ÉLÉMENS
DE L'ORBITE DE MARS,
PAR LES DERNIÈRES OPPOSITIONS,
Calculés par une Méthode plus ſimple que celles qu'on a employées juſqu'ici.

Par M. DE LA LANDE.

15 Juillet 1775.

LA détermination d'une orbite planétaire par trois obſervations réduites au Soleil, eſt un problème dont les Aſtronomes & les Géomètres ſe ſont ſouvent occupés. La méthode indirecte que j'employai dans les Mémoires de 1755, *page 218*, me paroiſſoit juſqu'ici la plus exacte & la plus ſimple; mais en revenant ſur cet objet, pour perfectionner mes Tables du mouvement de Mars, j'ai reconnu qu'il y avoit un moyen de rendre le calcul incomparablement plus court. Voici le procédé appliqué à un exemple, dont tout le détail n'exige pas une heure de temps & une page de calcul, & ne ſuppoſe pas même qu'on ouvre les Tables de logarithmes. Ainſi, l'on pourra déterminer facilement toutes les orbites autant de fois qu'on aura d'obſervations priſes trois à trois, ſans qu'elles ſoient aſſujetties à être dans les apſides ou dans les moyennes diſtances.

OPPOSITIONS DE MARS.

Années.	*Temps moyen.*	*Longitude ſur l'orbite.*	*Anomalie ſuivant mes Tables.*	*Longitude moyenne ſuivant mes Tables.*
1762	14 Avril $7^h\ 40'\ 56''$	$6^d\ 24'\ 46''\ 5'''$	$2^d\ 1'\ 57''\ 40'''$	$7^d\ 3'\ 39''\ 47'''$
1764	1 Juin 1. 2. 10	8. 11. 23. 4	3. 20. 1. 42	8. 21. 46. 12
1766	13 Août 1. 40. 26	10. 20. 41. 5	5. 20. 49. 50	10. 22. 36. 47
1768	25 Oct. 19. 35. 44	1. 3. 25. 9	7. 22. 32. 3	0. 24. 21. 28
1770	14 Déc. 12. 27. 19	2. 23. 8. 1	9. 11. 6. 50	2. 12. 58. 38
1775	23 Févr. 9. 1. 46	5. 5. 7. 14	0. 3. 50. 17	5. 5. 46. 46

Je

Je commence par employer les oppositions de 1764, 1770 & 1775, dont les deux premières sont vers les moyennes distances, & la troisième vers l'aphélie. Le mouvement moyen de Mars & celui de l'aphélie devant être supposés connus dans ces sortes de recherches, la différence d'anomalie moyenne entre la première & la troisième observation, $8^s\ 13^d\ 48'\ 35''$, est une des données auxquelles il s'agit de satisfaire; le mouvement vrai ou la différence des longitudes observées $8^s\ 23^d\ 44'\ 10''$ est aussi donné: de même, entre 1770 & 1775, le mouvement vrai est $2^s\ 11^d\ 59'\ 13''$.

Première Hypothèse.

En employant l'équation de l'orbite de Mars $10^d\ 42'\ 13''$, telle qu'elle est dans mes Tables, & les anomalies telles qu'elles sont rapportées ci-dessus, je trouve pour les temps de la première & de la troisième observation, des longitudes vraies qui diffèrent de $8^s\ 23^d\ 46'\ 26''$, ou $2'\ 16''$ de trop. En augmentant de $10'\ 0''$ les anomalies, c'est-à-dire en ôtant 10 minutes des lieux de l'aphélie, je trouve 8 secondes seulement de trop; ainsi 10 minutes de diminution sur l'aphélie accourcissent de $2'\ 8''$ le mouvement vrai de 1764 à 1775; d'où il suit qu'en le diminuant de $10'\ 37''$, on aura la différence exacte de $8^s\ 23^d\ 44'\ 10''$, qui est donnée par observation. Cette quantité de $10'\ 37''$ se peut même trouver par une seule proportion, en divisant les $2'\ 16''$ par $12'\ 49''$, somme des différences d'équations, pour un degré, vers $3^s\ 20^d$ & $0^s\ 4^d$ d'anomalie moyenne.

Seconde Hypothèse.

En employant l'équation de l'orbite $10^d\ 40'\ 2''$, telle qu'elle est dans les Tables de Halley, plus petite que la mienne de $2'\ 11''$, l'aphélie ci-dessus donne $8^s\ 23^d\ 44'\ 24''$, ou 14 secondes de trop; donc en diminuant l'aphélie de $1'\ 6''$, on aura la différence observée.

Ainsi, aux deux valeurs supposées pour la plus grande équation, $\left\{\begin{matrix} 10^d\ 42'\ 13'' \\ 10.\ 40.\ \ 2. \end{matrix}\right\}$ répondent deux corrections à faire aux lieux de l'aphélie $\left\{\begin{matrix} -\ 10'\ 37'' \\ -\ \ 1.\ \ 6. \end{matrix}\right\}$ & ces deux hypothèſes ſatisfont au mouvement vrai de 1764 à 1775. Toute autre équation intermédiaire, avec la correction de l'aphélie qui lui répondra proportionnellement, y ſatisferont également.

Je calcule donc dans chacune de ces deux hypothèſes la ſeconde obſervation, de 1770, & je compare la longitude vraie calculée avec celle qui avoit été trouvée pour 1775 dans la même hypothèſe; la différence des deux longitudes vraies qui doit être, ſuivant l'obſervation, de $2^d\ 11'\ 59''\ 13'''$, ſe trouve trop petite de $3'\ 9''$ dans la première hypothèſe, & trop grande de 2 ſecondes dans l'autre; la ſomme $3'\ 11''$ eſt à celle $\left\{\begin{matrix} \text{des équations}\ 2'\ 11'' \\ \text{des aphélies}\ \ 9.\ 31. \end{matrix}\right\}$ comme $2''$ ſont à $\left\{\begin{matrix} 1'' \\ 6. \end{matrix}\right\}$ à ajouter aux nombres de la ſeconde hypothèſe. Donc l'équation $10^d\ 40'\ 3''$ avec une correction de $1'\ 12''$ à ôter de l'aphélie de mes Tables, ſatisfont tout-à-la-fois aux deux intervalles d'obſervations.

Calculant en effet les trois longitudes dans cette nouvelle hypothèſe, en prenant pour chaque équation une partie proportionnelle entre les nombres tirés des deux Tables, je trouve les quantités ſuivantes.

Années.	*Equation.*	*Longit. calculée.*	*Longitude obſervée.*	*Differ.*
1764	$10^h\ 22'\ \ 8''$	$8^f\ 11^d\ 24'\ \ 4''$	$8^f\ 11^d\ 23'\ \ 4''$	$1'\ 0''$.
1770	10. 10. 23	2. 23. 9. 1	2. 23. 8. 1	1. 0.
1775	0. 38. 22	5. 5. 8. 14	5. 5. 7. 14	1. 0.

Ainſi le mouvement vrai calculé eſt d'accord avec les obſervations; mais toutes les longitudes calculées ſont trop grandes de $1'\ 0''$, ce qui prouve que les époques des longitudes moyennes employées dans mes Tables, doivent être diminuées d'une minute.

On peut ainſi, par le moyen de deux Tables d'équation, pour deux excentricités différentes, corriger les trois élémens d'une orbite quelconque avec trois obſervations d'une Planète réduites au Soleil & au plan de l'orbite de la Planète. Il n'y a que Mercure auquel cette méthode ne ſauroit s'appliquer, parce que ſes conjonctions n'ont été obſervées juſqu'ici que vers deux points de ſon orbite; mais avec les lunettes achromatiques dont on commence à ſe ſervir, on voit Mercure ſi près de ſes conjonctions que bientôt on en aura un aſſez grand nombre pour pouvoir y appliquer la méthode que je viens d'expoſer.

Il eſt donc utile d'avoir deux Tables d'équation pour chaque Planète, où l'on puiſſe voir la différence exacte des équations à chaque degré d'anomalie, qui n'eſt point proportionnelle aux équations elles-mêmes. Mes Tables, auſſi-bien que celles de Halley, étant calculées rigoureuſement ſuivant les loix de Képler, rempliſſent ſuffiſamment cet objet; d'ailleurs j'avois déjà publié des Tables de Mercure *(a)* & de Saturne *(b)*, pour deux excentricités différentes, parce que ce ſont les deux Planètes où l'incertitude eſt la plus conſidérable.

Les oppoſitions de 1762, 1766 & 1768, calculées de la même manière, m'ont donné $10^d\,40'\,36''$ au lieu de $10^d\,40'\,3''$, la correction de l'aphélie + 53 au lieu de — $1'\,12''$ & la correction des époques — $24''$ au lieu de — $1'\,0''$.

En prenant un milieu entre ces deux réſultats, on a la plus grande équation $10^d\,40'\,20''$, qui ne diffère de celle de Halley que de 18 ſecondes; la correction de l'aphélie pour mes Tables de 10 ſecondes ſeulement, ſouſtractive & $3'\,24''$ pour celles de Halley, enfin la correction des époques — $42''$ pour mes Tables, ou 2 ſecondes pour celles de Halley.

La diſtance moyenne de Mars, calculée dans mes Tables 1,523693 avec l'équation $10^d\,40'\,20''$, donne pour excentricité 0,142114, la diſtance moyenne du Soleil étant priſe pour unité.

(a) Connoiſſance des Temps, *1767*.

(b) Mémoires de l'Académie, *année 1768*.