

M É M O I R E
SUR LA PARALLAXE DU SOLEIL,
Qui résulte du Passage de Vénus, observé en 1769.

Par M. DE LA LANDE.

Nous attendions avec la plus grande impatience des Observations du passage de Vénus sur le Soleil, faites en Amérique, pour que l'effet des parallaxes y fût assez sensible & qu'on pût en déduire, avec une précision suffisante, la distance du Soleil à la Terre: M. Maskelyne, Astronome royal d'Angleterre, m'a envoyé depuis quelques jours diverses Observations faites dans l'Amérique septentrionale, par des Observateurs Anglois; j'en ai trouvé une qui est complète & concluante; je me suis empressé de la calculer pour avoir enfin un résultat de ce passage si long-temps attendu, & une détermination de la parallaxe du Soleil, aussi sûre qu'une observation complète peut la donner.

10 Janvier
1770.

M.^{rs} Dymond & Wales ayant été envoyés par la Société royale dans le nord de l'Amérique septentrionale, ont choisi leur station au fort du Prince de Gallès, sur la côte occidentale de la baie d'Hudson, près de la rivière Churchil, à $58^{\text{d}} 47' 30''$ de latitude septentrionale, dans un endroit par conséquent où l'on devoit voir l'entrée & la sortie de Vénus, & ils ont eu le bonheur d'avoir un Ciel favorable le jour de leur observation; ils observèrent le contact intérieur de l'entrée à $1^{\text{h}} 15' 23''$, & le contact intérieur de la sortie à $7^{\text{h}} 0' 47'' \frac{1}{2}$, en prenant un milieu entre deux résultats qui ne différoient que de 3 secondes; ces observations ont été faites avec des télescopes de M. Short de deux pieds de foyer.

Le calcul de cette observation est donc indépendant de la longitude du lieu, avantage considérable à cause de l'incertitude qu'il est si difficile de lever dans les Observations de longitude.

Mém. 1770.

B

* *Mém. Acad.*
année 1766,
page 65.

Paris & Stockolm font les deux villes du monde où l'on a le plus observé d'éclipses du 1.^{er} satellite de Jupiter, & cependant l'on dispute encore pour savoir si leur différence de longitude est $1^h 2' 50''$, comme l'a trouvé M. Wargentin, ou $1^h 3' 5''$, comme l'a jugé M. Pingré *. Pour profiter de tout l'avantage de cette observation, il falloit la comparer à une autre qui fût également complète; nous n'avons que celle de M. Planman, faite à Cajanebourg dans la Finlande, province de Suède, dont j'ai donné le calcul à l'Académie au mois de Décembre dernier, & où la durée du passage a été de même observée, le contact intérieur de l'entrée ayant été vu à $9^h 20' 45'' \frac{1}{2}$, & le contact extérieur à $15^h 32' 27''$ de temps vrai sous une latitude de $64^d 13' 30''$.

Si la parallaxe du Soleil est bien connue, & si elle est de 9 secondes, comme je l'ai supposée dans la première édition de mon Astronomie, il faut qu'en employant cette parallaxe, & réduisant les quatre observations au centre de la Terre, la durée du passage entre les deux contacts intérieurs soit parfaitement la même. Si elle est plus petite à Cajanebourg, où l'effet de la parallaxe faisoit paroître la durée plus longue qu'au fort du Prince de Galles, c'est une preuve que la parallaxe employée dans le calcul est trop forte, & c'est ce qui m'est arrivé en supposant 9 secondes de parallaxe. En supposant $7'' \cdot 73$, j'ai concilié si bien les quatre observations, que j'ai trouvé la même durée pour les deux stations de Cajanebourg & de la baie d'Hudson, à un tiers de seconde près. En augmentant de $0'' \cdot 15$ la parallaxe, on a une durée moindre de $6'' \cdot 7$ pour Cajanebourg que pour le fort. J'ai reconnu par ces calculs, qu'il faut mettre dans les données une très-grande précision si l'on veut avoir l'effet des parallaxes avec exactitude; j'ai donc été obligé de recommencer plusieurs fois ces opérations; je ne rapporterai ici que le résultat de la dernière, avec la méthode que j'y ai employée; ces nombres pourront être utiles, soit pour vérifier les calculs, soit pour abréger ceux que l'on fera pour d'autres observations, sur-tout celle de la Mer du sud par M. Green, & celle de Californie par M. l'abbé Chappé, qui tous deux ont dû observer également la durée totale du passage.

Soit C le centre du Soleil, MN l'orbite de Vénus, vue du centre de la Terre, V le lieu apparent de Vénus au moment du contact intérieur observé, NV la parallaxe de hauteur dans le vertical ZV , parallèle à CT ; l'angle PCT est supposé formé par le cercle de déclinaison & par la perpendiculaire à l'orbite, c'est la somme de l'inclinaison relative de l'orbite de Vénus sur l'écliptique $8^{\text{d}} 28' 59''$, & de l'angle de position; que je suppose de $7^{\text{d}} 1' 56''$ dans la première observation, mais qui est différent dans les autres, comme on le trouvera dans la Table suivante.

C'est pour le centre de Vénus, & non pour celui du Soleil, que j'ai fait tous mes calculs, car je n'ai pas même voulu négliger la petite différence qu'il y a entre le Soleil & Vénus pour l'angle parallactique & l'angle de position. Pour avoir ces angles avec précision, j'ai calculé d'abord à peu près le temps où Vénus avoit été réellement en N , & en apparence en V pour le lieu de l'Observateur, avec l'angle PCV ; & sachant que CV étoit alors égale à la différence des diamètres du Soleil & de Vénus, que je supposois d'abord de $917\frac{1}{2}$, ou à la somme $976\frac{1}{2}$; j'ai calculé la différence apparente CD de déclinaison, & la différence VD qui, divisée par le cosinus de la déclinaison de Vénus, m'a donné la différence d'ascension droite, ou la différence des angles horaires de Vénus & du Soleil. Ayant ainsi, pour chaque observation, l'angle horaire & la déclinaison apparente de Vénus, j'ai calculé la hauteur apparente, l'angle parallactique & la parallaxe de hauteur. Je pourrois ne supposer ici la hauteur vraie diminuée que de la différence des parallaxes de Vénus & du Soleil; mais pour plus d'exactitude, il faut en ôter la parallaxe de hauteur du Soleil pour avoir la hauteur apparente de Vénus. Connoissant aussi à peu près le temps que Vénus a mis de M en N , j'en ai conclu l'arc MN , l'angle MCN , & l'angle TCN ou CNV .

Dans le triangle CNV ; connoissant l'angle N , le côté NV qui est la parallaxe horizontale, & le côté CV qui est la différence ou la somme des demi-diamètres, j'en ai conclu l'angle NCV dans lequel il faut employer jusqu'aux dixièmes de secondes, & par conséquent l'angle V qui est la somme de l'angle N & de l'angle C , & ensuite le côté CN qui est la distance vraie de Vénus au

centre du Soleil. Dans le triangle CMN , on connoît la plus courte distance CM , que je savois d'avance être de $609,530$, & CN que l'on vient de trouver; on cherche NM qui réduit en temps, à raison de $4' 0'', 115$ par heure, donne la distance de Vénus depuis le milieu M du passage; j'ai cherché aussi cette distance avec la même valeur de CM & la vraie distance des centres CE , égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, que je suppose ici de $15' 43'', 45$ & $29'' \frac{1}{2}$; j'ai trouvé $2^h 50' 10'', 3$ pour la distance EM , vue du centre de la Terre, qui diffère de la précédente de la quantité EN , qui est l'effet cherché de la parallaxe: si au lieu de la différence des diamètres, on emploie leur somme, on trouvera $3^h 9' 29'', 9$ pour la distance entre le contact extérieur & le milieu du passage.

Cette méthode pour calculer l'effet des parallaxes, me paroît plus exacte que toutes celles dont les Astronomes ont fait usage jusqu'à présent, & elle donne cet effet avec toute la précision qu'on peut désirer, pourvu qu'on connoisse assez bien les élémens du calcul par des opérations préliminaires.

La figure jointe à ce Mémoire, représente la situation NV du vertical pour les quatre observations, à gauche pour l'entrée, soit à Cajanebourg, soit à la baie d'Hudson; à droite pour la sortie; mais ici il y a deux lignes, l'une NV est le vertical de Cajanebourg, l'autre ZV est le vertical pour la baie d'Hudson, qui est plus oriental, ou plus à gauche du côté du nord, que le cercle de déclinaison PC , parce que la sortie de Vénus y est arrivée le soir, de même que l'entrée.

Au lieu de la distance apparente CV dont j'ai fait usage ci-dessus, on peut se servir de la distance vraie CN , que l'on connoît, ainsi que l'angle CNV , par le temps de l'observation comparé avec le milieu du passage en M . On calculera ensuite la vraie distance de Vénus au zénit, & l'on y appliquera la parallaxe de Vénus seule pour avoir sa distance apparente au zénit; mais la différence de cette méthode à celle que j'ai suivie est insensible.

ÉLÉMENTS DU CALCUL DES PARALLAXES <i>Dans les Observations</i> de CAJANEBOURG & de la BAIE d'HUDSON.	CAJANEBOURG. 64 ^d 13' 30"		FORT DU PRINCE. 58 ^d 47' 30"	
Temps vrai des quatre observations sous leurs méridiens respectifs	9 ^h 20' 45" ¹ / ₂	15 ^h 32' 27"	1 ^h 15' 23"	7 ^h 0. 47" ¹ / ₂
Milieu du passage à peu près connu	12. 18. 3	12. 18. 3	4. 10. 0	4. 10. 0
Distance des observations au milieu du passage	2. 57. 17 ¹ / ₂	3. 14. 24	2. 54. 37	2. 50. 47 ¹ / ₂
Angle <i>NCM</i> formé par la perpendiculaire <i>CM</i> & le rayon du lieu vrai	49 ^d 5' 16"	51 ^d 40' 51"	48 ^d 39' 27"	48 ^d 1' 34"
Angle <i>VCM</i> formé par la perpendiculaire <i>CM</i> & le rayon du lieu apparent	49 30. 20	52. 38. 6	48. 55. 27	49. 23. 49.
Différence apparente d'ascension droite entre Vénus & le Soleil	0. 9. 16	0. 9. 16	0. 9. 8	0. 15. 0
Différence de déclinaison à ajouter à celle du Soleil	0. 12. 41	0. 6. 3	0. 12. 46	0. 6. 29
Angle horaire de Vénus	140. 2. 6 ¹ / ₂	126. 36. 53	18. 41. 27	105. 26. 52 ¹ / ₂
Distance de Vénus au pôle	67. 21. 32	67. 26. 22	67. 21. 27	67. 26. 38
Hauteur apparente de Vénus	2. 14. 11	6. 4. 53	51. 27. 59	11. 34. 45
Parallaxe de hauteur de Vénus, en supposant 7",73. pour le Soleil	19",420	19",325	12",107	19",039
Angle de position pour Vénus	7 ^d 1' 56"	7 ^d 5' 43"	7 ^d 1' 57"	7 ^d 5' 28"
Somme de l'angle de position & l'inclinaison de l'orbite 8 ^d 28' 59"	15. 30. 55	15. 34. 42	15. 30. 56	15. 34. 27
Angle parallactique du cercle horaire avec le vertical de Vénus	16. 13. 53	20. 32. 57	15. 27. 42	30. 39. 5
Angle <i>N</i> , qui est la somme ou la différence des angles précédens & de l'angle <i>NCM</i>	17. 20. 28	46. 42. 36	17. 40. 49	85. 4. 54
Angle <i>V</i> formé par le vertical & le rayon apparent <i>V</i>	17. 42. 14,4	47. 32. 18,3	17. 54. 38,9	84. 33. 28,6
Distance apparente <i>CV</i>	913",95	972",95	913",95	913",95
Distance vraie des centres du Soleil & de Vénus ou <i>CN</i>	932,469	986,100	925,478	912,341
Temps correspondant ou distance au milieu du passage	2. 56. 20",0	3. 13. 41",8	2. 54. 1",1	2. 49. 37",9
Distance vraie vüe du centre de la Terre	2. 50. 10,3	3. 9. 29,9	2. 50. 10,3	2. 50. 10,3
Effet de la parallaxe en temps, en supposant la parallaxe horizontale 9",01	+ 6. 9,7	— 4. 11,9	+ 3. 50,8	+ 32,4
Temps des quatre observations réduites au centre de la Terre	9. 26. 55,2	15. 28. 15,1	1. 19. 13,8	7. 1. 19,9

Le milieu entre les deux phases réduites au centre de la Terre pour le fort du Prince, donne le milieu du passage à 4^h 10' 17".
A l'égard des phases de Cajanebourg, les deux distances observées.

n'étant pas les mêmes, il faut résoudre un triangle dans lequel on connoît deux côtés $913,95$ & $972,95$, avec l'arc parcouru en $6^h 1' 19'',9$ de temps, qui est $1446'',02$; on trouve les deux segments $684'',516$ & $761'',504$, qui, réduits en temps, donnent $3^h 10' 17'',1$ & $2^h 51' 2'',8$; d'où l'on conclut le milieu $1^h 17' 58''$, & la différence de longitude des deux observatoires, $8^h 7' 41''$. La demi-durée $2^h 51' 3''$ étant la même que celle qu'on tire de l'autre observation, il est prouvé par ce calcul, que la parallaxe étoit en effet ce jour-là de $7'',73$, ce qui donne pour la parallaxe moyenne $7'',86$.

Pour Paris, où le contact a été observé à $7^h 38' 45''$, l'effet de la parallaxe sera $6' 25''$, & le milieu du passage $10^h 36' 13''$, conjonction $10^h 13' 39''\frac{1}{2}$, temps vrai, ou $10^h 11' 26''$, temps moyen; la distance au nœud $1^d 9' 0''$ à ajouter au lieu du Soleil $2^f 13^d 27' 19''$, & le lieu du nœud ascendant de Vénus $2^f 14^d 36' 20''$, déduit de l'observation, plus avancé seulement de 45 secondes que suivant mes calculs de la *Connoissance des Temps*, & de $2' 36''$ que suivant les Tables de M. Halley.

Je dois avertir que j'ai supposé dans ces calculs le demi-diamètre du Soleil de $943'',45$; & celui de Vénus de $29''\frac{1}{2}$: je rendrai compte dans un autre Mémoire des raisons qui m'ont obligé de diminuer ainsi de 7 secondes le diamètre du Soleil dans le calcul de ce passage.

Ainsi la conséquence importante de ces observations est que la parallaxe moyenne du Soleil est d'environ 8 secondes au lieu de 10 secondes qu'on avoit long-temps supposé.

Nota. Depuis la lecture de ce Mémoire, les observations faites en Californie & dans la Mer du sud, nous ont fait porter jusqu'à 8 secondes & demie la parallaxe moyenne du Soleil, ce qui s'accorde avec l'observation du passage de 1761. *Mémoires de l'Académie pour 1761, p. 479. Trans. Philos. 1762 & 1763.*



