MÉMOIRE
SUR LES
APPARENCES DE L'ANNEAU DE SATURNE,
EN 1773 & 1774.

Par M. DE LA LANDE.

Lû le 9 Juin 1773, & remis le 29 Mars 1777.

LORSQUE le célèbre Huygens* donna, en 1659, dans ſon *Syſtema Saturnium*, l'explication juſte & ſatisfaiſante des phaſes de Saturne, il fit voir pourquoi Saturne avoit paru rond & ſans anneau en 1612, 1643 & 1656; & il expliqua les trois cauſes de cette phaſe ronde, ou de cette diſparition des anſes pendant quelques mois; 1.° le paſſage du Soleil par le plan de l'anneau; 2.° le paſſage de la Terre dans le même plan; 3.° la ſituation de la Terre à la partie poſtérieure ou non éclairée du même anneau. Depuis ce temps-là M. Caſſini l'obſerva de même en 1671, à la fin de Mai & le 13 Décembre, comme on le voit dans le Journal des Savans de *1672*, & dans les anciens Mémoires, *Tome X, page 537.* M. Maraldi l'obſerva auſſi en 1714, (*Mémoires de l'Académie, 1715 & 1716.* Nous ne voyons point qu'on s'en ſoit occupé en 1701 & 1730; les obſervations de 1744 & 1760 n'ont point été publiées; ainſi il eſt temps de rappeler l'attention des Aſtronomes ſur ce phénomène, & de nous préparer à cette obſervation.

Quoique cette phaſe ronde doive arriver à chacun des nœuds de Saturne, c'eſt-à-dire tous les quinze ans, on ne l'a jamais obſervée qu'une fois avec toutes ſes circonſtances, &

* C'eſt ainſi que j'ai vu en Hollande le nom de ce célèbre Aſtronome, écrit de ſa propre main, avec deux points ſur l'*y*, on a varié beaucoup ſur l'ortographe de ce nom, & perſonne ne l'a écrit exactement.

d'une manière complète ou à peu-près; la poſition eſt moins favorable quand Saturne eſt vers l'équinoxe du printemps, comme en 1701, 1730, 1760, 1789, que quand il eſt vers celui de la Balance, parce que la Terre paſſe quelquefois alors dans le plan de l'anneau, cinq à ſix jours après la conjonction de Saturne au Soleil, & qu'alors il eſt impoſſible de l'obſerver; d'ailleurs la ſeconde diſparition n'a point lieu dans ces cas-là, du moins cela eſt arrivé dans les dernières époques : c'eſt pourquoi l'obſervation la plus détaillée & la plus ſuivie qu'on ait eue juſqu'à préſent, eſt celle de 1714 & de 1715; celle des années 1773 & 1774 ſera de même eſpèce, Saturne perdra ſes anſes deux fois, & les recouvrera deux fois. Ces quatre obſervations ſeront également importantes, & peut-être pourra-t-on les faire toutes les quatre.

J'ai traité aſſez au long dans mon *Aſtronomie*, de la manière de calculer les apparences de l'anneau de Saturne par rapport au Soleil & par rapport à la Terre; mais je n'en ai pas fait une application aux circonſtances préſentes, parce que je n'aurois pas pu être auſſi ſûr des lieux de Saturne par le calcul, que nous le ſommes actuellement d'après les dernières oppoſitions obſervées; actuellement tous les calculs que je vais rapporter ſeront utiles, même après l'obſervation, pour en tirer des conſéquences, & pour comparer nos obſervations avec les plus anciennes.

C'eſt une choſe curieuſe dans le ſyſtème du monde, que de ſavoir ſi la préceſſion des équinoxes eſt ſenſible dans Saturne; l'aplatiſſement de la Terre qui n'eſt que d'un trois-centième, occaſionne dans notre Équateur un déplacement d'un degré en ſoixante-douze ans; l'anneau de Saturne, qui eſt ſi large & ſi mince, & dont l'inclinaiſon eſt de 30 degrés ſur l'orbite de Saturne, ſemble devoir être beaucoup plus ſujet à un ſemblable déplacement par l'action du Soleil, par celle de Jupiter, & même par celle du cinquième ſatellite de Saturne, dont l'orbite eſt inclinée d'environ 15 degrés ſur le plan de l'anneau : il eſt vrai que les diſtances ſont fort

grandes, ce qui doit affoiblir l'effet de ces attractions; mais les obſervations de cette année nous apprendront avec quelque exactitude, quelle eſt la quantité de cette préceſſion des équinoxes dans Saturne, ſuppoſé qu'il y en ait.

Dans la *Connoiſſance des Temps* de cette année 1773, j'ai placé, dès le 1^er^ Septembre, l'avertiſſement ſur la diſparition de l'anneau; je ſavois bien que ſuivant le calcul fait d'après les obſervations de 1715, elle devoit arriver plus tard; mais s'il y avoit eu un degré de préceſſion en ſoixante ans, cela pouvoit occaſionner une anticipation d'un mois dans le phénomène annoncé; il valoit mieux que les Aſtronomes fuſſent avertis un peu trop tôt.

La conjonction de Saturne au Soleil arrivera le 6 Septembre 1773, & ſi le commencement de la diſparition de l'anneau arrive dans ce mois-là, du moins avant le 25, il ſera preſque impoſſible de l'obſerver; mais s'il n'y a point eu de changement ſenſible dans le nœud depuis 1714, ce ne ſera que dans les premiers jours d'Octobre que l'anneau diſparoîtra pour la première fois, en ſuppoſant les données dont je vais faire uſage dans ce Mémoire.

Pour donner un calcul exact de cette diſparition, je vais expliquer une méthode bien plus naturelle & plus ſimple que celles dont on s'eſt ſervi juſqu'à préſent, & dont le calcul eſt ſi élémentaire, que les Aſtronomes les moins exercés pourroient l'appliquer à leurs obſervations.

J'établis d'abord un principe qu'il eſt néceſſaire de comprendre pour ſuivre ces ſortes de démonſtrations: c'eſt que le lieu de Saturne vu de la Terre, & le lieu de la Terre vu de Saturne, ſont éloignés de 180 degrés dans le ciel, & répondent à deux points diamétralement oppoſés dans la ſphère étoilée. Il ſuffit pour en ſentir la vérité, de ſe rappeler que la parallaxe du grand orbe eſt inſenſible pour les étoiles; elle eſt donc ou inſenſible, ou du moins très-petite même par rapport à l'orbite de Saturne rapportée aux étoiles; elle ne peut pas aller à 10 ſecondes, puiſqu'elle n'eſt pas d'une ſeconde pour l'orbe annuel de la Terre, qui eſt la dixième

partie

partie de l'orbe de Saturne, & cette quantité eſt inſenſible dans tous les calculs dont je vais parler.

Ainſi Saturne peut être conſidéré, auſſi-bien que la Terre, comme le centre de la ſphère étoilée; & une ligne menée de Saturne à la Terre, comme un diamètre de cette ſphère, dont les deux extrémités répondent à deux points diamétralement oppoſés.

Concevons, par le centre de Saturne, un plan parallèle à l'orbite de la Terre; ce nouveau plan, prolongé dans l'immenſité des Cieux, paſſera par les mêmes étoiles que le plan de l'Écliptique; ils ſe confondront dans cette prodigieuſe diſtance, & les étoiles auront les mêmes longitudes & les mêmes latitudes vues de Saturne, par rapport à cette écliptique paſſant par Saturne, qu'elles ont, vues de la Terre, par rapport à l'écliptique où nous comptons les longitudes, & qui paſſe par le Soleil & par la Terre.

Ainſi, quand Saturne nous paroît répondre à cinq ſignes de longitude, la Terre lui paroît en avoir onze; & s'il nous paroît avoir deux degrés de latitude boréale, il voit la Terre à deux degrés de latitude auſtrale, c'eſt-à-dire, toujours à un point diamétralement oppoſé.

Tranſportons-nous au centre E de Saturne (*fig. 1*), ſuppoſons que $GHVM$ ſoit un hémiſphère de cette planète, & traçons ſur cet hémiſphère, tous les cercles dont nous avons beſoin; ſoit $G\ E\ V$ l'orbite que le Soleil paroît décrire autour de Saturne dans l'eſpace de 29 ans 164 jours $7^h\ 21'\ 50''$, dont le plan eſt le même que celui de l'orbite réelle de Saturne, & dont l'apparence eſt exactement la même que ſi le Soleil tournoit en effet autour de cette planète: ſoit $N\ O\ L$ le cercle que nous avons appelé écliptique, décrit du centre de Saturne; enfin $O\ E\ A\ P$ le grand cercle de Saturne qui eſt dans le plan de l'anneau.

L'angle N eſt l'inclinaiſon de l'écliptique $N\ O$, ſur l'orbite $G\ N\ E\ V$ de Saturne, & cet angle eſt de $2^d\ 30'\ 20''$; le point N eſt le nœud aſcendant de l'écliptique ſur l'orbite de Saturne, ou le nœud deſcendant de l'orbite de Saturne,

qui répond à $9^{f}\,21^{d}\,43'$ de longitude ſuivant mes nouvelles Tables & mes dernières obſervations.

Le nœud E de l'anneau ſur l'orbite de Saturne $GNEV$, répondoit en 1744, à $11^{f}\,20^{d}\,8'$, ſuivant les calculs de M. Heinſius *(De apparentiis annuli Saturni commentatio. Lipſiæ, 1745)*; & en 1715, à $11^{f}\,19^{d}\,48'$, ſuivant M. Maraldi *(Mém. de l'Acad. 1716, page 180)*, par des obſervations faites avec la grande lunette de Campani, de 34 pieds; ainſi il devra répondre à $11^{f}\,20^{d}\,37'$ en 1774, en n'employant que la préceſſion ordinaire des équinoxes, ſans tenir compte du mouvement particulier que peuvent avoir les nœuds de l'anneau. Dans une note des *Inſtitutions Aſtronomiques, page 32*, il eſt dit que les nœuds de l'anneau rétrogradent, & qu'en 1744 ils paroiſſoient moins avancés de près d'un degré que vers le milieu du dernier ſiècle; mais les obſervations de 1744 n'ont point été publiées, & l'on ajoute qu'elles n'ont pas été faites avec d'aſſez grandes lunettes; ainſi je n'y aurai point d'égard. Le nœud O de l'anneau ſur l'écliptique répondoit en 1715, à $11^{f}\,16^{d}\,17'$, ſuivant les calculs de M. Maraldi, dans leſquels il emploie la diſparition de l'anneau obſervée au mois d'Octobre 1714, la diſparition du 22 Mars 1715, & la réapparition du mois de Juillet. Il trouve $12'$, $17'$ & $19'$; il s'en tient à $17'$, & l'on voit que l'incertitude n'eſt pas conſidérable : il faut que l'anneau ſoit bien mince pour que les deux phaſes donnent, à 2 minutes près, le même lieu pour le nœud. Il n'emploie la réapparition du 10 Février, que pour trouver ſous quel angle le Soleil doit éclairer l'anneau, pour que nous puiſſions le diſtinguer *(Mém. Acad. 1716, page 179)*. Ainſi ce nœud répondra cette année à $11^{f}\,17^{d}\,6'$. En faiſant également abſtraction du mouvement propre de l'anneau; il y a $3^{d}\,31'$ de différence entre ces deux interſections, dont l'une E, nous ſervira pour connoître le temps où le Soleil paſſe dans le plan de l'anneau; & l'autre interſection O, pour trouver le temps où la Terre paſſe à ſon tour dans le même plan. L'inclinaiſon E de l'anneau ſur l'orbite de Saturne eſt de 30^{d}, & l'inclinaiſon O ſur l'éclip-

tique, de 31^{d} 20′. On ne peut obſerver cette inclinaiſon que dans le temps où l'anneau eſt le plus ouvert, Saturne étant à 90 degrés des nœuds de l'anneau ; ainſi il faut la ſuppoſer telle qu'on l'a obſervée quand le petit axe de l'ellipſe étoit le plus grand.

La diſpoſition des trois cercles que l'on voit dans cette figure, montre que le nœud *O* de l'anneau ſur l'orbite de Saturne étant ſuppoſé rétrograde, le nœud *E* ſur l'écliptique doit auſſi rétrograder, quoique d'une quantité différente ; en effet, l'arc *NE*, compris entre le nœud de l'orbite ſur l'écliptique, & le nœud de l'anneau ſur l'orbite étant de 58^{d} 50′, ſi l'on diminue le côté *EN*, on diminue néceſſairement auſſi le côté *ON* ; au lieu que ſi l'inclinaiſon *N* de Saturne étoit plus grande que celle de l'anneau, il pourroit arriver le contraire, comme je l'ai fait voir ailleurs pour les planètes & pour les ſatellites de Jupiter *(Aſtronomie, art. 1350)*, ce qui m'a fait découvrir la cauſe des variations ſingulières qu'il y a dans les orbites des ſatellites. Mais l'action de Jupiter ſur l'anneau de Saturne pourroit être ſenſible ; ainſi il eſt bon d'examiner ſi le nœud de l'anneau ſur l'écliptique en ſeroit avancé ou reculé. Soit *IE (fig. 2.)* l'orbite de Saturne autour du Soleil, *IV* l'orbite de Jupiter inclinée ſeulement de 1^{d} 15′ ſur l'orbite de Saturne, *(Mémoires 1761, page 404)*. *OEV* l'anneau de Saturne dont l'angle d'inclinaiſon eſt beaucoup plus grand, & dont le nœud eſt plus avancé de 45 degrés que celui des deux orbites, qui eſt à 10^{ſ} 5^{d}. Cette diſpoſition des orbites fait voir que ſi le nœud *V* de l'anneau rétrograde ſur l'orbite de Jupiter de *V* en *u*, il rétrogradera également ſur celle de Saturne de *E* en *e*, & par conſéquent ſur l'écliptique. Ainſi toutes les attractions connues conſpirent à accélérer le phénomène de la diſparition de l'anneau dans cette année, & à le retarder dans la ſuivante, comme on le verra bientôt.

M. Huygens ayant obſervé la phaſe ronde de Saturne depuis le mois de Décembre 1655 juſqu'au mois de Juin 1656, en conclut que le nœud étoit à 5^{ſ} 20^{d} 30′ *(Syſtema*

Sat. pag. 66), ce qui feroit $5^f\ 22^d\ 9'$ pour 1774; mais ayant annoncé d'après cette hypothèſe, la phaſe ronde pour la fin de Juillet 1671, il ſe trouva en retard de deux mois, *(Journal des Savans, 1672; Anciens Mém. tome X, p. 537)*, ce qui prouve que cette longitude eſt trop forte. M. Maraldi, par la diſparition de 1685, trouve $5^f\ 19^d\ 55'$ *(Mém. Acad. 1715, pag. 18)*, & même, dit-il, tout au plus, ce qui donne pour 1774, $5^f\ 21^d\ 10'$. M. Maraldi, en 1715, trouvoit $5^f\ 19^d\ 48'$, ce qui fait pour 1774, $5^f\ 20^d\ 37'$. Cette longitude eſt moindre que celle de 1685, mais celle-ci eſt ſoupçonnée d'être un peu trop forte; car M. Maraldi a pris le milieu entre la longitude de Saturne, le 12 Juillet 1685, où Saturne n'avoit pas encore perdu ſes anſes, & celle du 11 Octobre, où il les avoit déjà repriſes; mais alors elles étoient plus larges qu'elles ne l'avoient été le 12 Juillet; cela prouve que dans la première obſervation, Saturne étoit plus proche du nœud de l'anneau que dans la ſeconde; & par conſéquent le milieu pris entre les deux longitudes de Saturne eſt trop près de la ſeconde, c'eſt-à-dire, trop avancé.

Ainſi quoique les longitudes tirées des obſervations de 1656, ſoient plus fortes de $1^d\ 32'$, & celles de 1685 de $32'$ que la longitude obſervée en 1715, nous ne pouvons pas aſſurer que le nœud de l'anneau ait véritablement un mouvement rétrograde qui lui ſoit particulier, & c'eſt ce qu'il importe de conſtater en 1773 & 1774.

M. le Monnier vit, le 12 Mai 1760, les anſes foibles & obſcures, c'étoit le commencement de leur réapparition; ſi l'on ſuppoſe que le Soleil avoit paſſé quinze jours plus tôt dans le nœud de l'anneau, on trouve que le nœud étoit à $5^f\ 20^d\ 34'$, plus avancé de 8 minutes que par les obſervations de 1716; mais le réſultat étant tout contraire à celui qui ſe trouve annoncé dans les *Inſtitutions Aſtronomiques, page 32*, je n'aurai égard ni à l'un ni à l'autre.

Pour me préparer à décider cette queſtion, je vais expliquer ma méthode pour le calcul des phaſes. Il faut placer d'abord dans la figure, la Terre & le Soleil, de manière à

trouver facilement le temps où l'un & l'autre paſſeront dans le plan de l'anneau, & le temps où l'anneau paſſera entre le Soleil & la Terre ; ce qui forme les trois cauſes de la phaſe ronde.

Pour placer la Terre, par rapport à l'écliptique *N O*, *fig. 1*, je prendrai pour exemple la première diſparition de l'anneau qui aura lieu cette année.

Le 10 Octobre 1773, la longitude géocentrique de Saturne, ſuivant mes Tables, diminuée de 7 minutes & demie, comme paroiſſent l'indiquer les trois dernières oppoſitions, ſera de $5^{f}\,20^{d}\,16'$ avec $1^{d}\,55'$ de latitude boréale; ainſi la Terre aura $11^{f}\,20^{d}\,16'$, vue de Saturne, avec $1^{d}\,55'$ de latitude auſtrale: or dans un triangle *T O L* dont l'angle *O* eſt de $31^{d}\,20'$, c'eſt l'angle de l'anneau ſur l'écliptique *N O L*, & dont le côté *T L*, perpendiculaire à l'écliptique, eſt de $1^{d}\,55'$: on trouve le côté *O L*, diſtance de la Terre au nœud, de $3^{d}\,9'$, ce qui ſuppoſe la longitude du nœud *O*, de $11^{f}\,17^{d}\,7'$; c'eſt en effet celle que nous lui ſuppoſons; ainſi, le 10 Octobre, la Terre ſera en *T* ſur le plan même de l'anneau, où l'on doit le perdre de vue. Mais peut-être que quelques jours avant ce paſſage, la Terre ſera placée trop obliquement, pour que nous apercevions l'anneau; ſi l'on ſuppoſe que ce ſoit environ huit jours, comme l'a cru M. Heinſius, qui ſuppoſe une élévation de 30 minutes, ce ſera le 2 Octobre, que l'anneau ſera inviſible pour nous, la Terre étant trop voiſine du plan de cet anneau, & cela durera juſqu'au 23 Janvier, comme on le verra bientôt. Ce ne fut en 1715, que le 12 Octobre, qu'on le perdit de vue, c'eſt-à-dire, qu'il diſparut du 12 Octobre au 10 Février, pendant cent onze jours, tandis que ſuivant mon hypothèſe, ce ſera du 2 Octobre au 23 Janvier, c'eſt-à-dire, cent quatorze jours.

Pour connoître à chaque jour, l'élévation de la Terre ſur le plan de l'anneau, ou l'obliquité du rayon ſur lequel on le voit de la Terre; ſuppoſons que la Terre ſoit en *B*, *fig. 3*, ayant une latitude auſtrale *B C* par rapport à l'écliptique *N O C*,

répondant au point C de l'écliptique & au point D de l'anneau, à une distance CO du nœud O qui est toujours à $11^f\,17^d\,7'$. Concevons du lieu B de la Terre un arc BO qui passe par le nœud & un arc BD perpendiculaire sur le cercle qui représente l'anneau; cet arc BD est l'élévation cherchée, ou la distance de la Terre à l'anneau.

Dans le triangle BCO rectangle en C, nous connoissons la latitude BC de la Terre & la distance au nœud, égale à CO, on cherchera BC & l'angle COB; la somme ou la différence de cet angle & de l'angle COD $31^d\,20'$, inclinaison de l'anneau sur l'écliptique, est l'angle BOD. Dans le triangle BOD, connoissant cet angle & l'hypothénuse BO, il est aisé de trouver BD; c'est l'obliquité de la Terre, par rapport à l'anneau, de laquelle dépend la phase ou la figure de l'anneau.

On sait qu'un cercle, qui est vu obliquement, paroît sous la forme d'une ellipse, dont le petit axe est égal au grand axe, multiplié par le sinus de l'angle d'obliquité du rayon visuel; ainsi multipliant 42 secondes, qui sont à peu-près la valeur du grand axe de l'anneau, par le sinus de l'arc BD que nous venons de déterminer, nous aurons la valeur du petit axe de l'anneau. Telle est la manière la plus directe & la plus simple, de calculer, en tout temps, les apparences de l'anneau & sa figure, par rapport à la Terre.

Par exemple, je trouve, pour le 21 Septembre 1773, le lieu de la Terre en C, $11^f\,18^d\,0'$, & sa latitude CB de $1^d\,51'$, la distance CO de la Terre au nœud 53 minutes, l'hypothénuse BO, $2^d\,3'$; l'angle BOC, $64^d\,41'$; l'angle BOD, $33^d\,21'$; enfin le côté BD, $1^d\,8'$; c'est l'élévation de la Terre; les 42 secondes, multipliées par le sinus de $1^d\,8'$, donnent $0'',8$ pour le petit axe de l'anneau.

Le 10 Octobre suivant, la longitude de la Terre sera de $11^f\,20^d\,16'$ avec $1^d\,55'$ de latitude: la Terre sera dans le plan de l'anneau; ainsi, dans l'espace de dix-neuf jours, la Terre se rapprochera de $1^d\,8'$ du plan de l'anneau, en parcourant $2^d\,16'$ en longitude; son mouvement, par rapport à l'anneau, est donc la moitié de son mouvement par rapport au nœud.

A l'égard du Soleil, il paroît décrire *N E (fig. 1)*, avec les mêmes degrés de vîteſſe que Saturne par ſon mouvement héliocentrique ; or il eſt très-aiſé de calculer la longitude héliocentrique de Saturne. Le jour où elle ſera de $5^{s}\,20^{d}\,33'$, qui eſt le lieu du nœud *E* ou de ſon oppoſite, le Soleil ſera évidemment pour lors dans le plan de l'anneau, & cet anneau diſparoîtra faute de lumière, ſes deux faces étant éclairées ſi obliquement, qu'il eſt impoſſible qu'elles réfléchiſſent aſſez de lumière pour être aperçues.

L'épaiſſeur de l'anneau qui eſt alors éclairé, eſt trop petite, & cet anneau trop mince pour qu'on puiſſe diſtinguer la moindre trace de lumière ; cependant il pourroit arriver que cette épaiſſeur fût de pluſieurs lieues ſans qu'elle parût à nos yeux ; car les 42 ſecondes qui ſont la longueur de l'anneau, valent 66737 lieues, en ſuppoſant la parallaxe du Soleil de 8″,6. J'examinerai dans mon ſecond Mémoire, après l'obſervation, ce que l'on peut eſtimer pour cette épaiſſeur de l'anneau. Ce n'eſt pas le jour même où le Soleil paſſe dans le nœud *E*, que la lumière de l'anneau doit diſparoître, mais quelques jours auparavant, ſuivant que ſes ſurfaces ſont plus ou moins propres à réfléchir la lumière : M. Maraldi avoit cru que la diſparition devoit durer un mois, quinze jours avant & quinze jours après le paſſage du Soleil par le nœud *E*, *(Mém. 1715, page 21)* ; mais il n'avoit tiré cette concluſion que des obſervations de 1671 & de 1685, en ſuppoſant que le nœud n'avoit pas varié dans l'intervalle ; il trouva enſuite que le Soleil, le 10 Février 1715, étoit élevé de 8 minutes ſur le plan de l'anneau lorſqu'on commença de voir les anſes, qui venoient d'être nouvellement éclairées par le Soleil *(Mém. 1716, page 182)* ; or pour s'élever de 8 minutes, le Soleil en parcourt 16, ce qui exige près de huit jours, le mouvement héliocentrique de Saturne étant alors de $2'\ 3''\frac{1}{2}$ par jour ; ainſi il ne faudroit ſuppoſer que huit jours avant & huit jours après le paſſage du Soleil dans le nœud, pour la durée de cette diſparition, & peut-être ſera-t-elle encore moindre. En calculant la longitude héliocentrique de Saturne pour plu-

ſieurs jours, je trouve que cette longitude ſera de $5^{f}\,20^{d}\,37'$ le 8 Janvier 1774; mais ſi l'on ſuppoſe qu'il faille quinze jours de plus pour l'élévation du Soleil, l'anneau pourra ne reparoître que le 23 Janvier 1774, le Soleil ayant traverſé ſon plan & l'éclairant par le Nord du côté de notre œil. Ce ne fut pourtant que le 10 Février 1715, que les anſes commencèrent à paroître ſuivant M. Maraldi.

La figure première ſert à trouver facilement l'élévation du rayon ſolaire ſur le plan de l'anneau, ou la latitude du Soleil par rapport à ce plan, qui eſt évidemment égale à l'arc SA, abaiſſé perpendiculairement du lieu S du Soleil ſur le cercle EA de l'anneau. Dans le triangle ſphérique ESA, rectangle en A, on a l'arc ES, qui eſt la différence entre le lieu actuel de Saturne vu du Soleil, & le nœud E dont la longitude eſt $11^{f}\,20^{d}\,37'$ pour 1774; on a auſſi l'inclinaiſon E de 30 degrés ſur l'orbite de Saturne, on aura ſin. SA = ſin. 30 degrés ſin. ES, pour la latitude du Soleil vu de Saturne, par rapport au plan de l'anneau, qui eſt égal à l'angle ſous lequel le Soleil voit cet anneau, ou à l'angle du rayon ſolaire ſur le plan éclairé.

Cette figure nous fait voir auſſi, que, pendant le mois d'Octobre 1773, la Terre ayant paſſé en T au Nord de l'anneau, & le Soleil étant encore en F du côté du Midi, nous ne verrons point la partie éclairée : le plan de l'anneau paſſant entre nous & le Soleil, ſera inviſible pour nous, juſqu'à ce que le Soleil ait paſſé à ſon tour en E par le nœud de l'anneau, & qu'il vienne éclairer la partie ſupérieure, ce qui n'arrivera que le 23 Janvier 1774.

C'eſt ainſi que l'anneau diſparut depuis le 12 Octobre 1714, où l'on ne voyoit plus qu'une ſeule anſe à l'Occident, juſqu'au 10 Février 1715, ſuivant M. Maraldi *(Mém. 1715, p. 12)*; cet intervalle fut de cent onze jours, c'eſt-à-dire, plus court de deux jours, que ſuivant le calcul précédent. Mais il faut obſerver qu'en 1715, on ne put voir Saturne que le 10 Février, & que ce jour-là il avoit déjà repriſ ſes anſes, ainſi l'intervalle pourroit bien être diminué de deux jours.

Cet

Cet eſpace de cent treize jours que je trouve pour la diſparition de l'anneau, ſuppoſe que nous le perdions de vue huit jours avant le paſſage de la Terre dans le nœud, & que nous ne puiſſions le voir que quinze jours après le paſſage du Soleil; ſi l'on parvient à obſerver ces deux phaſes & qu'on trouve la durée de la diſparition plus courte, comme je le penſe, on jugera que les limites n'ont pas été bien poſées, & qu'il faut ou moins de huit jours à la Terre, ou moins de quinze jours au Soleil, pour acquérir l'obliquité ſuffiſante: cela paroît indiqué par la durée de la diſparition obſervée en 1714 & 1715, plus courte que ſuivant le Calcul précédent; différence qui peut venir des lunettes: Il eſt vrai qu'on ne ſauroit pas, par ces ſeules obſervations, laquelle des deux ſuppoſitions doit être changée, mais on pourra le diſtinguer par une autre diſparition de l'anneau, qui arrivera en 1774, & dont je vais parler.

La Terre continue, pendant quelques mois, d'avancer vers l'Orient, parce qu'après ſa conjonction, Saturne eſt direct, & la Terre lui paroît auſſi directe; ainſi l'élévation de la Terre au Nord de l'anneau, continuera d'augmenter juſque dans les premiers jours de Janvier, où Saturne ſera ſtationnaire vers $5^{f}\,26^{d}\,10'$ de longitude ou environ, c'eſt-à-dire, $5^{d}\,54'$ plus loin que le lieu où elle aura traverſé l'anneau le 10 Octobre.

Mais, comme l'arc de rétrogradation de Saturne, ſera de $6^{d}\,49'$ cette année-là, juſqu'à la ſeconde ſtation qui n'arrivera que vers le 19 de Mai, on voit que depuis le commencement de l'année juſqu'au 19 de Mai, la Terre reviendra ſur ſes pas, & qu'elle rencontrera une ſeconde fois, en ſens contraire, le plan de l'anneau en allant vers l'Occident. Le Soleil ne paſſe qu'une fois en quinze ans par le nœud E de ſon orbite, en ſorte que l'anneau ne peut diſparoître qu'une fois, par le défaut de lumière, mais la Terre peut paſſer deux fois par le plan $O\,E$, c'eſt-à-dire une fois par ſon mouvement direct, une fois par ſon mouvement rétrograde; ainſi il peut y avoir deux diſparitions ſucceſſives, qui proviennent de

cette dernière cauſe, comme on l'a vu en 1714 & 1715; & comme on le verra en 1773 & 1774. Quand je parle du mouvement rétrograde de la Terre, on ſent bien qu'il s'agit de l'apparence vue de Saturne, & qui réſulte de la combinaiſon des deux mouvemens de Saturne & de la Terre.

Ce ſera le 1.er Avril 1774, ſuivant mes Tables corrigées, que la Terre étant en T à $11^{f}\,21^{d}\,13'$ de longitude, ou à $4^{d}\,2'$ du nœud O, aura une latitude TL de $2^{d}\,27'$ qui coïncide exactement avec l'anneau, & c'eſt l'époque de la ſeconde diſparition, mais à cauſe des raiſons expoſées ci-deſſus, il pourra arriver qu'on le perde de vue dès le 24 Mars, comme cela fut obſervé le 23 Mars 1715. *(Mém. Acad. 1716, p. 173)*

La Terre rétrogradera encore de $1^{d}\,52'$ de plus, & par conſéquent repaſſera vers B au Midi de l'anneau; & le Soleil qui continue d'aller vers l'Orient ſur ſon orbite ES, éclairant la partie boréale, nous ne diſtinguerons point l'anneau, juſqu'à ce que la Terre, ayant fini ſon arc de rétrogradation à $5^{f}\,19^{d}\,21'$ le 19 Mai, revienne vers l'Orient traverſer encore une fois le plan de l'anneau vers T. Ce troiſième & dernier paſſage arrivera le 3 Juillet, la Terre ayant $11^{f}\,20^{d}\,44'$ de longitude & $2^{d}\,12'$ de latitude; ce jour-là ou au plus tard huit jours après, c'eſt-à-dire le 11 de Juillet, nous reverrons l'anneau reparoître, pour ne plus le perdre de vue que dans quinze ans; c'eſt ce qui fut obſervé auſſi le 12 Juillet 1715. *(Mém. 1716, p. 173)*

Mais dès le 23 Juillet, la proximité de Saturne à ſa conjonction, fit qu'on ne put continuer de voir l'anneau ſe dilater & les anſes s'élargir de plus en plus; cependant la conjonction n'arriva que le 21 de Septembre 1715, & elle arrivera le 22 Septembre 1774; les différentes circonſtances ſe correſpondent aſſez exactement dans l'eſpace de ces cinquante-neuf ans.

Ainſi la ſeconde diſparition durera cent neuf jours ſuivant mon calcul, au lieu de cent onze, qu'elle dura en 1715 & 1716; la durée qu'on obſervera, nous fera connoître exactement s'il y a en effet huit jours avant le paſſage de la

Terre dans le plan, & huit jours après, dans leſquels nous ne puiſſions l'apercevoir, avec nos meilleures lunettes, car cela dépendra beaucoup de la force des lunettes.

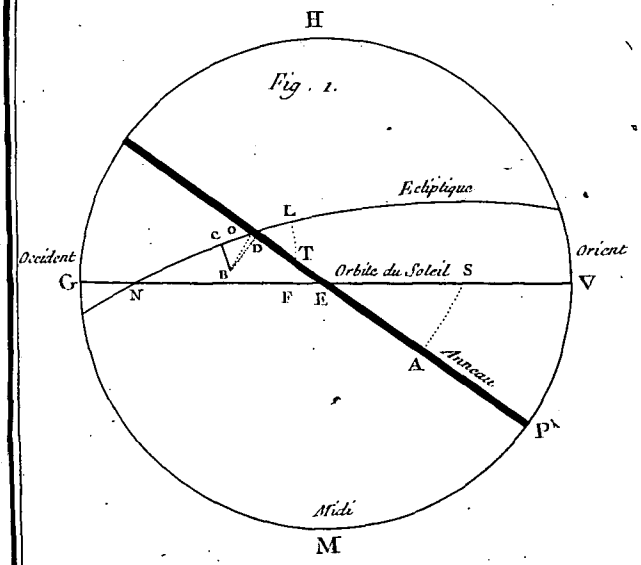
J'ai dit que dans les paſſages de Saturne par le nœud aſcendant de l'anneau vers l'équinoxe du printemps, les obſervations de la phaſe ronde n'étoient pas ordinairement auſſi complètes; pour en donner un exemple, je choiſis l'année 1760: je trouve que la Terre paſſa, dans le plan de l'anneau vers T, *(fig. 4)* le 19 Mars, ayant $5^{f}\ 20^{a}\ 21'$ de longitude, & $1^{d}\ 55'$ de latitude boréale, & que le Soleil y vint à ſon tour en Ω, le 27 Avril, ayant $5^{f}\ 20^{d}\ 34'$ de longitude; alors l'anneau reparut, mais il ne dut point diſparoître davantage parce que la rétrogradation de la Terre ne commença que le 7 Juillet & ne la ramena qu'à $11^{f}\ 21^{d}\ 53'$ le 25 Novembre; il auroit fallu qu'elle fût à $11^{f}\ 20^{d}\ 55'$, pour qu'elle pût être dans le plan de l'anneau, comme en T à $3^{d}\ 53'$ du nœud O, parce qu'alors ſa latitude étoit de $2^{a}\ 22'$; voilà pourquoi il n'y a eu qu'une ſeule diſparition & une ſeule apparition de l'anneau en 1760.

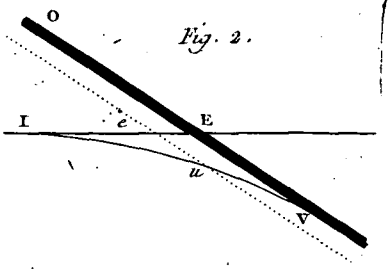
La diſparition de l'anneau peut avoir lieu en tout ou en partie, car on ſait qu'une des anſes de Saturne diſparoît avant l'autre, comme cela fut obſervé le 12 Octobre 1714 & le 22 Mars 1715 *(Mém. 1715, pag. 12; & 1716, pag. 173)*. Ces phénomènes méritent d'être obſervés avec ſoin: à meſure que les anſes deviennent plus étroites, elles ſe raccourciſſent, parce que la largeur d'une ellipſe eſt moindre vers les ſommets du grand axe que dans le milieu, & que la partie la moins large doit diſparoître la première. M. le Monnier, prétend cependant qu'en 1760, les extrémités des anſes étoient plus apparentes & plus groſſes que la partie voiſine de Saturne, mais vers le commencement de cette année 1773, l'anſe orientale paroiſſoit un peu plus courte que l'autre. Une des anſes paroît ſouvent un peu plus large que l'autre, ce qui ſemble prouver que l'anneau n'eſt pas parfaitement plan, comme M. Caſſini l'avoit déjà ſoupçonné en 1671; le 1.er Octobre 1714, le 3, le 5, le 7 & le 9, l'anſe orientale

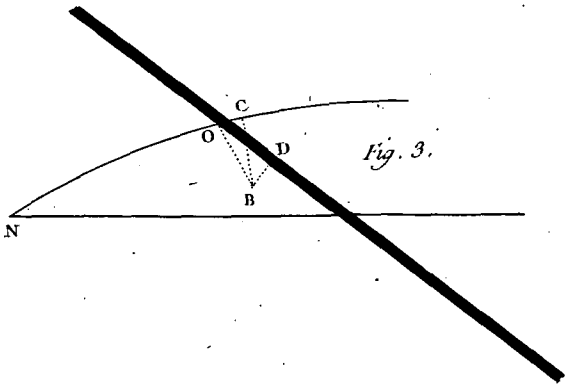
paroiſſoit un peu plus large; le 12 de Juillet 1715, l'anſe occidentale paroiſſoit la plus large, l'orientale étant à peine viſible. Mais ce qu'il y a de plus ſingulier, c'eſt que l'anſe orientale qui paroiſſoit la plus large le 9 Octobre 1714, diſparut cependant la première le 12 Octobre *(Mém. 1715, page 12)*. Cela paroît indiquer un mouvement de rotation de l'anneau, par lequel la partie la plus inclinée à notre œil paſſe de la droite à la gauche. Il ſera donc fort curieux d'obſerver cette fois, de quel côté ſera, chaque jour, la partie la plus large, ſuppoſé que la différence ſoit ſenſible: ces obſervations pourroient nous faire connoître la durée de la rotation de Saturne, dont nous n'avons aucune idée.

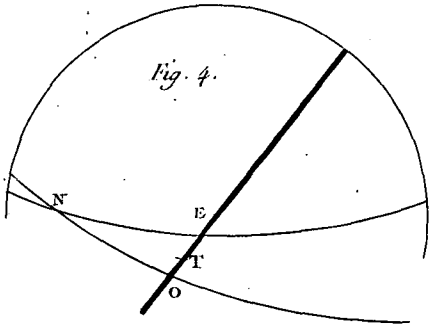
M. Caſſini ayant remarqué en 1677, que l'anneau de Saturne étoit diviſé par une ligne obſcure, en deux parties circulaires, concentriques, dont l'intérieure étoit plus claire, penſoit que peut-être la partie extérieure de l'anneau étant ſimple & obſcure, diſparoiſſoit avant la partie intérieure qui étoit double & plus claire. *(Journal des Savans, 1677, page 56; anciens Mémoires, tome X, page 583)*; c'eſt ce qu'il faudra encore examiner par les obſervations dont je viens de parler.

Pendant le temps que l'anneau diſparoît, on diſtingue ſur le globe de Saturne, une bande obſcure qui eſt l'interruption de lumière, ou l'éclipſe que forme l'opacité de l'anneau ſur le diſque de Saturne, quand nous ne voyons que la partie obſcure de cet anneau. Il y a auſſi une bande obſcure ſur Saturne, dans les temps même où nous voyons la partie éclairée de l'anneau, à cauſe de l'ombre que cet anneau fait ſur le globe de Saturne; mais cette bande ſera fort étroite cette année-ci, car elle eſt formée par un corps qui n'a que ſix ſecondes de largeur & qui eſt projeté ſous un angle de deux ou trois degrés quand nous voyons la partie obſcure de l'anneau ou qu'il paſſe entre nous & le Soleil; dans ce cas-là, il ne peut y avoir qu'un quart de ſeconde d'obſcurité ſur le diſque de Saturne. Dans le cours de la révolution de Saturne autour du Soleil, le rayon ſolaire, fait avec le plan de









Y. le Gouaz Sculp.

l'anneau, un angle qui va juſqu'à 30 degrés, l'ombre eſt plus large, mais nous n'en voyons jamais qu'une partie, l'anneau lui-même nous cachant le ſurplus de ſon ombre.

La bande obſcure, formée par l'ombre de l'anneau, paroîtra depuis le commencement d'Octobre, juſqu'au commencement de Janvier : alors le Soleil, étant dans le plan de l'anneau, ſon épaiſſeur ſeule pourroit faire ombre, & cette ombre eſt inſenſible, puiſque la lumière de cette épaiſſeur ne peut la faire apercevoir. Après le 12 Janvier, cette ombre recommencera de paroître, & ira toujours en augmentant; au contraire, la bande noire, produite par l'interpoſition de l'anneau, augmentera depuis le mois d'Octobre, où la Terre ſera dans le plan de l'anneau, juſqu'à la fin de Décembre; & à la fin de Janvier, le Soleil viendra la faire diſparoître. Alors il n'y aura plus que la bande noire, formée par l'ombre de l'anneau, juſqu'au 24 Mars, où la première renaîtra pour durer juſqu'au 11 Juillet. En 1715, cette bande étoit aſſez large & aſſez noire, ſur-tout vers le 16 Mai, quoique la Terre ne fût élevée que d'un peu plus d'un degré ſur le plan de l'anneau *(Mém. 1716, page 176)*. Ainſi les quatre phaſes, ſuivant mon calcul, ſont pour le 10 Octobre, le 8 Janvier, le 1.er Avril & le 3 Juillet. Avec les ſuppoſitions qu'on a faites ſur l'élévation néceſſaire au-deſſus du plan *(page 497)* on trouveroit le 2 Octobre, le 23 Janvier, le 24 Mars & le 11 de Juillet.

Je donnerai, dans un autre Mémoire, la ſuite de ces calculs ſur les phaſes de l'anneau de Saturne, après que l'on aura obſervé les phénomènes que je viens d'annoncer.