

M É M O I R E
SUR L'INCLINAISON
DU TROISIÈME SATELLITE DE JUPITER.

Par M. DE LA LANDE.

Lû
le 9 Mai
1779.
Remis
en 1782.

LORSQUE je donnai à l'Académie, en 1762, l'explication du mouvement direct observé dans les nœuds du 4.^e Satellite, & dont on cherchoit la cause depuis long-temps, je remarquai que le nœud du 3.^e Satellite devoit avoir un mouvement semblable, & qu'il en résulteroit nécessairement dans l'inclinaison une variation que j'espérois discuter dans une autre occasion (a) : la quantité de cette variation n'étoit pas encore connue par les observations, & lorsque je publiai, en Octobre 1764, la première édition de mon ASTRONOMIE, on ne favoit autre chose sinon que depuis soixante-six ans, cette inclinaison avoit toujours augmenté; mais on ne voyoit point encore jusqu'où pourroit aller cette augmentation. Ce fut une des causes qui me fit proposer à l'Académie d'indiquer pour le sujet du Prix, *la Théorie des Satellites de Jupiter.*

M. Bailly, dans son excellent Ouvrage sur *les Satellites*, ayant cherché les masses des Satellites par les inégalités connues jusqu'alors, pensa que cette inclinaison pourroit bien augmenter jusqu'en 1797 (b), mais en ajoutant qu'il seroit bien fâché qu'on regardât cela comme une prédiction.

M. de la Grange, qui dans le même temps remporta le Prix de l'Académie sur ce sujet, proposoit une hypothèse de cent quatre-vingt-quinze ans, mais en ajoutant aussi qu'il ne prétendoit que donner une idée de la manière dont on pourroit rendre raison de l'augmentation de l'inclinaison (c).

M. Maraldi, qui a perfectionné & approfondi avec autant

(a) Mémoires de l'Académie, 1762, page 233; Mém. 1765, p. 607.

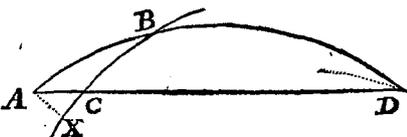
(b) Essai sur la Théorie des Satellites de Jupiter, 1766, page 135.

(c) Recherches sur les inégalités des Satellites, page 161, dans le Recueil des Pièces qui ont remporté les Prix, Tome IX, 1777.

d'affiduité que de pénétration tous les points de la théorie des Satellites, ne tarda pas à s'apercevoir que depuis 1763, l'inclinaison du 3.^e cessoit d'augmenter; & quoique les observations de 1769, dans les limites des plus grandes latitudes, eussent assez mal réussi, il vit que l'inclinaison étoit diminuée d'environ 2 minutes (d).

On attendoit avec impatience les observations de la limite suivante, en 1775, pour voir si cette diminution continueroit d'avoir lieu, & si la période d'augmentation avoit réellement fini en 1763; j'ai examiné pour cet effet toutes les observations que j'ai pu rassembler, & je me suis assuré que cette augmentation avoit cessé peut-être même un peu plus tôt.

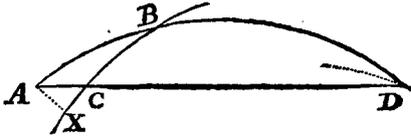
Lorsqu'en publiant la seconde édition de mon *Astronomie*, en 1771, je voulus y placer une collection de Tables nouvelles pour toutes les Planètes; je demandai à M.^{rs} Wargentini & Maraldi ce qu'ils avoient de plus nouveau sur les Satellites de Jupiter: le premier m'envoya des Tables nouvelles où il employoit des équations empiriques de douze & de quatorze ans pour représenter les mouvemens du 3.^e Satellite; je les adoptai, ne pouvant faire mieux: mais à l'égard de l'inclinaison du 3.^e Satellite, je préfèrai l'hypothèse de M. Maraldi, & j'employai une Table où il suppose que l'orbite *BC* du 3.^e Satellite se meut sur l'orbite *AB* du 1.^{er}, le nœud *B* faisant tout le tour en cent trente-deux ans, l'angle *B* restant toujours de 12', l'in-



clinaison du premier étant de 3^d14' sur l'orbite *AC* de Jupiter, & le nœud à 10^s13^d52'. Ainsi la plus grande inclinaison du troisième a été en *A*, 3^d26' en 1763, & la plus petite a été en 1697 de 3^d seulement dans le nœud opposé *D*; elle sera de même en 1829. Je suppose qu'on veuille chercher pour 1773 l'inclinaison & le nœud *C*; d'après la période de cent trente-deux ans, on a pour le mouvement annuel du nœud *B*, 2^d43'38",2, ou 2^d16'22" depuis 1763 jusqu'en 1773.

(d) Mémoires de l'Académie, 1769.

Si l'on suppose donc que AB , sur l'orbite du 1.^{er} Satellite, soit de $27^{\text{d}} 16' 22''$, l'angle A de $3^{\text{d}} 14'$, & l'angle B de $12'$; on résoudre le triangle ABC pour trouver l'angle C , inclination actuelle du 3.^e Satellite sur l'orbite de Jupiter.



Pour employer les formules ordinaires de la Trigonométrie sphérique, on abaisseroit la perpendiculaire AX , & l'on diroit, $R : \text{cof. } AB :: \text{tang. } B : \text{cot. } BAX$ & $\text{fin. } BAX : \text{fin. } CAX :: \text{cof. } B : \text{cof. } C$; mais les logarithmes du cof. de B & du fin. BAX , dans nos Tables ordinaires, ne variant que de quatre parties pour une minute entière, on peut avoir une unité d'erreur sur leur différence : on préfère quelquefois la formule $\text{cof. } C = \text{cof. } B (\text{cof. } A - \text{fin. } A \text{ tang. } B \text{ cof. } AB)$; mais celle-ci exige que l'on cherche huit fois dans les Tables, & cela dans trois Tables différentes, tandis que la première ne demande que huit fois, & cela dans la même Table. Ainsi on peut préférer la première, quand on ne craint pas une erreur d'une seconde sur l'inclinaison : je trouve par la première formule, $3^{\text{d}} 24' 44''$; & par la seconde, $3^{\text{d}} 24' 45''$ pour l'inclinaison C du 3.^e Satellite en 1773; ce qui est exactement conforme à la Table.

On peut aussi se servir de la formule suivante, qui se déduit par les triangles supplémentaires de celle que j'ai démontrée dans mon *Astronomie*, art. 3696,

$$\text{cof. } \frac{1}{2} C = \text{fin. } A \text{ fin. } B \text{ cof. } \frac{1}{2} AB + \text{fin. } \frac{1}{2} (A - B).$$

Enfin on peut commencer par chercher le côté AC , qui est la libration du nœud & dont la tangente $= \frac{\text{tang. } AB \text{ cof. } BAX}{\text{cof. } CAX}$;

on dira ensuite, $\text{fin. } C = \frac{\text{fin. } AB \text{ fin. } B}{\text{fin. } AC}$.

On trouve par ces deux méthodes, $3^{\text{d}} 24' 44'', 4$ pour l'inclinaison en 1773. Si l'on a cherché l'inclinaison C par la première formule, on trouvera la libration AC du nœud, en

en disant, *cos. BAX : cos. CAX :: cot. AB : cot. AC*, ce qui donnera *AC* de $1^d 32' 24''$. Cela s'accorde avec la Table, puisqu'elle marque pour 1773, $10^f 12^d 20'$, & que le lieu moyen du nœud est à $10^f 13^d 52'$, lieu du nœud du 1.^{er} Satellite; la différence est en effet $1^d 32'$.

Il y a grande apparence que l'action du 2.^e Satellite influe beaucoup sur l'inclinaison du 3.^e comme je l'ai dit dans mon Mémoire sur ce sujet (*e*); mais rapportant son effet à l'orbite du 1.^{er} pour l'ajouter avec l'effet que celui-ci produit, on ne s'écarte pas beaucoup des observations, & l'on simplifie beaucoup l'hypothèse & le calcul.

C'est donc cette hypothèse employée dans les Tables, que j'ai comparée avec les durées observées depuis quelques années (*f*), pour en tirer la confirmation ou la correction de ces mêmes Tables, & j'ai été surpris de leur exactitude.

1773.	8 Août.....	12 ^d 1' 17 ^f	} M. Maraldi, à Perinaldo.	I.
		14. 41. 6		
	2 Novembre. ...	11. 49. 3	} M. Tosino, à Cadix.	II.
		14. 11. 22		
	8 Décembre.....	7. 52. 58	} à Cadix.	III.
		10. 9. 59		
1774.	18 Juillet.....	13. 24. 30	} M. Messier.	IV.
		14. 59. 40		
	30 Août.....	12. 58. 8	} à Cadix.	V.
		14. 33. 54		
	23 Décembre.....	5. 48. 38	} M. Messier.	VI.
		7. 18. 26		
		6. 14. 26	} M. Lagrange, à Milan.	
		7. 47. 20		
1775.	9 Août.....	14. 11. 1	} M. Messier.	VII.
		16. 9. 17		

(*e*) Mémoires de l'Académie, 1765, page 607.

(*f*) Mémoires de l'Académie, 1774, page 11; Éphémérides de Vienne, 1778, page 45; Éphémérides de Milan, 1776, 1777 & 1778.

1775. 21 Septembre.	14 ^d 18' 8" } 16. 22. 45 }	M. Messier.	VIII.
1776. 26 Février.	6. 13. 10 ^d } 8. 49. 10 }	M. Reggio, à Milan.	IX.
24 Novembre.	14. 10. 20 } 17. 28. 47 }	à Milan, Éphémér. 1778.	X.
1777. 26 Mars.	9. 57. 35 } 13. 24. 40 }	le P. Fixlmißner, à Cremsmunster.	XI.

Voici maintenant la comparaison de ces onze observations, avec la durée de chaque Éclipse tirée des Tables dont je viens de parler : j'y ai ajouté l'erreur des Tables sur le milieu de l'Éclipse.

La onzième observation étant fort près du nœud, ne peut servir qu'à faire voir que le diamètre de l'ombre est fort bien dans les Tables, 1^h 47' 0", mais que l'erreur des Tables sur les conjonctions alloit en croissant en 1777.

OBSERV.	DIST. au Nœud.	DEMI- DURÉE observée.	DEMI- DURÉE par les Tables.	CORRECTION des Tables pour la demi-durée.	CORRECTION pour le milieu.
I.	47 ^d	1 ^h 19' 55"	1 ^h 19' 29"	+ 0' 26"	+ 1' 33"
II.	55	1. 11. 9	1. 11. 0	+ 0. 9	+ 1. 34
III.	58	1. 8. 30	1. 7. 20	+ 1. 10	+ 0. 55
IV.	79	0. 47. 35	0. 47. 39	- 0. 4	- 1. 9
V.	83	0. 47. 53	0. 45. 29	+ 2. 24	- 0. 5
VI.	87	0. 44. 54	0. 44. 19	+ 0. 35	- 1. 8
VII.	66	0. 59. 8	0. 59. 10	- 0. 2	- 0. 29
VIII.	62	1. 2. 18	1. 3. 18	- 1. 0	- 1. 6
IX.	50	1. 18. 0	1. 18. 2	- 0. 2	- 1. 56
X.	27	1. 39. 13	1. 38. 18	+ 0. 55	- 2. 35
XI.	14	1. 43. 32	1. 43. 45	- 0. 13	- 3. 15

Les troisième & huitième observations, qui sont presque

à même distance du nœud, donnent deux erreurs presque égales & en sens contraire; ce qui suppose une augmentation à faire dans le lieu du nœud d'environ 1 degré, ou une diminution de 10 à faire au nombre *A* de la Table, avant que de chercher la demi-durée. Cela s'accorde avec ce que M. Wargentín avoit mis dans ses Tables, lorsqu'il me les envoya en 1770, en m'avertissant que sa Table étoit purement empirique ou faite d'après les observations, sans avoir adopté aucune hypothèse; cependant les observations I & II, comparées avec l'observation IX, ne donnant presque aucune correction pour le nœud, il paroît qu'on peut encore s'en tenir à la Table, même pour le nœud (*g*).

Les observations IV & VI, qui sont les plus voisines du nœud, donnent des erreurs fort petites & en sens contraire; en sorte qu'il n'y a rien à changer à cet égard dans l'inclinaison que donne la Table, si ce n'est peut-être 20 secondes à ôter de l'inclinaison, ce qui mettroit à 1762, au lieu de 1763, le terme de la plus grande inclinaison.

La cinquième observation a une erreur de 2' 24"; mais M.^{rs} Tofino & Varela nous avertissent, dans le Recueil imprimé en 1776, page 113, que le temps n'étoit pas clair, *la atmosfera densa, y el planeta mal terminado*: dès-lors on a dû voir le Satellite plus long-temps éclipsé que dans les observations où il fait beau temps, & d'après lesquelles on a construit la Table.

Cette différence est sur-tout sensible pour le 3.^e Satellite, quand il entre dans l'ombre fort obliquement; on en peut juger par l'observation du 23 Décembre 1774, que j'ai rapportée ci-dessus d'après M. Messier, & d'après le P. Lagrange, alors Directeur de l'Observatoire de Milan: le milieu du passage est le même, à 3 secondes près, par les deux observations; ce qui prouve qu'elles ont été fort bien faites l'une & l'autre; mais il y a 3' 6" de moins pour la durée par

(*g*) Dans le Recueil des Tables de l'Académie de Berlin, on a mis cette Table; mais à 1765 on lit 10^f 13^d 35', au lieu de 10^f 14^d 11': c'est une faute d'impression.

M. Messier, parce qu'il est plus jeune, & que sa lunette achromatique est supérieure à un télescope de 2 pieds dont le P. Lagrange se servoit.

La septième observation ne s'accorde pas tout-à-fait avec la huitième, faite quarante-trois jours après, au bout de trois révolutions; mais il faisoit grand jour pour l'émerfion: ainsi M. Messier a dû voir le Satellite un peu plus tard, & trouver une durée trop longue, relativement à la huitième observation.

J'ai supposé dans ce Mémoire, les inclinaisons calculées dans l'hypothèse de l'ombre circulaire, quoique j'en aie fait voir le défaut (*h*); mais M. Maraldi n'ayant point encore adopté cette correction, j'ai voulu parler le même langage que lui.

Je n'ai pas cherché à mettre dans les calculs des demi-durées, une précision plus grande que celle de la Table que j'examine, où les parties proportionnelles peuvent occasionner quelques secondes d'erreur; mais il sera assez temps de faire ces calculs à la rigueur, d'après l'hypothèse que j'ai indiquée, si dans la prochaine limite on trouve le même accord entre les observations & l'hypothèse. D'ailleurs on ne pourra constater ces différences de quelques secondes que quand les observations seront perfectionnées par l'usage des diaphragmes, expliqué dans l'excellent Mémoire de M. Bailly (*i*): ce n'est que par cette méthode que l'on pourra tenir compte des diamètres des Satellites, & des inégalités dans leur lumière, dans les lunettes & dans les yeux des Observateurs. Jusqu'ici nous supposons que les observations qui ont servi à construire les Tables, & celles qui servent à les vérifier, étant faites avec des lunettes de 18 pieds ou des lunettes achromatiques de 3 pieds $\frac{1}{2}$, ne diffèrent pas sensiblement entr'elles. Si celles-ci sont un peu meilleures, comme on le croit, il en résultera des différences; mais quant à présent il ne paroît pas y avoir de changement à faire dans la Table qui suppose la plus grande

(*h*) Mémoires de l'Académie, 1763, page 413.

(*i*) Mémoires de l'Académie, 1771.

inclinaison du 3.^e Satellite $3^d 26'$ en 1763, la période de cent trente-deux ans, & le mouvement de l'orbite du 3.^e Satellite sur le premier, avec une inclinaison de $3^d 14'$ pour celui-ci sur l'orbite de Jupiter, & de 12 minutes sur l'orbite du second.

Je finirai ce Mémoire en rapportant quelques observations du 3.^e Satellite, faites par M. Méchain, comparées avec les Tables pour faire voir le progrès des erreurs. Le signe — indique ce qu'il faut ôter du calcul pour l'accorder avec l'observation.

1778.	10	Avril..	7 ^d 38' 12" soir.	É.	—	4' 52".	
	17	Avril..	11. 40. 10 soir.	É.	—	4. 28.	
	30	Mai...	8. 9. 32 soir.	I.	—	4. 31;	un peu de... à cause du grand jour
	30	Mai...	11. 36. 42 soir.	É.	—	2. 20;	il paroît foiblement.
	26	Nov...	2. 55. 50 mat.	É.	—	0. 33.	
1779.	8	Janv...	2. 18. 48 mat.	É.	—	0. 26.	
	19	Février.	10. 57. 9 soir.	I.	—	1. 51.	
	27	Mars...	9. 50. 26 soir.	É.	—	2. 5;	
	21	Juin...	9. 31. 25 soir.	É.	—	3. 32.	
1780.	17	Avril..	7. 42. 47 soir.	É.	—	0. 7;	il y avoit des fumées.
1781.	26	Février.	2. 2. 57 mat.	É.	—	0. 58.	
	6	Mars...	4. 27. 37 mat.	I.	—	1. 4.	
	11	Avril..	0. 25. 41 mat.	I.	—	1. 16.	
	16	Mai...	10. 2. 35 soir.	É.	—	0. 15;	il paroïsoit déjà.
	28	Juin...	9. 51. 1 soir.	É.	—	2. 5.	

On peut juger par - là que les équations empiriques, employées par M. Wargentin dans ses Tables, avec des périodes de douze ans & demi & de quatorze ans, ne satisfont pas parfaitement aux observations; il pense en effet qu'il vaudroit autant n'employer qu'une seule équation, que l'on changeroit de valeur en différens temps. Voyez le *Tome IV* de mon *Astronomie*, page 690; *Éphémérides de Berlin*, 1781. Mais cette forme, encore plus empirique ou plus aveugle, seroit peu propre à satisfaire les Astronomes: il faudroit donc employer la théorie ou les observations pour démêler mieux

l'influence des trois autres Satellites sur le troisième dont nous venons de parler. C'est pour cela que j'avois engagé l'Académie de Harlem à proposer ce sujet de Prix; mais il n'en a point encore résulté de théorie satisfaisante.

Ces équations, dont les périodes sembloient être de douze & de quatorze ans, pourroient venir l'une de l'excentricité, l'autre du mouvement de l'apside du 3.^e Satellite: en effet, quand on établit une première équation provenant de l'excentricité, & dont la période est à peu-près égale à celle de Jupiter même, on suppose cette période toujours uniforme, & les retours de la plus grande équation toujours les mêmes; mais si l'apside change, le retour de la plus grande équation ne tombe plus au même point du ciel; & quand on l'y suppose fixe, on trouve une différence: cette différence ne croît pas uniformément, parce que l'équation n'est pas proportionnelle à la distance comptée d'un certain point; on peut alors la représenter par une nouvelle équation dont la période soit égale à la révolution de l'apside, ou peut-être à un multiple ou un sous-multiple de cette révolution. C'est ce que je me propose de discuter quand j'aurai rassemblé un assez grand nombre de bonnes observations; en supposant que M.^{rs} Wargentín, Maraldi, de Lagrange & Bailly, à qui nous devons beaucoup de lumières sur cette théorie, ne s'en seront pas occupés avant moi, & avec plus de succès que je ne pourrois en espérer dans mes propres recherches.

