MÉMOIRE
SUR
LA DURÉE DE L'ANNÉE SOLAIRE.

Par M. DE LA LANDE.

LA détermination exacte de la durée de l'année solaire ou de la révolution périodique de la Terre, est une des plus importantes de l'Astronomie; car on détermine les distances de toutes les Planètes au Soleil, par le rapport de leurs révolutions périodiques comparées avec celle de la Terre; & l'on ne peut calculer aucune des anciennes Observations, soit d'Éclipses pour la Chronologie, soit de Planètes pour établir leurs mouvemens, soit des Étoiles pour déterminer leurs variations, que l'on ne soit obligé de supposer connus les lieux du Soleil pour des siècles éloignés : ainsi tout dépend de la véritable durée de l'année. Dans un Mémoire que j'ai donné en 1757, sur les moyens mouvemens de toutes les Planètes, je commençai à ébaucher cette matière; mais beaucoup de recherches postérieures, faites depuis vingt-cinq ans, m'ont donné lieu de perfectionner ce travail; j'y ai sur-tout employé des observations toutes nouvelles, faites avec un excellent mural de huit pieds, que M. Bergeret a fait faire en Angleterre, à ma sollicitation, & dont M. Dagelet fait un usage continuel pour le bien de l'Astronomie; ses observations comparées avec celles de tous les siècles m'ont fait voir que la durée actuelle de l'année solaire est de 365 jours 5^h 48' 48", sans qu'il puisse y avoir 2 secondes d'incertitude. 14 Novemb. 1782.

Mais pour présenter en même temps un Traité complet sur cette partie essentielle de l'Astronomie, j'ai cru devoir remonter à l'histoire des connoissances humaines, sur la révolution annuelle, avant que de parler des observations d'Hipparque, les premières dont nous puissions faire usage. Cela me donnera l'occasion de relever une erreur de critique accréditée dans la plupart des Histoires de l'Astronomie, sur l'ancienneté de l'année vague des Égyptiens.

Il paroît que les jours furent d'abord la seule manière de compter, & que les quatre cents soixante-treize mille années dont se vantoient les Babyloniens *(Astronomie, article 265)*, étoient seulement des jours ; cette hypothèse s'accorde avec les dix-neuf cents trois années, dont parloit Callisthène, suivant Simplicius. *Voy.* M. Bailly, *Histoire de l'Astronomie, p. 373.*

Le mois lunaire, ou le retour des phases, étant très-remarquable pour tous les yeux, fut la première période ou la première année presque chez tous les peuples du monde. *(Voyez* Diodore, *liv. I, page 30, édition 1745).* Varron, suivant Lactance, *(Inst. liv. II, chap. 13, p. 169).* Pline, *l. VII, chap. 49.* Plutarque dans la vie de Numa, *p. 72, édition de 1624.* Eudoxe, suivant Platon dans son Timée, *p. 31 de l'édition de 1602.* Stobée, *Eclogæ Physic. pag. 21, édition de 1609.* Geminus, *pag. 34, édition du Pere Petau; 1630.* Suidas au mot Ἥλιος, *tome II, page 54, édition de Cambridge, 1605.*

Dans la suite on distingua les temps par saisons ; & voilà pourquoi l'on trouve des années de trois mois, de quatre mois, de six mois. Diodore, *ibid.* Pline, *ibid.* Censorinus, *chap. 19.* S. Augustin : *De civitate Dei, liv. XII, chap. 10.* La division de quatre mois étoit sur-tout naturelle en Égypte, l'inondation faisoit abandonner les terres pendant quatre mois. M. Bailly, *Hist. de l'Astronomie, page 159*, ne trouve pas cette raison vraisemblable ; mais il en donne une autre que l'on peut voir dans ce savant Ouvrage.

Les habitans de l'île de Taïti, découverte depuis quelques années, comptent par lunes de vingt-neuf jours, & les treize lunes font une année ; ils désignent chaque mois par un nom propre, & les treize mois par un nom collectif dont ils ne se servent qu'en parlant des mystères de leur religion ; le jour est divisé en douze parties, six pour le jour & six pour la nuit, ce qui est une suite naturelle des douze lunes qui se trouvent dans une année solaire ; & cependant ils comptent par dix dans leur numération ordinaire. (*Hydrographie de la mer du Sud.*, par M. de Freville, 1774, *tome I, page 451*).

Indépendamment de la variété des saisons qui suivoient la période du Soleil, les peuples Pasteurs virent bientôt que les Étoiles se levoient & se couchoient deux heures plus tôt à chaque mois, & qu'au bout d'environ douze mois elles paroissoient & disparoissoient à la même heure; ils comprirent alors que le Soleil tournoit en douze lunes ou en douze mois, & parcouroit tout le Ciel; alors on examina les Étoiles dont il s'approchoit successivement, l'on en forma douze grandes divisions qui formèrent les douze signes du Zodiaque : cette invention parut une découverte admirable, on la chanta avec enthousiasme, on en fit les douze travaux du Dieu Hercule, les voyages de Bacchus, tels qu'ils sont dans le Poëme des Dionysiaques, de Nonnus, & une quantité d'autres fables, ainsi que l'a fait voir M. Dupuis, Professeur de Réthorique en l'Université de Paris, dans le Journal des Savans de 1779 & 1780, & dans son grand Mémoire sur l'origine des Constellations, qui fait partie du quatrième volume de mon Astronomie. Chaque signe se partagea en trois parties égales, qu'on appela Decans, parce qu'elles contenoient environ dix jours; les dix doigts de la main déterminèrent de toute ancienneté la division par dix, & voilà peut-être pourquoi l'on fit d'abord les années de trois cents soixante jours; mais il n'est pas certain qu'on ignorât même dans les commencemens qu'il y avoit cinq jours à ajouter. Cependant il paroît par le témoignage des Anciens, que les années comptées en Égypte depuis l'origine de la Monarchie, n'étoient pas de douze mois, mais que l'année fut augmentée par plusieurs Rois. *Voyez* Diod. Sic. *liv. I, p. 22, édition Hanov. 1604*. Pline, *liv. VII, ch. 48*. Plutarque, *in Numa*. Censorinus, corrigé par Saumaise, *in solin*. S. Augustin, *de civitate Dei, liv. XII, ch. 11; & liv. XV, chap. 12*. Riccioli, *Chron. reform. p. 31*.

Il y a des Auteurs qui pensent que du temps de Moyse, environ quinze cents ans avant Jésus-Christ, l'année n'avoit encore que trois cents soixante jours; ils se fondent sur le calcul que donne la Genèse de la durée du Déluge, où il paroît que l'année dont l'historien fait usage est de douze mois, chacun de trente jours; il ne dit rien qui puisse faire soupçonner qu'on connût alors la nécessité d'ajouter quelques jours aux trois cents soixante, qui donnent douze mois de trente jours chacun, pour égaler la durée de l'année civile à la révolution du Soleil. En effet, dit M. Goguet, on voit *(Gen. ch. VII, v. 11* & *24;* & *chap. VIII, v. 3* & *4*, selon l'Hébreu*)*, que le déluge commença le dix-septième jour du second mois, l'an 600 de Noé, que les eaux s'accrurent & se soutinrent ensuite au même degré d'élévation pendant cent cinquante jours consécutifs, jusqu'au dix-septième du septième mois, auquel l'arche s'arrêta sur les montagnes; ainsi les cinq mois de l'année valoient cent cinquante jours, ces mois étoient donc de trente jours chacun, & l'année entière de trois cents soixante jours.

On ajoute à cela le témoignage des Auteurs, qui disent que la plupart des Nations de l'antiquité, même les plus éclairées, n'ont connu pendant bien des siècles d'autre année que celle de trois cents soixante jours. *Voyez* la Dissertation de M. Allin, insérée dans la Théorie de la Terre de Wisthon, *liv. II, pag. 144, édition de Londres, 1737.* On croit sur-tout que l'année des Egyptiens étoit autrefois de trois cents soixante jours; on peut voir à ce sujet Plutarque, *de Iside*, Diod. de Sicile, Scaliger, Kircher, Golius sur Alfragan. M. Goguet, *Origine des Loix, des Arts & des Sciences, tome I, pages 220 & 230; tome II, page 254, in-4.°* L'enceinte de Babylone avoit trois cents soixante stades; elle avoit été bâtie en un an, un stade chaque jour. Les Prêtres Astronomes de Memphis étoient au nombre de trois cents soixante, & chacun observoit un jour de l'année; enfin la division du cercle en trois cents soixante degrés, en fournit une indication bien ancienne; mais ne pourroit-on pas dire que les trois cents soixante jours formoient les douze mois, & que les cinq derniers jours additionnels ou épagomènes étant hors de rang, on n'en tenoit pas compte dans certaines circonstances, quoiqu'on les connût très-bien ? ne voit-on pas que même du temps de Ptolémée, cent ans après l'Ére vulgaire, on comptoit tous les mois de trente jours, quoique l'année en eût trois cents ſoixante-cinq ? J'ai peine à concevoir qu'on ait été long-temps à ſe tromper de cinq jours ſur la durée de l'année, auſſi-tôt qu'on eut obſervé les levers héliaques des différentes Étoiles.

Du moins les Égyptiens faiſoient remonter juſqu'à une antiquité fabuleuſe, l'origine de l'année de trois cents ſoixante-cinq jours : c'étoit Mercure qui avoit joué aux dés avec la Lune (Plutarque, *tome II, p. 355, édition de Paris, 1624.* Diodore, *liv. I, pag. 17, édition de 1745).* Le Syncelle, *(p. 123, édition de Paris, 1652)* dit qu'un Roi d'Egypte nommé Aſeth, avoit réglé l'année égyptienne à trois cents ſoixante-cinq jours, & qu'avant lui elle n'en avoit eu que trois cents ſoixante ; mais on ne peut ſavoir en quel temps vivoit Aſeth.

Newton, dans ſa Chronologie, prétend que l'année de trois cents ſoixante-cinq jours fut établie en Egypte, ſous le règne d'Amenophis, huit cents quatre-vingt-quatre ans avant Jéſus-Chriſt, ſoixante-douze ans après la mort de Séſoſtris ; que c'étoit en mémoire de cet établiſſement, que l'on avoit placé dans le *Memnonium* un cercle d'or de trois cents ſoixante-cinq coudées de tour, dont chacune répondoit à un jour de l'année, & où pour chaque jour étoient marqués les levers des Étoiles, ſuivant Diodore de Sicile, *liv. I, page 30 ;* mais Fréret qui a ſi bien réfuté le ſyſtème chronologique de Newton, ſoutient que Oſimandyas, roi de Thèbes, dont le tombeau étoit environné par ce cercle dont il s'agit, étoit plus ancien que Séſoſtris *(Défenſe de la Chronologie, p. 387 ;* il fait Séſoſtris contemporain de Moyſe, quinze cents ſoixante ans avant Jéſus-Chriſt *(ibid, page 247).* M. Goguet, *tome II, page 255,* eſtime qu'Oſimandyas vivoit vers le temps de la guerre de Troie, douze cents quatre-vingt-quatre ans avant Jéſus-Chriſt ; il y a donc apparence qu'à cette époque on avoit déjà fait l'année de trois cents ſoixante-cinq jours. Mais on fut enſuite bien long-temps avant que de penser à y ajouter un quart de jour, & avant que de connoître l'erreur de six heures: c'est ce que je vais discuter, en faisant voir que plusieurs Auteurs se sont trompés sur l'époque de cette découverte.

Le Syncelle nous dit que l'ancienne Chronique égyptienne comptoit trente-six mille cinq cents vingt-cinq ans depuis le règne du Soleil jusqu'à celui d'Alexandre; les Égyptiens attribuoient à Mercure trente-six mille cinq cents vingt-cinq traités, & il est sûr qu'ils attachoient à ce nombre quelque signification cachée *(M. Fréret, page 230)*. M. Dupuis, Professeur de Rhétorique, croit que cela signifioit les trois cents soixante-cinq jours & un quart exprimés en décimales, & cela supposeroit la connoissance du quart de jour; mais on ne peut pas savoir à quelle époque remontoit la fable des trente-six mille cinq cents vingt-cinq ans. Le Syncelle dit que ce nombre marquoit les années de la révolution des Étoiles par rapport aux équinoxes; mais comme cet Auteur étoit fort ignorant en Astronomie, il n'est pas étonnant qu'il se soit trompé sur cet article. M. Baër croit que c'étoit des mois lunaires; *Essai sur les Atlantiques; Paris, 1765.* M. Boulanger croit cependant que ce n'étoit que le produit de 1461 par 25, ce qui donnoit trente-six mille cinq cents années solaires, c'est-à-dire, un cycle rond formé d'autant de siècles qu'il y a de jours dans l'année. Quoi qu'il en soit, ce nombre mystérieux ne prouve pas qu'on connût le quart de jour seulement six cents ans avant Jésus-Christ.

Le cycle caniculaire de quatorze cents soixante ans, ou la période sothiaque qui ramenoit les levers des Étoiles aux mêmes saisons de l'année, indique la connoissance du quart de jour; mais ce cycle ne me paroît pas avoir été connu dans la haute antiquité. M. de la Nauze, qui a donné une histoire du Calendrier Égyptien, dans les *Mémoires de l'Académie des Inscriptions, tome XIV, page 334*, fixe cette découverte à l'année 1322, qui est celle où le lever de Sirius concouroit avec le premier jour du mois Thoth, & qui fut la première année du cycle caniculaire dont les années sont employées

employées par Cenſorinus; mais il a déjà été réfuté par M. Dupuy, Secrétaire de l'Académie des Inſcriptions, dans le *tome XXIX* des Mémoires de cette Académie. M. Goguet adopte le même ſyſtème, *tome II, page 256.* M. Fréret, *(Défenſe de la Chronologie, page 400)*, eſt du même avis: il va même plus loin, & trouvant des indices du cycle précédent qui avoit dû commencer deux mille ſept cents quatre-vingt-deux ans avant Jéſus-Chriſt *(page 247)* il penſe que le cycle qui avoit commencé l'an 1322, ne fut pas le plus ancien ni celui au commencement duquel on avoit établi l'uſage de l'année vague de trois cents ſoixante-cinq jours; mais de ce que Manethon, Cenſorin, Clément d'Alexandrie, ſe ſervent de ce cycle, il ne s'enſuit pas qu'on le connût déjà treize cents vingt-deux ans avant Jéſus-Chriſt; & quant aux inductions que M. Fréret tire des livres de Moyſe, elles prouveroient tout au plus, que l'uſage de l'année de trois cents ſoixante-cinq jours, avoit lieu du temps de Moyſe, né, ſelon lui, l'an 1589. Les Juifs avoient une année civile ancienne, qui commençoit en automne comme celle des Égyptiens, & une année religieuſe, depuis l'Exode; celle-ci commençoit à la nouvelle Lune qui précédoit l'équinoxe du printemps; mais les équinoxes, les ſolſtices, le lever de Sirius, étoient des choſes aſſez faciles à obſerver pour qu'on en eut fait des époques, & cela ne prouve pas qu'on connût déjà la durée de l'année à quelques heures près, ni qu'on connût la différence de l'année vague de trois cents ſoixante-cinq jours, & de l'année ſydérale de trois cents ſoixante-cinq jours & un quart. *Voyez* auſſi Pockocke dans ſes notes ſur Abulfaradge.

L'année vague étoit l'année religieuſe, qui ſervoit à régler les fêtes & les ſacrifices; l'année civile régloit la culture des terres & le payement des impôts. *(Vettius Valens, Anthol. liv. I)* Le commencement en étoit marqué par le lever héliaque de Sothis ou Sirius. *(Porphirius, de antro nympharum, Bainbrigius, de anno caniculari, c. IV, p. 26.* M. Fréret, *p. 393).* Mais on ignore à quelle époque la différence de ces deux années a été bien connue : les Auteurs d'après lesquels on fait remonter aussi haut la découverte du cycle caniculaire, sont des Auteurs de deux ou trois cents ans avant Jésus-Christ, qui s'en servoient, mais qui ne disent point qu'on s'en fût servi à l'époque à laquelle ils remontent par le calcul.

M. Dupuy, dans les *Mémoires de l'Académie des Inscriptions, tome XXIX, page 114*, fait voir qu'il est douteux que même au temps d'Hérodote, quatre cents cinquante ans avant Jésus-Christ, on connût d'autre année que celle de trois cents soixante-cinq jours, & qu'on sût en Égypte, la différence de l'année fixe à l'année vague, qui est d'environ six heures.

On voit dans Hérodote, *liv. I*, que Solon donnoit trente jours à chaque mois, & qu'il croyoit qu'en intercalant un mois tous les deux ans, on assignoit des limites au retour des Saisons. Cependant il y avoit neuf jours & trois quarts de trop dans cette méthode, connue sous le nom de *Trieteride*. L'on voit aussi dans Hérodote, qu'il ignoroit le quart de jour dont l'année fixe surpasse l'année vague *(Liv. II, page 57, édit. Henr. Steph. 1570)*. Ce n'est que Geminus, qui vivoit du temps de Cicéron, & Censorinus, l'an 238 après Jésus-Christ, qui parlent du cycle caniculaire de quatorze cents soixante-une années vagues ; les Égyptiens croyoient qu'elles faisoient quatorze cents soixante années, tant tropiques que sidérales, & que cette période devoit ramener le commencement de leur année civile au lever de la canicule, où ils avoient fixé le commencement de leur année tropique *(Censorinus, cap. 18)*. Mais il y avoit une erreur de trente-six ans ou de quarante-sept, dans cette grande année sidérale ou sothiaque, trente-six ans pour les levers des étoiles, & quarante-sept pour les saisons. L'année tropique avoit environ vingt jours d'avance sur l'année sidérale à la fin de leur prétendue période caniculaire de quatorze cents soixante-une années égyptiennes, civiles ou vagues ; car, en divisant trois cents soixante-cinq jours par $5^h\ 48'\ 48''$, & par $6^h\ 9'\ 10''$, on trouve 1506,9 & 1423,7 pour les deux périodes, c'eſt-à-dire, quarante-ſept ans de plus pour l'une, & trente-ſix ans de moins pour l'autre.

Ainſi, dans le temps même où l'on faiſoit uſage du cycle caniculaire, on en connoiſſoit fort mal la durée; ce qui n'annonce pas une haute antiquité pour la découverte du quart de jour.

Geminus *(page 19)* cite Ératoſthène, comme ayant donné la raiſon du cycle de quatorze cents ſoixante ans; on connoiſſoit donc alors le quart de jour; ainſi c'eſt vers le temps de Platon, quatre-vingts ans après Hérodote, ou trois cents ſoixante-dix ans avant Jéſus-Chriſt, qu'on a été certain de cette différence.

M. Fréret, dans ſa défenſe de la Chronologie *(pages 247 & 400)* entreprend de prouver que les Égyptiens connoiſſoient déjà la période ſothiaque. M. Bailly, dans ſon Hiſtoire de l'Aſtronomie, dit auſſi que Manethon donne lieu de croire que la période ſothiaque remontoit à deux mille ſept cents quatre-vingt-deux ans, & il regarde l'obſervation du quart de jour comme prouvant dans les obſervations la plus haute antiquité *(page 182)*. Mais c'eſt parce que Manethon, deux cents quatre-vingts ans avant Jéſus-Chriſt, s'en étoit ſervi pour calculer ſon Hiſtoire d'Égypte; c'eſt comme ſi l'on vouloit prouver que le Calendrier Julien étoit connu il y a ſix mille ans, parce que nous comptons les années de la création du Monde ſur le Calendrier Julien; nous nous ſervons même de la période Julienne qui eſt encore plus moderne; mais il n'y a pour le quart de jour aucune autorité, puiſque les Auteurs les plus anciens, les plus inſtruits, comme Platon & Hérodote, n'en parlent point.

Cependant on a cité Platon à ce ſujet, mais il ne connut jamais cette période, ni même celle de la préceſſion des Équinoxes; & il ne parle qu'en général de la période inconnue, qui ramèneroit les Aſtres dans les mêmes circonſtances: c'eſt ce qu'on a appelé la *grande année Platonique;* voici ce qu'il en dit: *Eſt tamen intellectu facile quòd perfectus numerus temporis, perfectum tunc demum compleat annum cum* *octo ambitus confectis suis cursibus, quos orbis ille semper idem similiterque procedens metitur, ad idem se caput retulerunt.* (Plato in Timæo.)

Voyez encore Ciceron, *Somn. Scip.* Plutarque, *de Plac. Philos.* l. II, c. 32.

C'étoit une opinion générale qu'il y avoit une grande année qui renfermoit en elle le principe & la fin de tous les Etres, leur changement & leur renouvellement; cette idée physique, morale ou superstitieuse, fut mêlée avec des idées astronomiques, & forma cette grande année appelée *Platonique*, qui a lieu suivant Ciceron *(de Nat. Deor. liv. II)*, lorsque le Soleil, la Lune & les cinq Planètes reviennent à la même situation ; quelques-uns disoient que tout ce qui arrive dans le monde recommenceroit alors dans le même ordre. Il y en a qui faisoient la grande année de 9 mille ans, de 12, de 15, de 24, de 36, de 49, de 100, de 300, de 470 mille, & même de 1 753 200, de 4 320 000 & de 6 570 000 ans. Voyez, au sujet de la grande année, Jos. Scaliger, *in Canon. Isagog. p. 252;* & M. de la Nauze, *Mémoires de l'Acad. des Inscriptions, t. XXIII.* M. Dupuis a expliqué d'une manière fort heureuse la période indienne de 4 320 000 ans, en faisant voir que ce n'étoit que l'expression des douze signes multipliés par les 360 jours de l'année, en mettant douze mille au lieu de 12, suivant l'usage des fables orientales. *Mercure de France du 14 Juin 1783.*

On croit que c'est cette grande année Platonique dont parle Virgile, *Égl. 4. v. 5* & *36.*

Magnus ab integro sæclorum nascitur ordo . . . . . .
Atque iterum ad Trojam magnus mittetur Achilles.

D'autres croient que *magnus* signifie seulement illustre, & que la suite n'est qu'une manière de dire que le Siècle d'or naîtroit après la paix qui venoit d'être conclue à Pouzol, quarante ans avant Jésus-Christ, entre Octave & le fils de Pompée : mais il seroit possible que Virgile, d'après les traditions anciennes, eût voulu dire que les évènemens fabuleux recommenceroient dans le même ordre, puisque les évènemens, tels que le Siècle d'or, le Voyage des Argonautes, les Travaux d'Hercule, ne sont que des allégories tirées des situations des Étoiles, & doivent par conséquent recommencer quand ces situations, se retrouvant les mêmes au bout de 25 mille 750 ans, produiront les mêmes phénomènes, ainsi que M. Dupuy l'a fait voir assez au long dans le Mémoire que j'ai cité. On appliqua même ces idées de rénovation générale à la durée de l'année ordinaire qui renouvelle les saisons, & on lui donna aussi le nom de *grande année*, par comparaison avec la révolution lunaire d'un mois.

Interea magnum Sol circumvolvitur annum. Æn. III, 284.

Ainsi du temps même de Platon, on ne connoissoit ni le quart du jour, ni la période caniculaire, quoiqu'en disent plusieurs Savans.

Avant le temps d'Hipparque, il étoit très-difficile de déterminer la durée de l'année, parce qu'on n'observoit point les équinoxes, mais seulement les solstices qui sont difficiles à observer exactement. Pour le prouver, j'observe 1.° que Ptolémée ne put trouver des équinoxes plus anciens que ceux d'Hipparque, pour les comparer avec les siens; 2.° que Hipparque, dans un passage cité par Ptolémée, se sert d'un solstice plus ancien; 3.° Ptolémée lui-même se sert d'un solstice observé cinquante-sept ans avant lui, par Euctémon, l'an 432 avant Jésus-Christ, en convenant expressément de la difficulté d'observer les solstices; 4.° l'usage des gnomons étoit beaucoup plus ancien que celui des armilles, parce qu'il étoit plus naturel & plus simple; 5.° les gnomons donnoient facilement & directement les solstices: ainsi il est évident qu'on a dû se borner long-temps à ces observations; mais elles n'étoient pas susceptibles de précision, voilà pourquoi l'on ignora, jusqu'au temps d'Hipparque, la diminution qu'il y avoit à faire au quart de jour.

Il paroît donc qu'environ trois cents ans avant l'Ère chrétienne, on croyoit l'année de trois cents ſoixante-cinq jours & un quart; Méton la crut même un peu plus grande, nous ignorons ſur quel fondement. Ce furent les obſervations faites à Alexandrie, qui commencèrent à donner le goût de la préciſion, & Hipparque vers l'an 160 avant l'Ère vulgaire, s'aperçut qu'il y avoit quelque choſe à ôter du quart du jour.

Ainſi la plus ancienne détermination que l'on ait de la durée de l'année, eſt celle d'Hipparque, rapportée dans l'Almageſte de Ptolémée *(liv. III, ch. 2)*. Dans un livre fait exprès ſur la grandeur de l'année, Hipparque comparoit un ſolſtice obſervé par Ariſtarque, deux cents quatre-vingts ans avant l'Ère vulgaire, avec celui qu'il avoit obſervé lui-même après un intervalle de cent quarante-cinq ans, & il trouva qu'il étoit arrivé douze heures plus tôt que ne l'exigeoit le quart de jour. Dans un autre livre ſur les mois & les jours intercalaires, il parloit de la durée de l'année qui étoit, ſuivant Méton & Euctémon, de trois cents ſoixante-cinq jours & un quart, avec quelque choſe de plus.

Suivant l'édition grecque, *page 63*, il y a οϛ' qui ſignifie $70\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire $\frac{1}{70\frac{1}{2}}$ de jour de plus : le P. Riccioli paroît avoir lû *76* au lieu de *70*. Dans l'édition de 1515 il y a 365 *dies & quarta & una pars 76 partium & medietas diei unius.* Dans l'édition de 1551, cette addition manque totalement. Mais ce qui éclaircit la différence entre ces trois éditions, c'eſt ce que dit Hipparque un peu plus bas, que Méton avoit cinq jours de plus en trois cents ans, & Calippus un jour ſeulement; ce paſſage eſt uniforme dans les trois éditions; or, un jour ſur trois cents ans, fait $4' \ 48''$ ſur chaque année, donc cinq jours font encore $20' \ 12''$ de plus : ainſi Méton la ſuppoſoit de $365^j \ 6^h \ 20' \ 12''$, il ſembleroit que cela ſe rapportât à l'année ſidérale, qui doit avoir 20 minutes de plus que l'année tropique; mais je doute que du temps d'Euctémon l'on connût cette différence. Cette quantité $20' \ 12''$ eſt $\frac{1}{71\frac{1}{4}}$ du jour; ainſi je crois qu'il faut lire plutôt $70\frac{1}{2}$ que $76\frac{1}{2}$, pour accorder le premier passage avec le second.

Hipparque ajoutoit dans le même Livre sur les mois & les jours : « Nous avons trouvé le même nombre qu'eux pour les mois solaires contenus dans dix-neuf ans ; mais nous avons « trouvé que l'année anticipoit de la trois centième partie d'un « jour : suivant Meton, il manque cinq jours en trois cents « ans; suivant Calippus, c'est un jour seulement. J'ai écrit sur « la durée de l'année, un Livre où je démontre que l'année « solaire, c'est-à-dire, le temps dans lequel le Soleil revient « au solstice ou à l'équinoxe, ne contient pas trois cents soi- « xante-cinq jours & un quart, comme l'estiment les Mathé- « maticiens, mais qu'il s'en faut la trois centième partie d'un « jour. »

Ptolémée, après avoir rapporté le passage d'Hipparque, ajoute : si nous partageons un jour en trois cents parties, nous trouverons douze parties séxagésimales secondes, qui étant ôtées de trois cents soixante-cinq jours & quinze parties premières, il restera pour la durée de l'année 365^j 14 48. Cette quantité réduite en heures, minutes & secondes, suivant notre manière de compter, fait $365^j\ 5^h\ 55'\ 12''$. Ainsi Hipparque diminua l'année de $4'\ 48''$; mais il y a encore $6'\ 24''$ de trop dans sa détermination. Cependant Ptolémée dit que c'est aussi à très-peu-près ce qu'il a trouvé par beaucoup d'observations; mais il paroît que Ptolémée se servoit des observations d'Hipparque & de ses résultats, en sorte que la détermination précédente tire toute sa valeur de l'autorité d'Hipparque. Il paroît que la raison pour laquelle Ptolémée admit la durée de l'année établie par Hipparque, c'est qu'elle étoit commensurable avec le cycle lunaire de Méton; mais comme celui-ci étoit trop long, l'année se trouva aussi trop longue de 6 minutes. Ptolémée rempli de respect & d'admiration pour Hipparque, & se défiant de lui-même, comme le dit Boulliaud (*Astronom. philolaica, pag. 73*), ne crut pas pouvoir mieux faire que de s'en tenir aux déterminations d'Hipparque : mais pourquoi faire ſemblant de les avoir trouvées par ſes propres obſervations? c'eſt un reproche qu'on lui fera dans tous les temps, comme d'avoir quelquefois changé les temps des obſervations pour les accorder avec ſes hypothèſes.

On ne connut, pendant pluſieurs ſiècles, d'autre Aſtronomie que celle de Ptolémée, ni d'autre détermination de l'année, que celle dont nous venons de parler; mais enfin les Arabes furent à portée de reconnoître l'erreur, lorſqu'ils comparèrent leurs obſervations avec celles d'Hipparque: auſſi dans Albategnius qui vivoit en 880, on ne trouve plus que $365^j\ 5^h\ 46'\ 24''$, & dans les Tables alphonſines compoſées en 1252 par Iſaac Hazan, par ordre du Roi de Caſtille, Alphonſe X, ſurnommé *le Sage*, la durée de l'année eſt de $365^j\ 5^h\ 49'\ 16''$, ce qui approche beaucoup de ce que nous trouvons actuellement: c'eſt celle-ci qui fut adoptée par Copernic & par les réformateurs du Calendrier, ſous Grégoire XIII, en 1582, *Clavius Romani Calendarii explicatio, pag. 65, edit. 1612, in-folio.* Mais comme il n'y a pas une demi-minute de trop, le Calendrier Grégorien n'en eſt pas moins très-exact, relativement aux uſages de la ſociété, c'eſt-à-dire, propre à ramener les ſaiſons aux mêmes jours du mois.

Après avoir fait l'hiſtoire de nos connoiſſances dans cette partie de l'Aſtronomie, je paſſe à la recherche de la durée exacte de l'année.

Pour la déterminer par les plus anciennes obſervations, on ne peut rien trouver de mieux que les neuf équinoxes obſervés par Hipparque, & rapportés dans l'Almageſte de Ptolémée, *liv. III, c. I, p. 60 de l'édition grecque; p. 57 de l'édition de 1551;* & *fol. 27 de l'édition de 1515.* Tous les Auteurs s'en ſont ſervis; mais il me ſemble qu'on ne les a pas diſcutés dans toutes leurs circonſtances; on a préféré tantôt les uns, tantôt les autres, & je crois qu'il eſt néceſſaire de les examiner tous, de les comparer, de les rectifier les uns par les autres, & d'en tirer un réſultat qui les renferme tous; c'eſt ce que je vais faire, après avoir rapporté dans ſon entier le le paſſage de Ptolémée, je l'ai traduit d'une manière plus exacte & plus intelligible que George de Trebizonde, en rapprochant de l'édition grecque le texte rectifié par Boulliaud, dans ſon *Aſtronomia philolaica*, *pag. 61*, d'après les manuſcrits de la Bibliothèque du Roi, & d'après la traduction faite ſur l'Arabe, & imprimée en 1515; il y a dans celle-ci plusieurs phraſes différentes, mais dont quelques-unes ſervent à l'intelligence du texte.

« La dix-ſeptième année de la troiſième période de Calippus, le 30 du mois Meſori, l'équinoxe arriva environ au coucher du Soleil. Trois ans après, c'eſt-à-dire la vingtième année, il arriva le premier des jours intercalaires, au matin; il auroit dû arriver à midi, ainſi la différence fut d'un quart de jour; mais l'année ſuivante, c'eſt-à-dire, la vingt-unième, il arriva à ſix heures, ce qui s'accorde exactement avec l'obſervation précédente. Onze ans après, c'eſt-à-dire, la trente-deuxième année, ce fut le troiſième des jours intercalaires, au milieu de la nuit, & il auroit dû arriver le quatrième au matin, ainſi la différence fut encore d'un quart de jour. L'année ſuivante, qui étoit la trente-troiſième, il arriva le quatrième des jours intercalaires au matin, ce qui s'accorde encore exactement avec l'obſervation précédente. Trois ans après, c'eſt-à-dire, la trente-ſixième année, ce fut le quatrième jour intercalaire au ſoir; cet équinoxe auroit dû arriver au milieu de la nuit: donc la différence fut encore d'un quart de jour. »

Ptolémée rapporte enſuite des équinoxes de printemps, obſervés par Hipparque avec le même ſoin: « la trente-deuxième année de la troiſième période de Calippus, le 27 du mois Mechir, au matin, il dit que l'armille d'Alexandrie fut éclairée également des deux côtés, environ à cinq heures, & que cet équinoxe obſervé d'une autre manière, parut différer d'environ cinq heures; il dit que toutes les obſervations ſuivantes, juſqu'à l'année 37, s'accordent, en y ajoutant un quart de jour; mais il ajoute que onze ans après, c'eſt-à-dire, la quarante-troiſième année, & le 29 du mois

» Mechir, l'équinoxe arriva après le milieu de la nuit qui
» précèda le 30; ce qui s'accorde & avec l'obſervation de la
» trente-deuxième année, & avec celles des années ſuivantes,
» juſqu'à la cinquantième; car il arriva le 1.er du mois Fame-
» noth, au coucher du Soleil, un jour & trois quarts environ
» après celui de l'année 43, ce qui convient parfaitement à
l'eſpace de ſept ans. »

Ces équinoxes que l'Auteur eſtimoit exacts à un quart de jour près, ne le ſont véritablement qu'à un demi-jour près, à cauſe de l'effet des réfractions; mais je vais diſpoſer ces neuf équinoxes par ordre de date, & je diſcuterai les circonſtances de chacun.

I. Le plus ancien de tous ces équinoxes, eſt celui de l'année 17 de la troiſième période Calippique, ou l'an 586 de Nabonaſſar, qui, rapporté au Calendrier Julien, tombe au 27 Septembre 161 avant l'ère vulgaire, ſuivant la manière de compter uſitée parmi les Aſtronomes, qui mettent une année de plus que les Chronologiſtes ordinaires: cet équinoxe arriva le ſoir, c'eſt-à-dire, vers les ſix heures, à Alexandrie; j'en ôte $1^h\ 52'$, pour réduire l'obſervation au Méridien de Paris, & 7 minutes pour l'équation du temps, & j'ai $4^h\ 1'$ pour le temps moyen réduit à Paris.

Cet équinoxe eſt cité une ſeconde fois dans le même chapitre de l'Almageſte, comme étant au nombre des obſervations les plus exactes d'Hipparque.

Cependant en calculant le lieu du Soleil pour ce mouvement-là, par les Tables de la Caille, qui ſuppoſent la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, on trouve $33'\ \frac{1}{2}$ de trop; auſſi M. Caſſini, comparant cet équinoxe avec un de ceux qu'il avoit obſervés, ne trouve que $365^j\ 5^h\ 48'\ 24''$, au lieu de $48''$; ce qui fait voir que cet équinoxe a été marqué trop tard par rapport aux autres.

La réfraction élevant le Soleil, doit en effet retarder les équinoxes d'automne, & avancer ceux du printemps; & comme la réfraction en déclinaiſon ſous la latitude d'Alexandrie, eſt d'environ 16 minutes $\frac{1}{2}$ à l'horizon, cela feroit seize heures de retard ; mais il paroît par le calcul de l'équinoxe cinquième qu'on verra ci-après, qu'on observoit une demi-heure avant le coucher du Soleil : alors l'effet de la réfraction n'est plus que 5 minutes $\frac{1}{2}$; le retard n'est que de 5 heures $\frac{1}{2}$, ce qui fait douze minutes $\frac{1}{2}$ sur la longitude du Soleil au temps du véritable équinoxe. Ainsi en le supposant arrivé cinq heures & demie plus tôt, l'erreur des Tables ne seroit que 21 minutes, c'est-à-dire, que la correction à faire aux Tables, est de — 21 minutes; mais si le véritable équinoxe étoit arrivé 5 heures & demie plus tôt, on auroit dû le voir à midi. Il y a donc apparence que cette fois-là, on ne fut pas très-attentif pendant le cours de la journée; peut-être qu'ayant vu le matin qu'il s'en falloit beaucoup que l'armille ne fût éclairée également des deux côtés, on négligea d'y regarder à midi; & le soir on vit l'équinoxe trop tard à cause de la réfraction. Cet équinoxe diffère beaucoup du 7.^{e} qui fut observé dans les mêmes circonstances; il diffère d'un jour entier des équinoxes 5, 8 & 9, l'on ne peut pas l'en rapprocher en supposant que les armilles étoient trop inclinées, comme nous rapprocherons ci-après le 3.^{e} du 5.^{e}, parce que vers l'horizon, cet effet n'est pas sensible ; on ne peut pas remédier à ce retard en supposant que l'armille étoit trop vers le midi du côté du couchant, parce que les équinoxes 2 & 6 auroient été vus beaucoup trop tard, & on augmenteroit leur discordance par rapport aux équinoxes 5, 8 & 9. Enfin cet équinoxe est le seul des équinoxes d'automne, qu'on ne peut par aucune considération rapprocher des autres; & il me semble qu'il devroit être rejeté : mais il y a des équinoxes du printemps qui s'éloignent à peu-près autant; ce qui fait que je n'ose exclure le premier de la comparaison générale que je vais faire.

II. L'équinoxe suivant, arrivé le matin, répond au 26 Septembre 158, à $16^h\ 1'$, temps moyen à Paris; & la correction des Tables est — 20 minutes; Ptolémée dit qu'il auroit dû arriver à midi, d'après l'équinoxe précédent :

ce devroit être plutôt 26 minutes avant midi; mais comme il observoit, selon les apparences, une demi-heure avant le coucher du Soleil, celui-ci auroit dû arriver environ une heure avant midi. La différence peut venir en partie de ce que le premier fut observé plus près de l'horizon, ou la réfraction étoit plus grande. Ce second équinoxe ayant été observé le matin, auroit dû paroître réellement à minuit; il semble même d'après le sixième équinoxe qu'on verra ci-après, qu'il étoit arrivé dès le soir précédent; mais alors la réfraction faisoit paroître le Soleil trop au nord. Puisqu'il ne s'accorde pas avec le sixième, il y a apparence qu'il fut observé plus près de l'horizon: il y avoit plus long-temps que le vrai équinoxe étoit passé; il faut donc préférer le sixième, faire sur le second une correction pour la réfraction, d'environ 15 minutes, ce qui réduira l'erreur des Tables à — 5 minutes.

Riccioli se sert de cet équinoxe pour le comparer avec celui qu'il avoit observé en 1646 *(Almag. novum, I, p. 138);* mais aussi il trouve pour la durée de l'année, $365^j\ 5^h\ 48'\ 41''\frac{1}{2}$, c'est-à-dire une durée trop petite, comme on le verra bien-tôt.

III. L'équinoxe arrivé l'année suivante, à midi, ou le 26 Septembre 157, à $22^h\ 1'$, temps moyen, à Paris, donne pour la correction des Tables — 20 minutes; comme il n'étoit pas affecté de la réfraction, il a été choisi par Boulliaud *(Astronom. philolaica, liv. II, cap. 2);* & par Riccioli *(Almag. I, 138),* qui le compare avec celui du 22 Septembre 1643, & il trouve 39 secondes, au lieu de $41''\frac{1}{2}$. Mais il faut remarquer que cet équinoxe s'accorde avec le précédent, quoique celui-ci fût affecté de la réfraction; il y a donc une erreur dans l'une des deux observations: or en comparant celui-ci avec le cinquième qui est un équinoxe de printemps, arrivé aussi vers midi, on peut les rectifier l'un par l'autre; pour cela il suffit de supposer que les armilles étoient trop basses de 9 minutes, par ce moyen l'on aura l'équinoxe d'automne 9 heures plus tôt, & celui du printemps

9 heures plus tard, & ils seront presque d'accord : il est vrai qu'alors ils différeront beaucoup des équinoxes 8 & 9, qui cependant s'accordent entr'eux ; mais ceux-ci ayant été observés près de l'horizon, ne sont pas aussi sûrs que ceux qui sont arrivés vers midi ; & comme les équinoxes 8 & 9, sont des équinoxes de printemps, on ne peut pas les corriger l'un par l'autre : pour faire au troisième équinoxe la correction que je viens d'indiquer, il faut ôter $22' \frac{1}{2}$ de la longitude, & l'erreur des Tables deviendra $+ 2' \frac{1}{2}$.

Riccioli voyant que le second équinoxe qui tomba au lever du Soleil, s'accorde avec le troisième qui arriva vers midi, conjecture que Hipparque jugea par l'observation du 26, à midi, que l'équinoxe devoit arriver le 27, vers le lever du Soleil ; il en conclut que Hipparque déterminoit ses équinoxes par les observations méridiennes ; par exemple, le 26, il avoit vu la concavité boréale, trois fois plus éclairée à midi, que ne le fut le 27, la cavité australe ; il jugea que par conséquent l'équinoxe du 27 devoit être trois fois plus près du midi que celui du 26. En effet, dit le P. Riccioli, s'il avoit déterminé l'équinoxe par l'observation faite vers l'horizon, le 27 au matin, la réfraction auroit retardé l'équinoxe de plus de 6 heures ; le vrai équinoxe devroit être placé, le 26, à 12 heures, & l'année se trouveroit trop longue de 6 heures ; c'est ainsi, dit le P. Riccioli, que nous avons établi cet équinoxe d'Hipparque par celui de l'année suivante *(Almag. novum I, pag. 139)*. Ce raisonnement n'étant fondé que sur l'accord de ces deux équinoxes, il est détruit par la discordance des autres que je viens de faire voir ; d'ailleurs, Hipparque n'ayant aucune raison de soupçonner dans les observations horizontales, l'erreur de la réfraction, n'avoit pas de motif pour choisir de préférence les observations méridiennes.

Comme la réfraction horizontale pouvoit produire jusqu'à 16 heures d'erreur dans les équinoxes, elle sert à expliquer les différences d'un jour, plus ou moins, qu'il y a entre les trois équinoxes du printemps & les trois premiers équinoxes d'automne, & par conséquent on ne peut pas dire que l'on observât toujours à midi; si cela eût été, on auroit préféré l'usage des gnomons, qui étoit déjà très-ancien; & c'est au contraire vraisemblablement pour ne pas être borné aux observations de midi, qu'Ératosthène imagina les armilles d'Alexandrie.

IV. La trente-deuxième année de la troisième période Calippique, ou l'année 601 de Nabonassar, entre le troisième & le quatrième des jours intercalaires, l'équinoxe fut estimé à minuit, ce qui répond au 26 Septembre $10^h\ 1'$; l'erreur des Tables est -10 minutes; cet équinoxe est employé de nouveau *(Almag. lib. III, p. 59)*, comme ayant été très-exactement observé, & l'on y trouve la date de l'année 178 de la mort d'Alexandre, elle est ainsi dans l'édition grecque & dans les manuscrits; mais Boulliaud *(page 64)* fait voir qu'il faut lire 177, parce que les années Calippiques commençoient au solstice d'été; il le prouve aussi par l'intervalle de cent soixante-dix-huit jours six heures, qu'il y a de cet équinoxe au suivant; il suppose que l'on avoit observé un quart d'heure avant le coucher du Soleil, & un quart d'heure après le lever, & il en conclut que le véritable équinoxe étoit arrivé une heure deux minutes avant le coucher du Soleil *(page 65)*, ou même deux heures *(page 67)*; mais dans le dernier passage il se sert d'une hypothèse sur le mouvement de l'apogée du Soleil.

Pour que Hipparque ait jugé l'équinoxe à minuit, il faut que le 26 au soir il ait vu le Soleil au nord des armilles, & le 27 au matin du côté du midi, de la même quantité; mais le soir il devoit être au nord en vertu de la réfraction. Supposant donc la hauteur du Soleil & la réfraction égales dans les deux observations, & le changement diurne du Soleil en déclinaison étant de 23 minutes, il s'ensuit qu'il avoit environ 6 minutes de réfraction dans chaque observation, ce qui suppose encore qu'on n'observoit qu'une demi-heure après le lever ou avant le coucher du Soleil. Je me contenterai donc de supposer la réfraction de 6 minutes, & j'ôterai

15 minutes de la longitude calculée, & l'erreur des Tables sera + 5 minutes.

V. Le cinquième équinoxe est remarquable en ce qu'il fut observé deux fois dans la même matinée, savoir après le lever du Soleil, & ensuite à la cinquième heure, ou à 11 heures du matin; cette double observation est désignée très-brièvement dans l'édition grecque; dans la version latine faite d'après l'arabe, *édition de 1515, fol. 27,* elle y est plus expliquée: *Equalitas vernalis fuit in 27 die mensis Mesir, in principio diei; jam enim tunc adhesit lumen duabus superficiebus armillæ æneæ in Alexandriâ utrinque equaliter in horâ quintâ a circulo ad circulum rubeum, anteque diceret considerationes positas. Vidit ergo quia considerationes erant in unâ duarum equalitatum, ad suam similem in considerationibus Mutaguetireti diversificari, quòd erat inter duas considerationes ferè per quinque horas.* On comprend par cette paraphrase, que l'équinoxe parut au commencement du jour & à la cinquième heure, c'est-à-dire à 11 heures du matin.

A la cinquième heure, la réfraction étoit de 30 secondes; en cinq heures le Soleil changeoit de 5 minutes en déclinaison; il faut donc que la réfraction fût de 5 minutes $\frac{1}{2}$ dans la première observation, pour cela il faut supposer que le Soleil étoit élevé de 5 degrés $\frac{1}{4}$, ce qui a lieu 24 minutes après son lever. Cela nous prouve encore que les observations ne se faisoient pas exactement vers l'horizon; je supposerai donc comme M. Cassini *(Élém. d'Astronom. pag. 212)* que l'équinoxe arriva le 23 Mars 145, à $23^h\ 55'$, ce qui fait $22^h\ 10'$ de temps moyen au Méridien de Paris: l'erreur se trouve par-là + 25 minutes; mais pour accorder cet équinoxe avec le troisième il faut relever les armilles de 9 minutes, comme je l'ai expliqué; ou ajouter 22 minutes $\frac{1}{2}$ à la longitude, & l'erreur sera de + 2 minutes $\frac{1}{2}$ seulement.

VI. La même année, l'équinoxe d'Automne fut observé le quatrième jour intercalaire au matin, ce qui revient au 26 Septembre 145 à $16^h\ 1'$, temps moyen. L'erreur des Tables eſt — 11 minutes; ainſi cet équinoxe s'accorde bien avec le quatrième, comme le dit Ptolémée; mais à raiſon de la réfraction il parut trop tard; il étoit arrivé dès minuit, cependant il ſe trouve être encore plus retardé que le ſecond, obſervé dans pareille circonſtance; la différence vient ſans doute de ce que le ſecond aura été obſervé plus matin, plus près de l'horizon; il y avoit plus de réfraction, il y avoit donc plus long-temps que le véritable équinoxe étoit paſſé; ainſi je ne retrancherai que 10 minutes pour le ſixième, & l'erreur ſera — 1 minute.

VII. Celui de la trente-ſixième année de la troiſième période Calippique, répond au 26 Septembre de l'an 142, à 4^h $1'$ de temps moyen, & l'erreur des Tables eſt + $3'$. Ptolémée dit qu'il auroit dû arriver à minuit, ainſi il avança de ſix heures par rapport au ſixième; peut-être parce que le ſeptième fut obſervé avant que le Soleil fût près de l'horizon, où la réfraction l'auroit fait paroître trop tard; il paroît donc que celui-ci eſt exempt de réfraction. Cet équinoxe eſt comme le premier, mais il en différe de 16 heures; s'il étoit arrivé cinq heures plus tôt il s'accorderoit mieux avec le cinquième & le neuvième, au-lieu que le premier en diffère d'un jour entier; mais puiſque nous avons quelques raiſons de croire que le ſeptième étoit exempt de réfraction, nous n'y ferons aucune correction.

VIII. L'an 43, le 29 du mois Mechir, l'équinoxe arrivá vers le milieu de la nuit. C'eſt le 23 Mars 134 à 10^h $15'$, & l'erreur des Tables eſt + 34 minutes. Ptolémée dit que cet équinoxe s'accorde avec le cinquième; & il n'y a en effet que 3 heures & demie de différence. Pour juger que l'équinoxe étoit arrivé à minuit, il faut que le 23 au ſoir on ait vu le Soleil trop au midi, & le 24 au matin trop au nord, de la même quantité ou de 6 à 7 minutes; pour cela il faut que l'équinoxe ſoit arrivé réellement le 24 au matin, car alors il aura été le 23 au ſoir de 12 minutes au midi, & par la réfraction de 5 minutes au nord: c'eſt-à-dire, qu'il aura paru 7 minutes au midi des armilles; il faut donc

donc ajouter 15 minutes à la longitude, & l'erreur sera seulement + 19 minutes.

Mais, malgré ces corrections, le 8.e diffère beaucoup du 4.e quoiqu'observé dans les mêmes circonstances, & puisque le 4.e est cité comme très-bien observé, il y a lieu de croire que le 8.e mérite moins de confiance.

IX. Le dernier équinoxe d'Hipparque, rapporté à la 50.e année de la 3.e période, s'accorde avec le précédent, & tombe au 23 Mars 127, $4^h\ 15'$, temps moyen, au méridien de Paris. L'erreur des Tables est + 31 minutes; mais comme il fut observé le soir, je puis augmenter la longitude de 15 minutes; l'erreur sera + 16 minutes, & il s'accordera avec le précédent.

Si on le compare avec le 5.e en prenant l'observation du matin, sans correction de réfraction, on voit qu'ils ne diffèrent que de $3^h\frac{1}{2}$, & comme le 9.e fut observé le soir, cela prouve que les armilles étoient bien orientées; car le 5.e arrivé le matin, auroit paru plus tôt; & le 9.e observé le soir, auroit paru plus tard si la partie orientale des armilles eût été trop au midi, & la partie occidentale trop au nord.

Si l'on rassemble les erreurs des Tables pour les neuf équinoxes, sans y faire aucune correction, on trouve la somme des erreurs positives à peu-près égale à la somme des erreurs négatives; en sorte que la durée de l'année supposée $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, satisfait à ces neuf observations : mais il en faut ôter 3 secondes pour l'inégalité dont nous parlerons bien-tôt, & l'on aura 46 secondes seulement pour le siècle où nous sommes.

En retranchant le premier équinoxe, on trouveroit 50 secondes.

Si l'on fait usage de toutes les corrections que nous avons indiquées dans la discussion de chaque observation, on trouvera l'erreur moyenne + $2'\frac{1}{3}$; alors le mouvement séculaire devra être diminué de 37 secondes, & la durée de l'année augmentée de 2 secondes, c'est-à-dire que l'on aura 48 secondes.

Si l'on ne prend que trois équinoxes de printemps & trois équinoxes d'automne pour compenser les erreurs, on trouvera 51 secondes.

Si l'on considère les équinoxes 3 & 5, observés à midi, & indépendamment des réfractions, on a l'erreur moyenne des Tables $+ 2' \frac{1}{2}$; ce qui donne 48 secondes.

Si l'on compare les équinoxes 1 & 9, observés tous les deux le soir, on ne trouvera que 45 secondes; mais si au lieu du premier on prend le septième, on trouvera 59 secondes; le milieu est 52 secondes.

Ainsi je trouve par les discussions les plus vraisemblables, 48 secondes, & le milieu entre mes différentes combinaisons est encore à peu-près 48 secondes. Je crois donc pouvoir dire que la durée de l'année qui résulte des observations d'Hipparque, est pour ce siècle-ci de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

Je dis pour ce siècle-ci, parce qu'il y a deux causes qui font paroître la durée de l'année plus longue dans les siècles éloignés, en supposant que la véritable révolution soit la même. On sait que l'attraction de Jupiter & de Vénus, en déplaçant l'orbite de la Terre, change la précession des équinoxes & l'obliquité de l'Écliptique : ayant déterminé par les observations les plus exactes, comparées avec celles du dernier siècle, la variation séculaire de l'obliquité de l'Écliptique de 33 secondes, j'en ai conclu que la précession des équinoxes, produite par l'action des Planètes, est de 7",8 dans ce siècle-ci, mais qu'elle étoit de 34",4 dans le premier siècle de notre Ère, la différence est de 26",6, qui font 6",5 sur la durée de l'année & 7",3 pour le temps d'Hipparque; c'est la quantité dont l'année étoit plus longue qu'elle n'est actuellement.

Mais il y a dans la précession des équinoxes, une petite variation qui produit un effet contraire; l'obliquité de l'Écliptique est plus petite actuellement d'environ 9 minutes, qu'elle n'étoit dans le premier siècle: or la précession luni-solaire est comme le cosinus de l'obliquité de l'Écliptique; de-là il suit qu'elle est moindre dans ce siècle-ci, de 6 secondes, & que la durée de l'année tropique est plus grande de 1 seconde & demie, ce qui fait 1",7 pour le temps d'Hipparque.

En rassemblant ces deux effets, on a 5",6, dont l'année est plus courte qu'au temps d'Hipparque; il faut donc ôter 2",8 de la durée moyenne déduite des observations d'Hipparque, comparées avec les nôtres, si l'on veut avoir la durée de l'année dans ce siècle; voilà pourquoi j'ai ôté ci-devant 3 secondes en nombres ronds, de la durée que j'avois trouvée immédiatement par les observations d'Hipparque.

Après avoir vu tout ce que l'on peut tirer des observations d'Hipparque, il faudroit faire usage de celles de Ptolémée; mais les trois équinoxes de Ptolémée, rapportés aux années 132, 139 & 140 de l'Ere vulgaire, ne s'accordent point du tout avec ceux d'Hipparque, c'est ce que l'on a remarqué bien des fois, spécialement Boulliaud qui les a rejetés, dans ses Recherches sur la Théorie du Soleil. *Cum Hipparchi observationibus non est operæ pretium conferre Ptolemaicas, nam a Ptolemæo eadem anni quantitas est retenta . . . cùm Ptolemæus tam securè acquieverit Hipparcho qui in anni definitione errore non vacat, observationes Ptolemæi quæ Hipparchi inventis accommodatæ sunt, sinè veritatis detrimento & citra contemptum viri tam excellentis dimitti possunt.* (Bullialdi, Astronomia Philolaica, 1645, *pag. 64, 70, 73).* M. Cassini trouvoit par les observations de Ptolémée, une minute de moins pour la durée de l'année, que par celles d'Hipparque *(Élémens d'Astronomie, page 219).*

C'est cette différence qui fit croire à M. Euler, qu'il pouvoit y avoir une accélération dans le mouvement de la Terre; & il employa en effet dans ses Tables une équation séculaire de 41 secondes pour le temps de Ptolémée. *(Euleri opuscula, 1746, pag. 137).*

Dans la suite, M. Euler pensa qu'il pouvoit y avoir un jour d'erreur dans la réduction du Calendrier de Ptolémée. *Philosophical transactions for the Years, 1749, 1750, vol. XLVI, pag. 356.* Ce système fut étendu par un de ses disciples : *Examen temporum mediorum, &c. ab Henr. Gugl.*

Clemm. Berolini, 1752. Mais cette explication n'est pas admissible, parce que les lieux de la Lune, rapportés par Ptolémée, fixent incontestablement les dates dont il se sert; d'ailleurs on a reconnu de plusieurs manières différentes l'inexactitude des observations que Ptolémée dit avoir faites. *Voyez* M. le Monnier, *Institutions Astron. préface, p. xix* & *xxviij;* La Hire, *Mémoires de l'Académie, 1716, p. 295;* M. Cassini, *pages 196, 467;* Halley, *prefatio ad Obs. Jac. Pound.* & ce que j'en ai dit dans les *Mémoires de 1757, page 420.* Il faut donc absolument rejeter les trois équinoxes de Ptolémée; alors tout rentre dans l'ordre, & il n'y a plus de différence sensible entre les observations des différens siècles; elles donnent toutes $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$ à peu de chose près, comme on le verra par la suite de ce Mémoire.

Ce furent les observations de Ptolémée qui obligèrent Thébit, Auteur Arabe, à imaginer le mouvement de *trépidation*, par lequel il faisoit parcourir de petits cercles aux points équinoxiaux; il expliquoit ainsi le changement de l'année, en même temps que celui de l'obliquité de l'Écliptique; mais cette hypothèse est devenue inutile pour l'un comme pour l'autre.

Après Ptolémée, nous ne trouvons point d'observations positives des équinoxes avant celle d'Albategnius, rapportée dans son livre *de Scientiâ stellarum, cap. XXVII, p. 67, édit. Bonon. 1645;* il observoit à Racah ou Aracta en Syrie, près de l'ancienne Ninive, à 36^d de latitude & 40 minutes de temps à l'orient d'Alexandrie; son observation réduite au Calendrier Julien, tombe au 18 Septembre 882 de l'Ere vulgaire, $10^h\ 36'$, temps moyen au méridien de Paris. Il compare cette observation avec un des équinoxes de Ptolémée de l'an 139, & il trouve $365^j\ 5^h\ 46'\ 24''$; il eût trouvé davantage s'il se fût servi d'une observation d'Hipparque.

On ne trouve dans Albategnius, ni la méthode ni les détails de cette observation, elle est d'ailleurs unique; aussi plusieurs Auteurs l'ont rejetée, comme le remarque Riccioli

(*Astron. refor. p. 9.*) Mais ayant vu dans le *Chapitre XXVIII* d'Albategnius, de quoi conclure un second équinoxe qui sert à discuter le premier, j'ai cru qu'on pouvoit en tirer une conséquence certaine. Boulliaud conjecturant que c'étoit par des hauteurs méridiennes qu'Albategnius avoit déterminé cet équinoxe; y fait une correction pour la parallaxe, & ajoute $1^h\ 6'$ au temps de l'équinoxe indiqué par cet Auteur; mais en prenant un équinoxe de printemps & un équinoxe d'automne ils se rectifieront l'un par l'autre, la détermination sera beaucoup plus sûre, & je ne ferai point obligé d'employer la réfraction ni la parallaxe. Albategnius nous dit donc qu'entre cet équinoxe & le suivant il y avoit $178^j\ 14^h\ 30'$; d'où il suit que le dernier arriva le 16 Mars 883, à $1^h\ 13'$. Or, en calculant le lieu du Soleil pour les deux équinoxes, je trouve la correction des Tables $+\ 0'\ 24''$ & $+\ 8'\ 23''$; l'erreur moyenne est $4'\ 24''$; ce qui donneroit pour la durée actuelle de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 52''$, c'est-à-dire 4 secondes de plus que nous n'avons trouvé par les observations d'Hipparque.

Mais l'erreur de $4'\ 24''$ en suppose une d'une minute & un quart sur les hauteurs du Soleil, car il y a d'abord 43 secondes de réfraction moins 5 secondes de parallaxe, qui devoient faire paroître l'équinoxe du printemps 38 minutes trop tôt & celui d'automne 38 minutes trop tard; c'est $1^h\ 16'$ qu'on doit ajouter à l'intervalle des deux équinoxes assigné par Albategnius. La différence qui reste ne passe pas les bornes de la précision qu'on pouvoit espérer dans ce temps-là.

En effet, on voit par le même chapitre d'Albategnius, qu'il ne pouvoit pas s'assurer d'une plus grande exactitude; car à la *page 69*, il dit qu'il a trouvé l'intervalle entre l'équinoxe du printemps & celui d'automne $186^j\ 14^h\ \frac{3}{4}$, & cet intervalle ajouté au précédent, donne 34 minutes de moins que la durée de l'année, ce qui suppose 34 secondes d'erreur sur une des hauteurs qui auroient servi à trouver l'intervalle, de plus que sur l'autre, quoique chacune fût le résultat ou le milieu de beaucoup d'observations faites avec soin. Il est cependant plus facile d'avoir l'égalité des hauteurs que d'avoir une hauteur absolue, telle que nous sommes forcés de l'employer pour l'équinoxe du 18 Septembre 882. Il est donc très-possible qu'il y ait eu une erreur d'une minute dans cette hauteur, & cela suffit pour produire la différence de 4 secondes que je trouve par les observations d'Albategnius, de plus que par les observations d'Hipparque.

Il y a aussi des observations de Cocheou-King, faites à la Chine, qui sont rapportées par le P. Gaubil, dans son *Histoire de l'Astronomie Chinoise, p. 107;* & M. de la Caille ayant comparé deux solstices des années 1279 & 1280, avec les siens, trouve la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$. (*Mémoires de l'Académie, 1757, page 140*); il en faut ôter une seconde pour la réduire à ce siècle-ci, & l'on trouve 48 secondes, comme par les observations d'Hipparque.

Après les Observations arabes & chinoises, nous trouvons celles de Waltherus, le premier restaurateur de l'Astronomie, après les siècles d'ignorance : ces observations furent faites depuis 1477 jusqu'en 1503, & elles ont été discutées plusieurs fois. M. Cassini, dans ses *Élémens d'Astronomie, page 222,* a calculé onze équinoxes, qui lui donnent 51 secondes. M. l'abbé de la Caille, dans les *Mémoires de 1749, p. 58,* a calculé avec soin les solstices des 12 Décembre 1487, 11 Juin 1488, 12 Juin & 12 Décembre 1503; il les déduit de quarante observations de hauteurs égales du Soleil, prises dans les circonstances les plus favorables, discutées avec le soin & la sagacité que cet habile Astronome mettoit dans tous ses Ouvrages, & il trouve 46 secondes; le milieu est 48 secondes $\frac{1}{2}$.

Enfin, dans les *Mémoires de 1757, page 139,* ayant discuté de nouveau ces solstices, & les comparant à un plus grand nombre de nouvelles observations, il trouve 49 secondes; il en faut ôter une demi-seconde pour la réduction à ce siècle-ci, & l'on a $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''\frac{1}{2}$.

Les vingt-deux équinoxes observés par Tycho-Brahé, depuis 1584 jusqu'à 1597, sont encore plus décisifs, &

je les regarde comme un des meilleurs fondemens sur lesquels on puisse établir la véritable durée de l'année. M. Cassini, dans ses *Élémens d'Astronomie, page 228*, rapporte les comparaisons de dix-neuf équinoxes observés par Tycho, avec huit équinoxes observés à Paris, depuis 1713 jusqu'à 1717; le milieu entre ces dix-neuf comparaisons lui donne 47 secondes, & c'est aussi le dernier résultat de toutes ses comparaisons anciennes & modernes *(page 232)*, quoiqu'il ne l'ait pas employée ainsi dans ses Tables. Mais par la manière dont M. Cassini emploie les équinoxes de Tycho, il n'a que le résultat de dix-neuf combinaisons faites deux à deux, & non pas le milieu entre toutes les observations anciennes, comparées à toutes les observations modernes; au lieu qu'en prenant l'erreur moyenne des Tables pour les premières, & ensuite l'erreur moyenne pour les autres, l'on a véritablement le résultat moyen de toutes les combinaisons possibles, & c'est le parti que j'ai pris pour avoir le résultat des équinoxes de Tycho, en y ajoutant ceux que M. Cassini n'avoit pas calculés, savoir, un de 1591, & deux de 1593; j'ai tiré ceux-ci des Manuscrits de Tycho, dont j'ai une copie complète: les observations de l'année 1593 n'ont jamais été imprimées, si ce n'est en partie dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, pour 1757 & 1763.

Le 10 Mars 1593, la déclinaison du Soleil, par un milieu entre quatre observations, fut observée de $3' 55''$, d'où je conclus que l'equinoxe arriva à $4^h 44' \frac{1}{2}$, temps moyen, au méridien de Paris.

Le 13 Septembre 1593, la déclinaison, par un milieu entre quatre observations, parut de $5' 42''$; d'où je conclus l'équinoxe le 12 Septembre à $16^h 6'$.

Les observations de 1591 sont dans le Recueil imprimé; il est vrai qu'il n'y en a que pour le 8 Septembre, cinq jours avant l'équinoxe, mais cela suffit pour le calculer, en tenant compte du mouvement du Soleil, dans cet intervalle: la déclinaison apparente, déduite de six observations, est $2^d 3' 58''$, ce qui donne l'équinoxe au 13 Septembre à $4^h 57'$.

J'ai aussi calculé les équinoxes de 1584, qui, dans M. Cassini, s'écartoient trop des Tables. Le 14 Mars, la déclinaison apparente fut observée de $1^d\ 34'\ 30''$, d'où il suit que l'équinoxe étoit arrivé le 10 Mars à $0^h\ 38'$; de même, le 12 Septembre, la déclinaison parut de $13'\ 5''$, ce qui donne l'équinoxe à $11^h\ 29'$.

Les quatre équinoxes de 1584 & de 1593, dont deux de printemps & deux d'automne, donnent pour la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

Mais pour faire usage des vingt-deux équinoxes, j'ai calculé le lieu du Soleil, par les Tables pour chacun, ainsi qu'on le voit dans la Table suivante. J'ai trouvé l'erreur moyenne — $12''$; elle répond à cent soixante ans qu'il y a jusqu'à 1750; & puisqu'il faut ôter 12 secondes de la longitude des Tables pour les accorder avec les observations, il faut augmenter de 7 secondes $\frac{1}{2}$ le mouvement séculaire des Tables, ce qui donneroit pour la durée de l'année 47 secondes. Si l'on retranche les équinoxes, où l'erreur passe deux minutes, on trouvera 48 secondes; mais il y aura pour lors sept équinoxes de printemps, & dix d'automne, ce qui n'établit pas une exacte compensation des erreurs dans les instrumens, dans les réfractions & dans la hauteur du Pôle.

Au contraire, si, sur les vingt-deux équinoxes, dont douze d'automne & dix de printemps, on en ôte deux d'automne, pour que les nombres soient égaux, savoir les équinoxes deux & dix qui s'écartent le plus des autres, on trouve 45 secondes. Enfin, si l'on ne prend que dix équinoxes, cinq de printemps & cinq d'automne, en retranchant ceux où l'erreur est la plus grande, on trouve l'erreur moyenne des Tables — 20 secondes, ce qui donne 46 secondes. Il paroît donc que par les observations de Tycho, on trouve la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 46''$, c'est 2 secondes de moins que par les anciennes observations: voilà à peu-près l'incertitude que nous laissent les observations d'Hipparque & de Tycho.

TABLE

TABLE des Équinoxes observés par Tycho-Brahé, pendant quinze ans, réduits au Méridien de Paris, & comparés avec les Tables.

DATES des ÉQUINOXES.		H. M.	ERREUR des TABLES. M. S.
1584.	10 Mars.	0. 47.	− 1. 55.
1584.	12 Sept.	11. 12.	+ 1. 50.
1585.	10 Mars.	6. 52.	− 2. 35.
1585.	12 Sept.	17. 4.	− 0. 36.
1586.	10 Mars.	12. 42.	− 2. 37.
1586.	12 Sept.	23. 7.	+ 1. 49.
1587.	10 Mars.	17. 56.	− 1. 13.
1587.	13 Sept.	5. 38.	+ 0. 5.
1588.	10 Mars.	0. 17.	− 2. 30.
1588.	12 Sept.	10. 36.	+ 2. 10.
1589.	10 Mars.	5. 6.	− 0. 2.
1589.	12 Sept.	16. 50.	+ 1. 8.
1590.	10 Mars.	11. 15.	− 0. 53.
1590.	12 Sept.	22. 53.	+ 0. 32.
1591.	13 Sept.	4. 57.	− 0. 5.
1592.	12 Sept.	10. 30.	+ 0. 34.
1593.	10 Mars.	4. 44.	− 0. 58.
1593.	12 Sept.	16. 6.	+ 1. 5.
1594.	10 Mars.	11. 25.	− 0. 38.
1594.	12 Sept.	22. 27.	− 0. 12.
1595.	13 Sept.	13. 34.	+ 1. 29.
1597.	10 Mars.	4. 14.	− 1. 41.

Cette Table des observations de Tycho-Brahé fait voir en même temps le degré d'exactitude qu'elles comportent;

car on voit que les erreurs vont rarement jufqu'à deux minutes & demie fur la longitude, ce qui ne fait pas une minute fur les hauteurs obfervées.

Nous allons maintenant examiner des Obfervations du dernier fiècle & de celui-ci, dont l'accord avec les anciennes, donnera le dernier degré de certitude à notre détermination de l'année.

Les obfervations du dernier fiècle, méritent autant de confidération que les anciennes, à raifon de leur exactitude qui compenfe le peu d'intervalle : celles d'Hévélius font en très-grand nombre ; mais comme il ne fe fervoit point de lunettes fur fes inftrumens, je n'ai pas entrepris de les difcuter, ayant un grand nombre d'obfervations de Flamftéed.

Le P. Riccioli rapporte plufieurs équinoxes obfervés à Bologne, dans fon *Aftronomia, refor. pag. 13;* mais comme il n'y en a que deux d'automne je n'en prendrai que quatre, & j'en ajouterai deux de Dominique Caffini.

		T. vrai à Bol.	*T. moyen à Paris.*	
1641.	22 Sept.	9^h 30′	8^h 47′	— 3′ 1″
1642.	20 Mars.	0. 38.	0. 9.	+ 2. 23.
1643.	20 Mars.	6. 30.	6. 1.	+ 2. 50.
1643.	22 Sept.	21. 20.	20. 37.	— 3. 56.
1655.	22 Sept.	18. 43.	18. 0.	— 2. 56.
1656.	19 Mars.	9. 51.	9. 22.	+ 3. 20.

L'erreur moyenne eft de — 13 fecondes, elle répond à un fiècle ; ce qui donne 3 fecondes à ôter de la durée de l'année, & l'on aura 365^j 5^h 48′ 46″.

Nous n'avons point d'équinoxes déterminés dans le dernier fiècle avec plus d'exactitude & avec de plus grands inftrumens, que ceux de 1672 & 1673, à Cayenne, par Richer, dans le fameux Voyage qui fit connoître pour la première fois l'effet de la pefanteur pour l'aplatiffement de la Terre, par l'accourciffement du Pendule, & qui procura les premiers élémens certains pour la Théorie du Soleil.

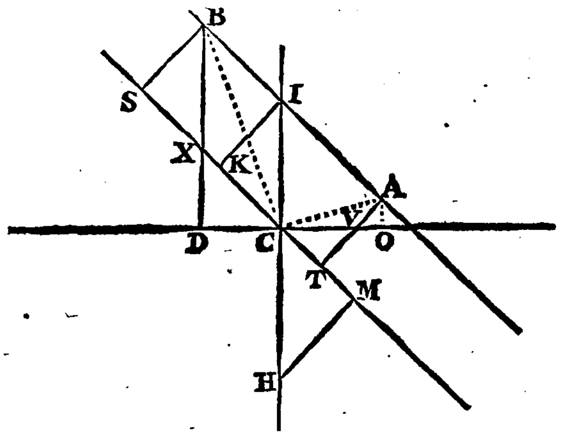
Le premier de ces équinoxes arriva le 21 Sept. 1672, à $16^h\ 2'\frac{1}{2}$ de temps moyen, suivant M. Cassini, ou $19^h\ 41'$ à Paris; le second arriva le 19 Mars 1673, à $13^h\ 24'$. Je trouve l'erreur des Tables pour l'un 3 secondes, & pour l'autre + 17″; l'erreur moyenne est donc + 7 secondes pour soixante-dix-sept ans qu'il y a jusqu'à 1750, ce qui donne 9 secondes à ôter du mouvement séculaire; en sorte que la durée de l'année seroit 51 secondes : ainsi le milieu entre les observations de Bologne & celles de Cayenne, approche de 48 secondes, en donnant autant à celles-ci à cause de leur exactitude, qu'aux autres à cause de leur nombre.

Dans le même temps, Picard, Roëmer & la Hire, observoient à Paris, & l'on trouve une partie de ces observations dans l'Histoire Céleste, publiée par M. le Monnier, en 1746; mais il ne dissimule pas l'imperfection des divisions des instrumens dont on se servoit alors à Paris; aussi chercha-t-on à s'en garantir, ainsi que de l'incertitude des réfractions, par des méthodes particulières dont il me reste à parler.

La méthode de déterminer les équinoxes, indépendamment des réfractions, ou même de la hauteur du Pôle, a occupé plusieurs Astronomes habiles, tels que Picard, Roëmer, de l'Isle & Horrebow; ainsi, je dois examiner ici quel avantage on peut en espérer, & si l'on a des observations de cette espèce, dont on puisse faire usage avec succès.

Roëmer fut le premier qui entreprit de déterminer les équinoxes, indépendamment des réfractions, en observant les passages du Soleil par des verticaux connus à l'orient & à l'occident; M. Horrebow l'explique dans son Ouvrage, intitulé *Basis astronomiæ, art. 261 & suiv.* à l'occasion de la lunette contre-pointée, dont Roëmer se servoit pour cet effet *(amphioptra, tubus anceps, seu reciprocus)*; mais je vais rendre cette méthode plus simple, en l'appliquant à des exemples; on verra qu'elle ne suppose que la hauteur du Pôle & l'heure des observations, en sorte qu'il suffit d'un quart-de-cercle très-commun, sans qu'on ait besoin de la grandeur du rayon, ou de l'exactitude des divisions.

Soit DO l'horizon, ST l'équateur, IH le premier vertical, faisant avec l'équateur l'angle ICK ou HCM,



égal à la hauteur du Pôle, supposée connue : supposons que le Soleil ait passé par ce premier vertical, en quelques points, comme en I ou en H; si par ces points l'on imagine les cercles de déclinaison IK, HM, qui coupent sur l'équateur les arcs CK, CM, depuis le point C du véritable orient ou du véritable occident, il est évident que, comparant le temps vrai du passage du centre du Soleil aux points I ou H, avec 6 heures du matin ou du soir, l'on en conclura la valeur des arcs de l'équateur CK ou CM; ainsi, dans les triangles CKI, CHM, connoissant les arcs CK, CM, & les angles en C, égaux à la hauteur du Pôle, l'on en pourra conclure KI ou MH, déclinaison du Soleil, septentrionale ou méridionale, suivant que le point C représentera le véritable orient ou le véritable occident, & suivant que le temps vrai du passage en I & H sera arrivé avant ou après 6 heures.

On peut aussi observer le Soleil aux points A & B, dans deux verticaux BD, AO, également distans du premier vertical IC; l'on en conclut la déclinaison du Soleil AT ou BS, pourvu que l'on connoisse la hauteur du pôle & les temps vrais des passages du Soleil par les deux verticaux.

En effet, concevons par les points A, B les cercles de déclinaison AT, BS, qui retranchent de l'Équateur les arcs CT, CS, lesquels seront connus, en comparant avec 6 heures le temps où le Soleil passe par ces verticaux; si A est le point qui répond au premier de ces momens, l'on supposera que le Soleil ait une certaine déclinaison AT, approchante de la véritable; dans le triangle ATC, rectangle en T connoissant les deux côtés de l'angle droit, on pourra en conclure l'hypothénuse AC & l'angle ACI; cet angle ACI, étant comparé avec l'angle OCT, qui fait l'équateur avec l'horizon, l'on aura l'angle ACO; ainsi dans le triangle ACO, rectangle en O, connoissant l'angle en C & l'hypothénuse AC, l'on pourra trouver la base CO qui est la distance du vertical AO au premier vertical CH; l'on supposera ensuite la déclinaison BS du Soleil, plus grande ou plus petite que AT, de la quantité dont on sait que le Soleil a changé de déclinaison dans l'intervalle de son passage du point A au point B; la déclinaison BS étant donc supposée connue de même que l'arc SC, si l'on imagine le triangle BCS rectangle en S, on pourra trouver l'hypothénuse BC & l'angle oblique BCS. Cet angle étant comparé avec l'angle SCD que fait l'équateur sur l'horizon, il en résultera l'angle BCD; ainsi dans le triangle BCD rectangle en D, connoissant l'hypothénuse BC & l'angle BCD, l'on pourra calculer CD, distance du vertical BD au premier vertical IC; l'on comparera cet arc CD avec l'arc CO trouvé ci-devant, pour voir s'ils sont égaux; s'ils le sont, les déclinaisons AT, BS que l'on a supposées, sont véritablement celles qui conviennent aux momens des passages du Soleil par les points A, B; mais si les arcs CD, CO, ne sont pas égaux, il faudra supposer les déclinaisons AT & BS, plus grandes ou plus petites que l'on ne les avoit supposées d'abord. L'inspection seule de ces figures fait voir que prenant une déclinaison plus grande sur AT, l'arc CO doit être plus grand; & qu'en prenant de même la déclinaison BS plus grande, sans changer l'heure ou la situation de BS, l'arc CD

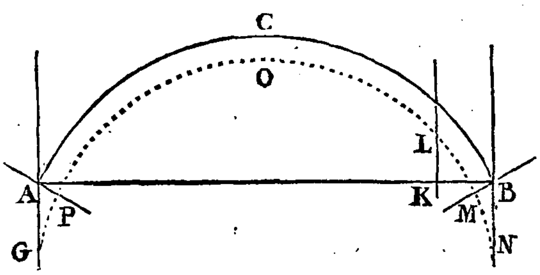
est plus petit; ainsi la déclinaison qui doit rendre égaux les deux arcs *CO, CD,* est déterminée.

Si l'on connoît par la mesure actuelle, les distances égales *OC, CD,* au premier vertical, le problème en sera plus simple, il ne faudra qu'une seule observation du passage du Soleil par un vertical, pour en conclure la déclinaison du Soleil dans ce temps-là; car soit *A* le point de ce passage, *CT* l'arc de l'équateur connu par le temps auquel le Soleil est en *A*; que le cercle de déclinaison *AT*, prolongé s'il est nécessaire, rencontre l'horizon au point *V*; dans le triangle *CVT*, rectangle en *T*, connoissant le côté *CT* & l'angle en *C*, l'on pourra conclure l'angle *CVT*, l'hypothénuse *CV*, & le troisième côté *VT*; mais si de *OC*, que je suppose connu, l'on retranche *CV*, que l'on vient de trouver, il restera *VO*. Que l'on considère présentement le triangle *AVO*, rectangle en *O*, dans lequel on connoît, outre le côté *VO*, l'angle *AVO*, égal à l'angle *CVT*, l'on pourra connoître l'hypothénuse *AV*, qui, étant ajoutée à *VT*, donnera *AT*, déclinaison cherchée, d'où l'on concluroit le temps de l'équinoxe, par le moyen du mouvement diurne en déclinaison.

Roëmer ayant fait de ces sortes d'observations, à Paris,* en 1675, en avoit conclu la déclinaison du Soleil de 45′ 18″, pour le 24 Septembre 1675, à 12 heures de temps vrai; ainsi, l'équinoxe dut arriver le 22 Septembre 1675, à 13^h 40′. M. Horrebow a déduit de la même observation la déclinaison du Soleil, de 45′ 20″ (*Basis astronomiæ, n.° CCLXXII, page 111*), ce qui donne l'équinoxe à 13^h 38′, ou 13^h 30′ ½ de temps moyen.

Picard s'occupa aussi de pareilles observations: je vais rapporter celles de 1675, d'après son Journal manuscrit, & j'en donnerai le calcul pour les comparer avec celles de Roëmer.

Le 19 Mars 1675, au Soleil couchant, Picard observa le passage des bords du Soleil, par un vertical *AG*, distant de 91^d 4′ 10″ d'un point connu, & déterminé sur le village de l'Hay, au midi de Paris; le Soleil passa à 5^h 57′ 47″ 49‴ de temps vrai. Je suppose que *BN* est la partie opposée du vertical AG, à 180 degrés de distance, ACB l'équateur, GON le parallèle du Soleil. Le 20 Mars, le Soleil levant passa par un vertical KL, distant du même point du village de l'Hay, de $88^d 12' 55''$, il étoit $6^h 0' 13'' 16'''$. La distance des verticaux est de $179^d 17' 5''$, c'est-à-dire que KB est de $42' 55''$; & comme l'angle L est de $48^d 50'$, il s'ensuit que LN est $57' 1''$; la différence des temps est de $11^h 57' 36'' 27'''$; en sorte que la somme GOL des angles horaires est de $179^d 24' 7''$; ainsi GON, somme de GOL & de LN, est de $180^d 21' 8''$; & GP, moitié de l'excès de GON sur le demi-cercle POM, est de $10' 34''$; d'où il suit, que AP est de $12' 5''$, c'est la déclinaison méridionale du Soleil, pour le temps qui est intermédiaire entre les deux observations, ou pour minuit à très-peu-près.



Picard fit de pareilles observations le 21 Mars, au lever & au coucher du Soleil, & le 22, à son lever. Voici toutes les observations.

1.	Mars 19.	$5^h\ 57'\ 49''\ 49'''$
2.	19.	18. 0. 13. 16.
3.	20.	17. 58. 30. 46.
4.	21.	5. 59. 9. 47.
5.	21.	17. 54. 59. 54.

En comparant les observations 3 & 4, on trouve $BK = 38' 20''$, $LN = 50' 55''$, $PG = 20' 35''$, & $AP = 23' 32''$; c'est la déclinaison pour le 21 Mars à midi.

En comparant les observations 4 & 5, on a $BK = 1^d 33' 20''$, $LN = 2^d 3' 59''$, $PG = 30' 45'' \frac{1}{2}$, & $AP = 35' 11''$, déclinaiſon à minuit. Par le moyen de ces trois déclinaiſons obſervées, & du changement diurne en déclinaiſon 23′ 40″, il eſt facile de trouver à quelle heure le Soleil dut paſſer dans l'équateur; les réſultats diffèrent de 4 & de 11 minutes de temps; mais, en prenant un milieu, je trouve l'équinoxe le 20 Mars à 0^h 15′ de temps vrai, ou 0^h 18′ $\frac{1}{2}$ de temps moyen. En comparant cet équinoxe avec celui qu'obſerva Roëmer, & que j'ai rapporté ci-deſſus, je trouve la différence égale à 186^j 13^h & 24′ de temps vrai, ou 12 minutes de temps moyen : l'erreur des Tables eſt + 2′ 10″ pour l'équinoxe du printemps, & — 1′ 26″ pour celui d'automne; ainſi l'erreur moyenne eſt + 22 ſecondes, ce qui diminueroit de 5 ſecondes la durée de l'année ſuppoſée dans les Tables.

Pour accorder ces deux équinoxes, il faudroit changer la hauteur de l'équateur; mais il eſt plus naturel de croire que la différence vient de ce que l'angle des deux verticaux du matin & du ſoir, n'étoit pas aſſez exactement déterminé; cela eſt en effet très-difficile, & je penſe que par cette raiſon l'on ne doit pas préférer ces ſortes d'obſervations, indépendamment de l'irrégularité des réfractions aux environs de l'horizon, qui pourroit bien affecter la ſituation des verticaux comme elle affecte la figure des objets terreſtres dans certains cas.

Ce fut dans l'intention d'éviter l'incertitude ſur la hauteur du pôle, que M. Bernoulli & M. Euler donnèrent, dans les *Mémoires de Péterſbourg, pour 1729*, des méthodes pour trouver la déclinaiſon d'un Aſtre & la hauteur du Pôle, en obſervant trois fois la hauteur, avec les intervalles de temps entre les trois obſervations.

Mayer *(Fréd. Criſt.)* donna, dans le *volume de 1730*, une méthode pour obſerver les déclinaiſons & la hauteur du Pôle, par les différences de paſſages de deux Étoiles à deux verticaux & almicantarats inconnus.

M. de l'Iſle avoit fait beaucoup d'obſervations à Péterſbourg avant ſon voyage de Sibérie, en 1740, pour déterminer les déclinaiſons du Soleil indépendamment des réfractions. M. G. Henſius continua d'obſerver, pour le même objet,

objet, les paſſages de Sirius & de la Lyre, où il les faiſoit obſerver le plus ſouvent par M. Milh; j'ai lû dans les Manuſcrits de M. de l'Iſle, qu'après ſon départ pour la Sibérie, on enleva, comme par force, de ſon cabinet, une copie qu'il avoit commencé de faire faire de toutes ces obſervations, & on la remit à M. Heinſius, qui donna pour lors une Diſſertation : *De declinationum ſiderum determinatione abſque exactâ elevationis equatoris cognitione. Comment. Petropol. 1740, pag. 352.* Mais je ne vois pas qu'il y ait fait uſage de toutes ces obſervations ; d'ailleurs il ſuppoſe dans ſa méthode une différence de réfractions qui feroit perdre l'avantage de la méthode précédente.

Mais il y auroit un autre avantage de cette méthode employée dans les pays ſeptentrionaux qui ſont vers 60 degrés de latitude, on y trouveroit un moyen de tripler l'effet de la réfraction, & de déterminer enſemble, & la latitude & la réfraction à 30 degrés de hauteur, ſi l'on avoit déterminé le moment de l'équinoxe par les amplitudes ortives & occaſes, indépendamment des hauteurs, en ſuivant les méthodes que j'ai expliquées.

Je ſuppoſe qu'on obſerve près du zénith, une Étoile qui a 60 degrés de déclinaiſon boréale; 12 heures après, elle doit avoir 30 degrés de hauteur méridienne au-deſſous du Pôle: c'eſt auſſi celle du Soleil le jour de l'équinoxe. Connoiſſant le moment de l'équinoxe par les amplitudes, indépendamment des réfractions, l'on aura la diſtance apparente du zénith à l'équateur, affectée d'une réfraction; quand l'Étoile ſera ſous le Pôle, on aura la même diſtance affectée de deux réfractions, & la ſomme contiendra trois fois la réfraction; ce qui donne un moyen de la connoître avec plus d'exactitude. Suppoſons le Soleil obſervé à $30^d\ 2'$ du zénith, dans le méridien, au moment du véritable équinoxe, & l'Étoile qui a paſſé préciſément au zénith, obſervée enſuite ſous le Pôle à $30^d\ 2'$ de hauteur apparente ; la diſtance apparente de l'Étoile à l'équateur, eſt de $59^d\ 58'$, quand l'Étoile paſſe au zénith; mais ſous le Pôle elle eſt égale à $119^d\ 56'$; celle-ci eſt affectée de deux réfractions, & la première ne l'eſt que d'une ſeule: ainſi le ſupplément $60^d\ 4'$, & le complément de la hauteur obſervée, qui eſt $59^d\ 58'$ diffèrent de $6'$ qui eſt le triple de la réfraction cherchée.

La ſeule erreur d'une pareille méthode, eſt celle de la diviſion de l'inſtrument; & cette erreur eſt triplée parce qu'on emploie ici trois obſervations.

On comprend bien qu'il n'arrivera jamais que le Soleil paſſe au méridien, préciſément au moment de l'équinoxe, & que l'Étoile paſſe préciſément au zénith; mais quand les différences ſont petites, on y ſupplée par des réductions qui ne produiſent point d'erreur, parce qu'elles ſont ſuffiſamment connues.

La meilleure manière d'employer la méthode que je viens d'expliquer pour les équinoxes, conſiſteroit à comparer le Soleil à une Étoile fixe, par le moyen de l'inſtrument tranſitoire du célèbre Roëmer; on trouveroit le temps où le Soleil a été dans des ſituations oppoſées ou différentes de 180 degrés, & en même temps à égale hauteur dans le méridien: or ces temps de l'année ſont néceſſairement ceux des équinoxes. On ne ſauroit trouver deux autres points de l'Écliptique, oppoſés de 180 degrés, & qui paſſent à la même hauteur apparente au-deſſus de l'horizon. Ces obſervations peuvent ſe ſuivre non-ſeulement dans le méridien, mais encore dans tout autre vertical où l'on auroit fixé une lunette invariable pour y attendre le Soleil deux fois l'année.

Mais je crois que la méthode la plus générale conſiſte à déterminer les lieux du Soleil, en le comparant avec la même Étoile, quand il eſt au même parallèle dans les ſignes aſcendans & dans les ſignes deſcendans, ainſi que l'ont fait Flamſtéed, dans les prolégomènes de ſon Hiſtoire Céleſte, M. le Monnier, dans ſon Hiſtoire Céleſte, & M. de la Caille, dans ſes fondemens de l'Aſtronomie, & dans les Mémoires de l'Académie. Par ce moyen l'on a l'équation de l'orbite du Soleil, indépendamment de la hauteur du Pôle & des réfractions; cette équation étant connue, on peut par les seules hauteurs méridiennes du Soleil, prises au printemps & en automne, trouver sa longitude autant de fois que l'on veut; & comme les erreurs que l'on auroit commises sur la hauteur du Pôle, sur les réfractions & même sur l'équation de l'orbite Solaire, se compenseroient & se détruiroient mutuellement dans les deux saisons opposées, on n'en auroit pas moins exactement l'époque de la longitude moyenne du Soleil dans une année quelconque.

Faisant les mêmes calculs pour deux années très-éloignées, on aura la longueur de l'année solaire, avec toute la précision qu'il est possible d'atteindre actuellement.

Je vais donc m'arrêter spécialement aux observations de Flamstéed, comme les plus nombreuses & les plus exactes que nous ayons du dernier siècle; je les crois bien plus propres à déterminer la longueur de l'année, que celles d'Hipparque. Elles sont, à la vérité, trente fois moins éloignées, mais elles sont soixante fois plus exactes, puisque nous trouvons des différences de 24 minutes sur les hauteurs dans les anciennes, tandis qu'elles ne sont le plus souvent que de 24 secondes dans celles de Flamstéed.

Ainsi le Mural de Flamstéed, avec lequel il commença, le 19 Septembre 1689, une suite d'observations, donne une précision plus grande que les observations d'Hipparque; d'ailleurs l'incertitude est plus que compensée par la multitude des observations.

Flamstéed employant ses nouvelles observations à déterminer toutes les circonstances des mouvemens célestes, trouva la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 57''\frac{1}{2}$, & Halley la diminua de 2 secondes seulement. Les observations de Tycho-Brahé, dont il se servoit principalement, étoient trop peu éloignées des siennes : c'est probablement la raison qui fit trouver à Flamstéed, la durée de l'année trop longue; mais ses propres observations nous serviront à réformer ses déterminations.

Les premières observations exactes qu'on ait faites par l'excellente méthode de Flamstéed, pour la détermination des équinoxes, ſont calculées dans le troiſième volume de ſon Hiſtoire Céleſte, *pag. 137 — 140*, où l'Auteur les emploie comme des poſitions choiſies pour en déduire la longueur de l'année : je vais les rapporter ici avec l'erreur des Tables pour chacune. Les temps ſont pour Paris.

1690.	17	Mars.	0^h	17′	42″	11^f	27^d	21′	47″	+ 28″
1690.	25	Sept.	0.	0.	41.	6.	2.	45.	37.	− 31.
1691.	19	Mars.	0.	17.	10.	11.	29.	6.	14.	+ 49.
1693.	25	Sept.	0.	0.	35.	6.	3.	1.	0.	− 90.

Si l'on ne conſidère que les deux premières obſervations, l'erreur moyenne des Tables ſera nulle, mais il s'enſuivra qu'il faudroit ajouter environ 30 ſecondes à la plus grande équation du Soleil, qui eſt employée dans les Tables de Mayer & de la Caille, pour ſatisfaire à ces deux obſervations; auſſi Flamſtéed la faiſoit-il plus grande de 49 ſecondes, peut-être d'après les mêmes obſervations; mais comme cette équation a été déterminée avec beaucoup d'exactitude par un grand nombre d'excellentes obſervations, vers 1750, il eſt naturel de croire qu'il y avoit 30 ſecondes d'erreur dans ces premières obſervations, ce qui n'eſt pas extraordinaire, puiſque Flamſtéed trouvoit quelquefois des différences d'une minute dans ſes longitudes, comme il en convient *(page 147)*; en ne conſidérant que ces deux obſervations de 1690, on trouveroit la durée de l'année de $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$.

Si on les emploie toutes les quatre, on aura pour l'erreur moyenne des Tables, — 11 ſecondes, ce qui fait 18 ſecondes pour le mouvement ſéculaire, & cela diminueroit l'année de 4 ſecondes.

Mais dans les Tables de Flamſtéed, publiées dans les Inſtitutions aſtronomiques, en 1746, on trouve l'époque des longitudes moyennes pour 1690, exactement comme par les Tables de la Caille, ce qui me donne lieu de croire qu'un plus grand nombre d'équinoxes qui ne ſont pas rapportés dans Flamſtéed, lui avoient fait trouver la longitude telle qu'il l'emploie dans ses Tables, & que par conséquent la durée de l'année est en effet, par ses observations, de 365j 5h 48′ 49″.

Pour m'en assurer encore mieux, j'ai pris le parti de réduire cinquante observations de Flamstéed, faites avant & après les deux équinoxes; je les ai calculées par les Tables, & je vais les rapporter avec l'erreur des Tables pour chacune: ces observations sont tirées de l'Histoire céleste, *liv. II, pages 1 — 101;* j'y ai appliqué la réfraction & la parallaxe; mais comme il y a autant d'observations de printemps que d'observations d'automne, l'erreur qui pourroit résulter de ces élémens, est compensée, ainsi que celles de la hauteur de l'équateur & de la situation du premier point de la division, c'est-à-dire, de l'erreur de son mural.

Observations de Flamstéed, réduites au nouveau style, & comparées avec les Tables.

NUM. des OBS.	ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS moyen à PARIS.	DÉCLINAIS. VRAIE.	LONGITUDE ORSERVÉE.	CORR. des TABLES.
			H. M.	D. M. S.	S. D. M. S.	S.
1.	1689.	22 Sept.	0. 2	0. 1. 34	0. 0. 3. 56	+ 25.
2.	1689.	24 Sept.	0. 1	0. 48. 39	6. 2. 2. 8	+ 42.
3.	1689.	28 Sept.	0. 0	2. 22. 29	6. 5. 58. 9	+ 31.
4.	1689.	29 Sept.	23. 59	3. 9. 7	6. 7. 55. 56	— 3.
5.	1689.	18 Oct.	23. 54	10. 20. 32	6. 26. 46. 47	+ 36.
6.	1689.	21 Oct.	23. 54	11. 24. 49	6. 29. 46. 48	+ 54.
7.	1690.	15 Févr.	0. 24	12. 24. 40	10. 27. 21. 20	+ 6.
8.	1690.	18 Févr.	0. 24	11. 21. 31	11. 0. 22. 36	— 19.
9.	1690.	28 Févr.	0. 23	7. 40. 36	11. 10. 24. 40	— 3.
10.	1690.	17 Mars.	0. 18	1. 3. 13	11. 27. 21. 17	— 42.
11.	1690.	21 Mars.	0. 16	0. 31. 41	0. 1. 19. 31	+ 28.
12.	1690.	22 Mars.	0. 16	0. 55. 10	0. 2. 18. 23	— 1.
13.	1690.	23 Mars.	0. 16	1. 18. 51	0. 3. 17. 58	+ 17.
14.	1690.	24 Mars.	0. 15	1. 42. 17	0. 4. 16. 54	— 6.
15.	1690.	25 Mars.	0. 15	2. 5. 50	0. 5. 16. 11	+ 5.
16.	1690.	5 Avril.	0. 12	6. 20. 26	0. 16. 5. 31	+ 5.

Suite des Obfervations.

NUM. des OBS	ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS moyen à PARIS.	DÉCLINAIS. VRAIE.	LONGITUDE OBSERVÉE.	CORR. des TABLES.
			H. M.	D. M. S.	S. D. M. S.	S.
17.	1690.	6 Avril.	0. 11	6. 43. 8	0. 17. 4. 34	+24.
18.	1690.	7 Avril.	0. 11	7. 5. 38	0. 18. 3. 23	+12.
19.	1690.	13 Avril.	0. 10	9. 17. 54	0. 23. 55. 27	0.
20.	1690.	17 Avril.	0. 9	10. 43. 2	0. 27. 49. 20	−12.
21.	1690.	20 Avril.	0. 8	11. 45. 16	1. 10. 45. 0	+ 1.
22.	1690.	23 Avril.	0. 7	12. 45. 41	1. 3. 40. 10	+25.
23.	1690.	24 Avril.	0. 7	13. 5. 13	1. 4. 37. 54	− 7.
24.	1690.	17 Août.	0. 13	13. 16. 7	4. 24. 50. 38	+33.
25.	1690.	18 Août.	0. 13	12. 56. 48	4. 25. 47. 3	−42.
26.	1690.	26 Août.	0. 11	10. 14. 20	5. 3. 30. 16	+ 3.
27.	1690.	31 Août.	0. 9	8. 27. 10	5. 8. 21. 3	−45.
28.	1690.	1 Sept.	0. 9	8. 5. 22	5. 9. 19. 5	−56.
29.	1690.	2 Sept.	0. 8	7. 43. 10	5. 10. 17. 53	+28.
30.	1690.	4 Sept.	0. 8	6. 59. 0	5. 12. 14. 0	−49.
31.	1690.	7 Sept.	0. 7	5. 51. 45	5. 15. 8. 46	−75.
32.	1690.	12 Sept.	0. 5	3. 57. 20	5. 20. 1. 48	−34.
33.	1690.	17 Sept.	0. 3	2. 1. 30	4. 24. 54. 44	−40.
34.	1690.	20 Sept.	0. 2	0. 50. 59	5. 27. 52. 1	+23.
35.	1690.	21 Sept.	0. 2	0. 27. 42	5. 28. 50. 28	0.
36.	1690.	24 Sept.	0. 1	0. 42. 30	0. 1. 46. 41	−28.
37.	1690.	25 Sept.	0. 1	1. 5. 56	0. 2. 45. 32	−38.
38.	1690.	26 Sept.	0. 0	1. 29. 45	6. 3. 45. 24	+ 4.
39.	1690.	29 Sept.	23. 59	3. 3. 30	6. 7. 41. 43	− 3.
40.	1690.	30 Sept.	23. 59	3. 26. 43	6. 8. 40. 30	−17.
41.	1690.	1 Oct.	23. 58	3. 50. 3	6. 9. 39. 42	−15.
42.	1690.	12 Oct.	23. 55	8. 2. 30	6. 20. 33. 20	−20.
43.	1691.	8 Mars.	0. 20	4. 41. 18	11. 18. 9. 40	− 2.
44.	1691.	12 Mars.	0. 19	3. 7. 20	11. 22. 8. 35	− 3.
45.	1691.	13 Mars.	0. 19	2. 43. 51	11. 23. 7. 56	+40.
46.	1691.	18 Mars.	0. 17	0. 45. 29	11. 28. 5. 58	− 9.
47.	1691.	19 Mars.	0. 17	0. 21. 53	11. 29. 5. 5	−19.
48.	1691.	20 Mars.	0. 17	0. 1. 52	0. 0. 4. 41	−24.
49.	1691.	22 Mars.	0. 16	0. 49. 9	0. 2. 3. 23	−10.
50.	1691.	23 Mars.	0. 16	1. 12. 53	0. 3. 3. 0	+15.

On voit que les obfervations d'automne s'accordent moins bien que celles du printemps, & les erreurs en sont principalement négatives; aussi l'erreur moyenne des cinquante observations, est — 3 secondes; mais en ne choisissant que les trente-quatre dont les erreurs ne vont pas à 40 secondes, autant dans les signes ascendans que dans les signes descendans, on a + 1 seconde; il y en a dix-huit ou vingt dont les erreurs sont moindres que 15 secondes, & par conséquent insensibles; mais comme il y en a deux fois plus dans les signes descendans, on ne peut pas se borner à celles-là.

Ainsi nous pouvons supposer l'erreur des Tables à peu-près nulle: la longueur de l'année, que supposent les Tables, sera conforme à ces observations, c'est-à-dire $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, ce seroit 53 secondes en les comparant aux observations de Mayer, que je vais rapporter, mais seulement 48 secondes en employant celles de 1780, que l'on verra ci-après.

M. Cassini rapporte *(page 209)* une suite d'équinoxes observés à Paris, depuis 1680 jusqu'en 1739; mais les instrumens de l'Observatoire de Paris, dans ce temps-là, étoient moins exacts pour les divisions que ceux d'Angleterre, ils ne peuvent fournir une détermination plus rigoureuse que celle qui résulte des observations de Flamstéed; d'ailleurs je vois que les observations de la Hire, calculées par la Caille, lui ont donné le même résultat, puisque la durée de l'année est la même en employant les observations de Flamstéed.

Après avoir montré tout ce que l'on peut tirer des observations anciennes pour la durée de l'année, je vais examiner les observations modernes. J'ai pris pour terme de comparaison, dans ce siècle-ci, les Tables de M. de la Caille, faites vers 1750; elles ont été calculées sur un grand nombre d'observations qui se trouvent dans son livre intitulé: *Astronomiæ fundamenta;* ainsi je n'ai pas besoin d'examiner les observations même, il me suffit des Tables qui en contiennent le résultat. Mais vers le même temps, Tobie Mayer faisoit aussi d'excellentes observations à Gottingen, pour dresser ses Tables du Soleil & son Catalogue d'Étoiles; ses observations du Soleil ne sont pas imprimées, mais il m'en envoya cinquante-six peu avant sa mort; je vais les rapporter ici avec la comparaison des Tables de la Caille & de celles de Mayer même, imprimées en 1767, mais publiées seulement en 1770, & réimprimées à Paris dans la Connoissance des Temps de 1783, *pag. 298 & suivantes.*

Observations du Soleil, faites à Gottingen, par Tobie Mayer, pendant un an, calculées sur les Tables de la Caille, & sur celles de Tobie Mayer.

Le signe — signifie ce qu'il faut ôter du calcul pour l'accorder avec les Observations.

1756.	TEMPS moyen à PARIS.	LONGITUDE du SOLEIL observée.	ERREURS des Tables de la CAILLE.	ERREURS des Tables de MAYER.
	H. M. S.	*S. D. M. S.*	*S.*	*S.*
Août 7	23. 34. 56	4. 16. 11. 18,0	— 7,7	— 30,0.
15	23. 33. 35	4. 23. 52. 43,3	+ 7,2	+ 13,2.
27	23. 30. 52	5. 5. 27. 55,4	+ 9,9	+ 18,6.
28	23. 29. 18	5. 6. 25. 52,2	+ 4,3	+ 12,3.
29	23. 30. 0	5. 7. 23. 55,7	— 1,7	+ 4,9.
Sept. 2	23. 28. 45	5. 11. 16. 36,3	+ 7,9	+ 3,3.
8	23. 26. 46	5. 17. 6. 30,6	+ 4,5	+ 7,4.
10	23. 26. 4	5. 19. 3. 12,2	— 4,5	— 2,6.
14	23. 24. 41	5. 22. 57. 20,6	— 5,9	— 0,4.
15	23. 21. 20	5. 23. 55. 57,7	— 8,0	— 1,1.
23	23. 21. 35	6. 1. 46. 14,0	— 13,5	— 6,3.
24	23. 21. 15	6. 2. 45. 17,5	— 7,1	— 2,6.
26	23. 20. 35	6. 4. 43. 13,2	— 11,3	— 5,1.
29	23. 19. 37	6. 7. 40. 39,6	+ 0,6	+ 7,7.
Oct. 1	23. 18. 59	6. 9. 38. 43,1	— 9,7	— 7,5.
8	23. 17. 0	6. 16. 33. 46,4	— 3,5	— 3,2.
9	23. 16. 45	6. 17. 33. 10,8	— 4,2	+ 15,6.
10	23. 16. 30	6. 18. 32. 38,1	— 6,4	— 3,9.
15	23. 15. 24	6. 23. 30. 29,0	— 7,4	— 3,2.

Suite

Suite des Observations du Soleil.

1756.	TEMPS moyen à PARIS.	LONGITUDE du SOLEIL observée.	ERREURS des Tables de la CAILLE.	ERREURS des Tables de MAYER.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S.	S.
Oct. 26	23. 13. 52	7. 4. 29. 5,3	— 8,1	— 1,9.
27	23. 13. 48	7. 5. 29. 5,8	— 10,7	— 5,0.
28	23. 13. 45	7. 6. 29. 11,3	— 11,2	— 5,5.
29	23. 13. 42	7. 7. 29. 16,5	— 11,2	— 6,8.
Nov. 7	23. 13. 55	7. 16. 31. 22,3	— 15,9	— 0,3.
12	23. 14. 32	7. 21. 33. 40,9	— 13,1	— 6,5.
13	23. 14. 42	7. 22. 34. 17,7	— 9,4	— 2,9.
14	23. 14. 53	7. 23. 34. 47,2	— 15,1	— 7,7.
Déc. 10	23. 23. 51	8. 19. 57. 16,0	— 18,3	— 8,5.
11	23. 24. 19	8. 20. 58. 22,0	— 22,8	— 7,6.
23	23. 30. 15	9. 3. 12. 13,8	— 24,2	— 6,7.
1757.				
Janv. 1	23. 34. 37	9. 12. 22. 58,7	— 22,4	— 8,3.
2	23. 35. 5	9. 13. 24. 11,0	— 19,9	— 10,1.
27	23. 43. 22	10. 8. 50. 51,2	— 39,2	— 22,8.
29	23. 43. 42	10. 10. 52. 53,6	— 22,7	— 6,9.
Fév. 11	23. 44. 30	10. 24. 2. 4,8	— 21,6	— 4,5.
14	23. 44. 22	10. 27. 3. 42,8	— 20,1	— 6,9.
18	23. 44. 2	11. 1. 5. 31,8	— 20,0	— 6,6.
19	23. 43. 55	11. 2. 5. 56,5	— 20,2	— 5,4.
23	23. 43. 21	11. 6. 7. 12,6	— 20,1	— 3,7.
24	23. 43. 12	11. 7. 7. 27,1	— 19,8	— 2,9.
Mars 5	23. 41. 19	11. 16. 7. 54,7	— 20,6	+ 0,7.
8	23. 40. 33	11. 19. 7. 27,2	— 19,9	+ 1,9.
9	23. 40. 19	11. 20. 7. 15,9	— 17,6	+ 3,1.
26	23. 35. 14	0. 6. 59. 8,8	— 8,1	+ 8,5.
27	23. 34. 55	0. 7. 58. 23,0	— 1,2	+ 13,9.
Avril 5	23. 32. 11	0. 16. 49. 16,7	— 16,1	+ 2,3.

Suite des Obſervations du Soleil.

1757.	TEMPS moyen à PARIS.	LONGITUDE du SOLEIL obſervée.	ERREURS des Tables de la CAILLE.	ERREURS des Tables de MAYER.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S.	S.
Avril 6	23. 31. 53	0. 17. 48. 9,9	— 12,7	+ 6,8.
8	23. 31. 19	0. 19. 45. 44,5	— 11,1	+ 7,8.
18	23. 28. 47	0. 29. 32. 3,1	+ 0,1	+ 11,2.
19	23. 28. 34	1. 0. 30. 22,9	— 8,0	+ 3,8.
27	23. 27. 4	1. 8. 16. 49,1	— 12,8	+ 3,2.
Juin 16	23. 30. 11	2. 26. 17. 43,5	— 6,9	+ 1,6.
20	23. 31. 2	3. 0. 6. 33,3	— 17,1	— 2,1.
Août 5	23. 35. 12	4. 14. 1. 56,2	+ 1,2	+ 1,9.
12	23. 34. 12	4. 20. 45. 20,9	+ 1,8	+ 4,3.
24	23. 31. 29	5. 2. 19. 22,0	+ 3,2	+ 0,5.

Ayant additionné toutes les erreurs poſitives & négatives des Tables de la Caille, qui ſont à côté des obſervations, je trouve l'erreur moyenne — 10 ſecondes, en retranchant ſeulement celle où l'erreur eſt de 39 ſecondes : cette différence de 10 ſecondes eſt aſſez bien d'accord avec les différences des époques dans les Tables de ces deux Auteurs, car celles de Mayer ſont plus petites de 7 ſecondes ; d'ailleurs l'équation eſt exactement la même, le lieu de l'aphélie eſt plus petit de 27 ſecondes dans Mayer, ce qui ne peut produire qu'une ſeconde dans le lieu du Soleil ; ainſi, la différence ne doit venir que de l'époque des longitudes moyennes.

Les 10 ſecondes que l'on trouve de plus dans les obſervations de Mayer, ſuppoſent que les équinoxes ſont arrivés plus tard, & que la durée de l'année eſt plus longue. L'erreur moyenne étant de 10 ſecondes, il faudroit ajouter 1 ſeconde & demie à la durée de l'année, déduite des obſervations de Tycho, & 4 ſecondes à celle qui eſt déduite des obſervations de Flamſtéed, comparées à celles de la Caille ; ainſi l'on auroit par celle-ci $365^j\ 5^h\ 48'\ 53''$; mais les Tables de la Caille me paroiſſent préférables, comme ayant été déduites d'un plus grand nombre d'obſervations, & toutes par des hauteurs correſpondantes : on va voir d'ailleurs que ce réſultat eſt encore confirmé par des obſervations poſtérieures.

En effet, les obſervations faites en 1780, m'ont fourni une dernière preuve de l'exactitude des déterminations précédentes. Le grand quart-de-cercle de M. Bergeret, conſtruit par Bird, en Angleterre, le dernier & le meilleur inſtrument de ce célèbre Artiſte, a été placé à l'École Royale-militaire de Paris, en 1778 ; M. Dagelet y a fait un grand nombre d'obſervations ; il m'a communiqué ſes Journaux, & j'en ai extrait cinquante-ſix hauteurs méridiennes du bord ſupérieur du Soleil, obſervées en 1780, tant dans les ſignes aſcendans que dans les ſignes deſcendans ; j'en ai déduit les déclinaiſons du Soleil en ſuppoſant l'erreur de la lunette $+\ 3'\ 39''$; j'ai calculé les longitudes, je les ai comparées avec les Tables de la Caille, & j'ai trouvé les différences marquées dans la Table ſuivante, où je me ſuis contenté de mettre les quarante obſervations qui s'accordent le mieux.

Obſervations faites à l'École Militaire, par M. Dagelet, Profeſſeur de Mathématiques.

DATES des OBSERV. de 1780.	DISTANCES du bord ſupérieur du SOLEIL au Zénith.			LONGITUDE déduite de la HAUTEUR.				CORR. des TABLES.
	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.
Fév. 4	64.	44.	7	10.	15.	23.	14	+ 47.
5	64.	26.	2	10.	16.	23.	18	+ 4.
10	62.	51.	51	10.	21.	26.	43	— 10.
17	60.	30.	5	10.	28.	30.	43	— 2.
20	59.	26.	25	11.	1.	31.	51	— 3.
23	58.	21.	12	11.	4.	32.	48	— 7.
24	57.	58.	49	11.	5.	33.	57	+ 47.

Suite des Obſervations faites à l'École Militaire.

DATES des OBSERV. de 1780.	DISTANCES du bord ſupérieur du SOLEIL au Zénith. D. M. S.	LONGITUDE déduite de la HAUTEUR. S. D. M. S.	CORR. des TABLES. S.
Mars 3	54. 57. 52	11. 13. 34. 54	+ 40.
4	54. 34. 59	11. 14. 34. 22	+ 5.
14	50. 40. 30	11. 24. 32. 39	— 27.
18	49. 5. 46	11. 28. 31. 7	+ 2.
19	48. 42. 5	11. 29. 30. 40	+ 6.
21	47. 54. 35	0. 1. 29. 11	— 10.
23	47. 7. 54	0. 3. 27. 25	— 43.
28	45. 10. 30	0. 8. 23. 51	— 31.
29	44. 47. 12	0. 9. 23. 0	— 31.
Avril 4	42. 28. 56	0. 15. 17. 27	— 32.
17	37. 44. 0	0. 28. 0. 46	— 43.
18	37. 23. 10	0. 28. 59. 15	— 43.
29	33. 47. 5	1. 9. 40. 49	— 27.
Août 16	35. 0. 30	4. 24. 5. 24	+ 14.
17	35. 19. 46	4. 25. 3. 13	+ 18.
26	38. 21. 50	5. 3. 44. 5	— 2.
30	39. 47. 20	5. 7. 36. 40	+ 24.
Sept. 6	42. 21. 56	5. 14. 24. 12	+ 21.
7	42. 44. 28	5. 15. 22. 31	+ 21.
13	45. 1. 25	5. 21. 12. 55	+ 25.
15	45. 47. 43	5. 23. 10. 8	+ 26.
16	46. 10. 52	5. 24. 8. 39	+ 18.
22	48. 30. 55	6. 0. 1. 3	+ 17.
23	48. 54. 21	6. 0. 59. 58	+ 15.
25	49. 41. 15	6. 2. 57. 51	+ 21.
28	50. 51. 27	6. 5. 54. 43	— 0.
Oct. 6	53. 57. 20	6. 13. 48. 7	+ 6.
8	54. 43. 15	6. 15. 46. 51	+ 10.
9	55. 6. 5	6. 16. 46. 16	+ 12.
13	56. 36. 22	6. 20. 43. 58	+ 1.
14	56. 58. 45	6. 21. 43. 42	+ 19.
16	57. 43. 3	6. 23. 42. 59	+ 21.
24	60. 34. 17	7. 1. 41. 12	+ 15.

Ces quarante obſervations donnent pour l'erreur moyenne des Tables + $3'' \frac{1}{2}$, celles de Flamſtéed donnent + $1''$, en choiſiſſant les trente-quatre qui s'accordent le mieux; ainſi il n'y a ſur le mouvement du Soleil, en quatre-vingt-dix ans, que $2'' \frac{1}{2}$ à ajouter; c'eſt une demi-ſeconde à ôter de la durée de l'année, qui ſera par conſéquent $365^j\ 5^h\ 48'\ 48'' \frac{1}{2}$. J'ai trouvé 49 ſecondes par les obſervations de la Caille, 53 ſecondes par celles de Mayer; mais celles de M. Dagelet, ayant trente ans d'intervalle de plus, doivent avoir l'avantage: le milieu donne 50 ſecondes, tandis que les obſervations d'Hipparque m'ont donné 48 ſecondes, celles de Walterus 50 ſecondes, celles de Tycho & celles de Bologne 46 ſecondes; en s'en tenant à 48 ſecondes, on ne court pas riſque de ſe tromper de 2 ſecondes.

Il eſt donc ſuffiſamment prouvé par les meilleures obſervations du dernier ſiècle, de même que par les plus anciennes, que la durée actuelle de l'année eſt de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

Riccioli, dans ſon Aſtronomie réformée, trouvoit déjà la même choſe; & M. Caſſini une ſeconde de plus *(Élémens d'Aſtronomie, page 232)*. L'accord des obſervations anciennes & modernes, éloigne toute idée d'accélération dans le mouvement de la Terre, ou d'équation ſéculaire qu'on voudroit introduire dans les Tables du Soleil, à l'exemple de M. Euler, dans ſes Opuſcules, en 1746, & de M. Clemm; ainſi l'on doit être raſſuré de plus en plus, ſur la menace de deſtruction, que M. Euler nous faiſoit dans les *Tranſactions philoſophiques de 1749, vol. XLVI, page 203*, & à laquelle j'ai déjà répondu dans les *Mémoires de l'Académie pour 1757, page 413*; les équinoxes de Ptolémée l'avoient induit en erreur, mais j'ai fait voir ci-devant qu'il falloit abſolument les rejeter.

Cependant M. le Gentil avoit auſſi jugé aſſez vraiſemblable que l'année étoit devenue plus courte, & cela pour une cauſe fort différente, tirée de la période de ſix cents ans *(Mémoires de l'Académie, 1756, page 75*; & M. Bailly *(Mém. 1773, page 170)*, en paroît perſuadé. Josèphe, dans ſes Antiquités judaïques *(liv. I, chap. 3, article 15)*, nous dit que ce n'eſt qu'après la révolution de ſix ſiècles que s'accomplit la grande année : M. Cassini regarde cette période comme une des plus belles qu'on ait eues (*anciens Mémoires, tome V, page 5*); mais il ne dit pas que cette période ait jamais été rigoureusement exacte; M. le Gentil dit aussi qu'il ne doute point de l'accélération de la Terre, soit d'après ce que l'on trouve dans les Mémoires de l'Académie pour 1750, où la chose est établie par des observations peu éloignées à la vérité les unes des autres, mais en même temps très-exactes, soit d'après les recherches qu'il a faites sur la grandeur & la forme de l'année chez les anciens Égyptiens, comparée à celle que nous suivons aujourd'hui : examinons ces trois raisons. Pour que la période de six cents ans eût ramené autrefois le Soleil & la Lune au même point du ciel, il faudroit que la durée de l'année eût été plus longue de $2' 50''$; car six cents années solaires, chacune de $365^j 5^h 48' 48''$, font $18934156800''$, & sept mille quatre cents vingt-un mois lunaires, chacun de $29^j 12^h 44' 2'', 8921$ font $18934257702''$; la différence est de $1^j 4^h 31' 42''$, cette différence est trop grande pour qu'on puisse supposer, sans preuve, que cette période de six cents ans ramenoit autrefois le Soleil & la Lune exactement au même lieu; s'il est permis de supposer qu'elle étoit très-exacte autrefois, il est permis aussi de ne croire ni à l'ancienneté de cette période ni à son exactitude. Ce que M. de la Caille dit dans les Mémoires de 1750, *p. 27*, c'est que la durée de l'année est actuellement plus petite que celle qui a été employée par Cassini, Flamstéed, Halley & Newton; cela ne signifie pas qu'elle a diminué, mais seulement qu'on l'avoit mal déterminée.

A l'égard de l'année des anciens Égyptiens, on n'a là-dessus que des notions trop imparfaites pour qu'on puisse en tirer aucune conséquence; ainsi les trois raisonnemens de M. le Gentil ne suffisent point du tout pour faire croire à l'accélération du Soleil.

L'année tropique étant bien connue, il faut en déduire l'année sydérale, & pour cela il faut connoître exactement la précession des équinoxes; car une augmentation de 10 secondes sur la précession d'un siècle, augmente de $2'',38$ la différence entre l'année tropique & l'année fydérale : mais j'ai fait voir dans mon Mémoire fur la préceffion des Équinoxes *(Mém. 1781)*, par un grand nombre de comparaifons, que la préceffion eft de $1^d 23' 45''$ dans ce fiècle-ci ; & cela me donne la durée de l'année fydérale $365^j 6^h 9' 11'',56$.

La durée de l'année employée dans la réformation du Calendrier Grégorien, étoit de $365^j 5^h 49' 16''$, c'eft-à-dire, trop grande de 28 fecondes ; on ne put faire mieux pour lors que d'adopter les Tables Alphonfines, & le mouvement du Soleil y avoit été fixé avec une exactitude qui paroît furprenante pour ce temps-là.

La petite erreur de 28 fecondes eft peu fenfible pour l'ufage civil ; car je trouve que pour repréfenter exactement la durée que je viens de déterminer, il faudroit réellement omettre fept biffextiles en neuf cents ans, c'eft-à-dire, qu'en trois mille fix cents ans, il en faudroit retrancher 28, au lieu de 27 que l'on retranche : ainfi l'erreur du Calendrier Grégorien ne fera fenfible qu'en l'an 5200 ; on pourroit alors omettre une biffextile féculaire, en forte qu'il n'y en auroit point depuis l'année 4800 jufqu'à l'année 5600.

Au refte, cette différence eft plus petite que celle qu'il y a entre l'année moyenne dont je viens de déterminer la longueur, & l'année folaire vraie, qui eft toujours plus ou moins longue fuivant le point d'où l'on part : fi ces différences méritoient d'être confidérées dans le Calendrier, il y en auroit une plus digne d'attention, ce feroit celle des différens mois de l'année, qui pourroient être d'accord avec le mouvement du Soleil, en faifant de trente-un jours ceux où le Soleil eft du côté de fon apogée, & les autres de trente, comme l'a remarqué M. Carouge, dans le *Journal des Savans* de *1776* & de *1779*. Alors le Soleil entreroit dans chaque figne le premier jour de chaque mois, & les intercalations que je viens de propofer, conferveroient pendant bien des fiècles une conformité exacte entre l'année civile & l'année folaire : mais enfin le mouvement de l'apogée du Soleil, produit par les attractions de Vénus & de Jupiter, dérangeroit encore dans la fuite cette harmonie.

Entrée du Soleil dans les douze ſignes, avec le temps qu'il emploie à parcourir chaque ſigne.

1781.	20 Déc.	21h 39′	29j 10h 22′
1782.	19 Janv.	8. 1	29. 14. 51.
	17 Fév.	22. 52	30. 0. 27.
	19 Mars	23. 19	30. 12. 49.
	19 Avril	12. 8	30. 17. 24.
	20 Mai	5. 22	31. 16. 8.
	20 Juin	21. 30	31. 10. 50.
	22 Juillet	8. 20	31. 6. 21.
	22 Août	14. 41	30. 20. 27.
	22 Sept.	11. 8	30. 7. 53.
	22 Oct.	19. 1	29. 20. 11.
	21 Nov.	15. 12	29. 12. 10.
	21 Déc.	3. 32	29. 10. 25.
1783.	19 Janv.	13. 57	

On voit par cette Table, que le Soleil eſt plus long-temps dans notre hémiſphère que dans celui du midi, & que la différence eſt de 7j 17h 44′. On voit auſſi qu'il s'en faut de ſix heures ſeulement que la demeure du Soleil, dans les ſix ſignes méridionaux, ne faſſe les cent ſoixante-dix-neuf jours, que donneroient les ſix mois de trente jours, en ôtant un jour de Février. L'intervalle de Mars en Septembre ſurpaſſe de douze heures la durée des ſix mois qui auroient trente-un jours chacun ; il n'y auroit donc entre ces deux intervalles, qui doivent différer de ſix heures, à cauſe de la durée de l'année, 365j 6h, qu'une différence de douze heures; ainſi la méthode popoſée donneroit fort bien la correſpondance des ſignes céleſtes avec les mois civils. Mais il n'y a pas d'apparence qu'on entreprenne une nouvelle réformation du Calendrier, & il me ſuffit d'avoir indiqué la manière dont on pourroit l'exécuter.

OBSERVATIONS