point de la plus grande équation, pour pouvoir donner assez bien les mêmes élémens.

ANNÉES.	MOIS & J O U R S.	TEMPS MOYEN de l'oppoſit.	LONGITUDE		REDUCT.	CORRECT. des TABLES.	ANOMALIE			
			ſur L'ÉCLIPTIQUE.				moyenne de JUPITER.			
		H. M.	S.	D. M. S.	S.	M. S.	S.	D.	M.	S.
1779.	Mars 12	12. 31	5.	22. 18. 37	+ 14	- 4. 0	11.	9.	40.	28.
1782.	Juin 14	17. 14	8.	24. 6. 40	- 14	- 0. 31	2.	18.	33.	49.
1784.	Août 25	2. 21	11.	2. 54. 4	+ 26	+ 2. 37	4.	25.	13.	51.
		2. 10 ¹ / ₂	11.	2. 53. 40.	M. MALLET.					

En faisant les mêmes calculs avec ces trois longitudes, j'ai trouvé qu'il faudroit ôter 47" des époques de mes Tables, 1' 6" de la plus grande équation, & 33' 12" du lieu de l'aphélie.

Si l'on prend un milieu entre ces deux résultats, on aura les élémens qui répondent le mieux à la dernière

Mém. 1784.

Q q

verra l'influence que peuvent avoir sur le progrès de ces erreurs, & les élémens de l'orbite de Jupiter, & l'attraction de Saturne. Cette Table est le premier secours qu'on doit se préparer pour discuter les élémens de la Planète qui nous occupe.

ERREURS des Tables de Jupiter, en négligeant les perturbations.

ANNÉES.	ERREURS.		ANOMALIES de JUPITER.			DISTANCES de JUPITER à Saturne.		
	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.
1680.	—	2. 13	7.	27.	25	10.	23.	41.
1682.	—	2. 6	9.	0.	31	11.	13.	1.
1683.	—	1. 4	10.	3.	29	0	0.	12.
1684.	+	0. 36	11.	6.	21	0.	16.	34.
1685.	+	1. 6	0.	9.	13	1.	2.	41.
1686.	+	1. 2	1.	12.	9	1.	19.	24.
1687.	—	0. 17	2.	15.	2	2.	7.	32.
1688.	—	2. 34	3.	18.	26	2.	27.	38.
1689.	—	4. 46	4.	21.	50	3.	21.	2.
1690.	—	5. 7	5.	25.	18	4.	14.	15.
1691.	—	4. 33	6.	28.	43	5.	8.	41.
1692.	—	1. 22	8.	1.	59	6.	2.	9.
1694.	+	0. 55	9.	5.	4	6.	23.	46.
1695.	+	2. 39	10.	8.	1	7.	13.	32.
1696.	+	2. 46	11.	10.	53	8.	2.	1.
1697.	+	1. 56	0.	13.	45	8.	19.	53.
1698.	+	1. 27	1.	16.	41	9.	7.	51.
1699.	—	0. 50	2.	19.	46	9.	27.	2.
1700.	—	3. 17	3.	23.	2	10.	17.	35.
1701.	—	2. 1	4.	26.	26	11.	9.	50.
1702.	—	0. 27	5.	29.	55	0.	3.	0.
1703.	+	0. 40	7.	3.	19	0.	25.	47.
1704.	+	1. 58	8.	6.	33	1.	16.	53.
1706.	+	2. 27	9.	9.	37	2.	5.	44.
1707.	+	1. 30	10.	12.	32	2.	23.	35.
1708.	+	0. 25	11.	15.	24	3.	8.	14.

Q q ij

ANNÉES.	ERREURS.	ANOMALIES			DISTANCES		
		JUPITER.			de JUPITER à Saturne.		
		M.	S.		S.	D.	M.
1709.	+ 0. 16	0.	18.	16	3.	23.	3.
1710.	+ 0. 22	1.	21.	14	4.	8.	48.
1711.	+ 2. 6	2.	24.	20	4.	25.	50.
1712.	+ 3. 31	3.	27.	38	5.	14.	59.
1713.	+ 4. 39	5.	1.	4	6.	6.	16.
1714.	+ 5. 57	6.	4.	32	6.	29.	1.
1715.	+ 3. 3	7.	7.	54	7.	21.	47.
1716.	+ 2. 17	8.	11.	7	8.	13.	32.
1718.	+ 0. 48	9.	14.	9	9.	3.	38.
1719.	- 1. 51	10.	17.	4	9.	22.	20.
1720.	+ 2. 7	11.	19.	55	10.	10.	14.
1721.	+ 4. 16	0.	22.	48	10.	28.	8.
1722.	+ 2. 55	1.	25.	47	11.	16.	43.
1723.	+ 4. 8	2.	28.	55	0.	6.	46.
1724.	+ 2. 10	4.	2.	13	1.	8.	43.
1725.	+ 6. 8	5.	5.	40	1.	22.	33.
1726.	+ 1. 37	6.	9.	8	2.	17.	4.
1727.	- 3. 12	7.	12.	29	3.	11.	2.
1728.	- 0. 57	8.	15.	40	4.	3.	13.
1730.	- 2. 50	9.	18.	41	4.	23.	10.
1731.	- 2. 20	10.	21.	35	5.	11.	13.
1732.	- 1. 13	11.	24.	26	5.	27.	59.
1733.	+ 0. 14	0.	27.	20	6.	14.	18.
1734.	+ 3. 3	2.	0.	20	7.	1.	4.
1735.	+ 4. 14	3.	3.	29	7.	18.	53.
1736.	+ 2. 39	4.	6.	49	8.	8.	23.
1738.	- 0. 19	6.	13.	43	9.	21.	12.
1739.	- 0. 56	7.	17.	4	10.	12.	23.
1740.	- 1. 22	8.	20.	13	11.	2.	4.
1742.	- 1. 8	9.	23.	13	11.	20.	0.
1743.	- 0. 9	10.	26.	7	0.	6.	46.
1744.	+ 0. 28	11.	28.	58	0.	23.	30.
1745.	+ 1. 3	1.	1.	52	1.	9.	32.
1746.	- 1. 36	2.	4.	53	1.	27.	12.
1747.	- 5. 0	3.	8.	3	2.	16.	45.

ANNÉES.	ERREURS.	ANOMALIES de JUPITER.			DISTANCES de JUPITER à Saturne.		
		<i>M. S.</i>	<i>S. D. M.</i>	<i>S. D. M.</i>			
1748.	- 7. 19	4. 11. 24	3. 8. 34.				
1749.	- 8. 49	5. 14. 52	4. 2. 20.				
1750.	- 7. 17	6. 18. 19	4. 27. 50.				
1751.	- 5. 33	7. 21. 38	5. 21. 27.				
1752.	- 0. 51	8. 24. 47	6. 13. 8.				
1754.	+ 1. 34	9. 27. 45	7. 3. 28.				
1755.	+ 1. 46	10. 0. 38	7. 22. 14.				
1756.	+ 1. 4	0. 3. 30	8. 10. 9.				
1757.	- 0. 19	1. 6. 24	8. 28. 2.				
1758.	- 2. 49	2. 9. 26	9. 16. 58.				
1759.	- 5. 30	3. 12. 38	10. 6. 35.				
1760.	- 6. 37	4. 16. 0	10. 28. 14.				
1761.	- 4. 8	5. 19. 29	11. 21. 9.				
1762.	4. 19	6. 22. 55	0. 14. 5.				
1763.	- 1. 52	7. 26. 13	1. 5. 43.				
1765.	- 0. 56	8. 29. 19	1. 25. 10.				
1766.	- 1. 3	10. 2. 17	2. 12. 30.				
1767.	- 1. 58	11. 5. 9	2. 28. 19.				
1768.	- 2. 54	0. 8. 1	3. 13. 23.				
1769.	- 3. 31	1. 10. 56	3. 28. 46.				
1770.	- 3. 52	2. 14. 0	4. 15. 20.				
1771.	- 2. 9	3. 17. 14	5. 3. 49.				
1772.	- 0. 9	4. 20. 37	5. 24. 45.				
1773.	+ 0. 55	5. 24. 6	6. 17. 6.				
1774.	+ 0. 18	6. 27. 31	7. 10. 10.				
1775.	+ 0. 40	8. 0. 47	8. 2. 27.				
1777.	- 1. 4	9. 3. 54	8. 23. 7.				
1778.	- 2. 45	10. 6. 49	9. 12. 19.				
1779.	- 3. 58	11. 9. 40	10. 0. 23.				
1780.	- 4. 11	0. 12. 32	10. 18. 15.				
1781.	- 2. 24	1. 15. 31	11. 7. 37.				
1782.	- 0. 32	2. 18. 34	11. 27. 6.				
1783.	- 3. 24	3. 21. 54	0. 17. 37.				
1784.	+ 2. 37	4. 25. 14	1. 10. 49.				
1785.	+ 0. 43	5. 28. 42	2. 5. 21.				

J'ai supposé 20' d'erreur dans la longitude de 1727, rapportée par M. Cassini, comme l'indique le temps de l'opposition.

En comparant les années 1725 & 1784, dans lesquelles Jupiter & Saturne étoient à peu-près à pareilles situations, on voit que l'erreur des Tables a diminué de 4', ce qui indiqueroit une diminution à faire sur le moyen mouvement de Jupiter, employé dans mes Tables.

En comparant 1690 & 1749, 1714 & 1773, on trouve aussi une différence de 4'; ainsi depuis un siècle, le mouvement de Jupiter paroît toujours le même. Il n'y a qu'une seule erreur qui passe 7', c'est celle de 1749; il est vrai qu'il n'y a pour cette opposition, qu'une seule observation du passage de Jupiter (*Mém. de 1754, p. 326*). Mais l'erreur surpasse à peine de 4' celle qui avoit lieu cinquante-neuf ans auparavant; ainsi elle diminueroit si l'on faisoit le mouvement plus petit. Cependant, on augmenteroit par-là celle de 1725, qui est déjà très-forte, mais elle seroit au moins la seule. Ainsi cela n'empêche pas que je ne regarde le mouvement de Jupiter comme étant réellement plus petit que dans mes Tables, du moins dans ce siècle-ci, quoique Halley l'ait fait un peu plus grand.

Enfin, on ne voit rien dans ces erreurs, qui ne puisse être attribué, soit au défaut dans les élémens de Jupiter, soit à l'attraction de Saturne, & rien n'indique une altération sensible dans le mouvement de Jupiter, dans la dernière révolution, ni même dans ce siècle-ci.

Depuis la lecture de ce Mémoire, M. de la Place a reconnu, en 1786, par la théorie, une équation d'environ vingt minutes, dont la période est de huit cents soixante-dix-sept ans, & qui est produite par l'action de Saturne. Elle servira probablement à expliquer, non-seulement, l'équation séculaire de Jupiter, mais encore une partie des inégalités qu'on aperçoit dans la Table précédente.

Je terminerai ce Mémoire, en rapportant le calcul que

j'ai fait des anciennes observations de Jupiter, qui sont dans l'Almageste, pour en conclure le mouvement moyen de Jupiter, en faisant aux observations les corrections que j'ai expliquées (*Mémoires de 1766, page 467.*) J'y ai ajouté la parallaxe annuelle & l'équation de l'orbite, afin d'avoir la longitude moyenne déduite de l'observation & la quantité dont elle diffère de celle des Tables. Cette quantité que l'on a appelée jusqu'ici *équation séculaire*, est produite, suivant M. de la Place, par cette équation de 20', dont la période est d'environ huit cents soixante-dix-sept ans; mais en attendant qu'on puisse appliquer cet élément aux observations anciennes, j'ai mis dans la dernière colonne de la Table suivante, le nombre de secondes qu'il faudroit ôter du mouvement annuel de mes Tables, 3^o 20' 37",68, suivant chacune de ces observations.

ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS moyen à PARIS.	L I E U O B S E R V É corrige.			Parallaxe annuelle.	ÉQUAT. de l'ORBITE.		LONGIT. MOYENNE déduite de l'Observation.			DIFF. des Tables	Chang. du mouv. ann.
			H. M.	S. D. M.	D. M.		D. M.	S. D. M.	D. M.	S.			
Av. J. C. 240	Sept. 3	13. 45	3. 7. 6	— 9. 25	— 4. 31	2. 23. 10	3. 9	5,67.					
Ap. J. C. 133	Mai 17	9. 8	7. 24. 13	+ 0. 4	+ 4. 45	7. 29. 2	2. 10	4,79.					
	136 Août 31	8. 8	11. 8. 57	— 0. 28	+ 0. 20	11. 8. 49	1. 55	4,43.					
	137 Oct. 7	15. 8	0. 15. 26	— 0. 20	— 2. 35	0. 12. 31	2. 10	4,78.					
	139 Juill. 10	15. 8	2. 16. 49	— 5. 34	— 4. 57	2. 6. 18	2. 34	5,66.					

Le milieu, entre les cinq résultats est 5",02, ce qui donne pour le mouvement annuel moyen 1^f 0^d 20' 32",66, plus petit de 1" $\frac{1}{3}$ seulement, que dans les Tables de M. Cassini.

Le mouvement annuel que j'ai conclu de ces observa-

tions, exigera quelques corrections relativement aux perturbations, mais c'est du moins la quantité qu'il faut employer d'abord pour connoître la période de la nouvelle équation; sauf à rectifier le moyen mouvement lorsqu'on connoitra les changemens de l'aphélie, de l'excentricité & de la longitude moyenne, que l'action de Saturne a dû produire dans le mouvement de Jupiter.

J'ai fait de semblables calculs pour le mouvement annuel de Saturne, que j'ai trouvé par les anciennes observations, $12^{\text{d}} 13' 34''{,}48$. Cinq fois ce mouvement & deux fois celui de Jupiter, donnent des quantités qui ne diffèrent que de $26' 47''$, ce qui ne feroit 360^{d} qu'au bout de huit cents six ans; telle est à peu-près la période de l'équation qui peut résulter de cette configuration des deux Planètes, ou de cinq fois le mouvement de Saturne, moins deux fois celui de Jupiter. Ce n'est-là qu'un premier essai, puisque l'équation dont il s'agit est le résultat de plusieurs autres, & qu'elle dépend de l'excentricité, qui est variable, du mouvement de l'aphélie, qui n'est pas uniforme; mais les observations que je viens de rapporter avec les corrections que j'y ai faites, sont les données auxquelles il faudra tâcher de satisfaire par la théorie.

