

de Halley; sans donner ici le détail de ces tentatives, il me suffit de dire que j'ai trouvé 10 minutes à ajouter, en sorte que le lieu de l'aphélie $8^{\text{r}} 13^{\text{d}} 49' \frac{1}{2}$ pour 1764 est celui qui me paroît satisfaire le mieux à toutes mes observations; c'est ainsi que je l'ai employé dans mes nouvelles Tables de Mercure, (*voyez la Connoissance des Mouvements célestes pour 1767, page 98*).

SUR LA THÉORIE DE MERCURE.

SECOND MÉMOIRE,

Qui contient le mouvement de l'aphélie & le mouvement moyen de Mercure, sa révolution & sa distance, déduits des anciennes observations; avec un commentaire sur la partie de l'Almageste où elles sont rapportées.

Par M. DE LA LANDE.

APRÈS avoir déterminé dans mon premier Mémoire, le lieu de l'aphélie de Mercure pour notre temps, il faut passer à la recherche du moyen mouvement de cette Planète; mais on ne fauroit trouver ce moyen mouvement, si l'on ne connoit pas le mouvement de l'aphélie, & comme celui-ci m'a paru être le plus indépendant des autres, & le plus facile à trouver par les anciennes observations, j'ai commencé par la recherche du mouvement de l'aphélie.

(1.) Jusqu'ici l'on n'a pas tiré grand parti, ce me semble, des Observations de Mercure rapportées dans l'*Almageste* de Ptolémée, qui furent faites il y a 16 ou 18 cents ans. Bouillaud n'en avoit calculé qu'une partie dans son *Astronomie Philolaïque*, M. Cassini dans ses *Éléments d'Astronomie* (page 605) les rejetta totalement pour s'en tenir aux passages de Mercure sur le Soleil; pour moi j'ai reconnu que ces anciennes observations sont importantes, qu'elles déterminent le mouvement de l'aphélie aussi

exactement que les observations du dernier siècle, & je me suis appliqué à débrouiller l'obscurité qui restoit encore sur le grand ouvrage de l'*Almageste*, le seul monument qui nous soit parvenu de l'ancienne Astronomie.

(2.) On trouve seize observations de Mercure dans Ptolémée; je les ai toutes discutées & calculées, & quoiqu'il y en ait deux qu'on ne peut absolument concilier avec nos théories, & quatre qui ne peuvent y servir, n'étant pas faites dans les moyennes distances; on voit cependant que le plus grand nombre s'y rapporte avec la précision qu'on peut supposer dans ces anciennes observations, puisque de ces observations il y en a dix qui, du moins en prenant un milieu, donnent le mouvement de l'aphélie d'environ 1' 10" par année.

C'est la théorie de Mercure qui me donna occasion en 1764, de faire une étude particulière de l'*Almageste* de Ptolémée; ce Livre vraiment inestimable pour un Astronome, à cause du grand nombre d'observations anciennes qu'on y trouve, est souvent difficile à entendre; les fautes de l'Auteur & celles du Traducteur y sont jointes à celles de l'impression & de la gravure, d'une manière souvent très-embarrassante; & je crois que j'épargnerai bien du temps à ceux qui auront besoin de consulter cet Ouvrage, en publiant mes notes sur l'*Almageste*, au moins dans la partie dont je dois ici faire usage.

(3.) L'édition dont je me sers, & dont je citerai souvent les pages, parce que cela est plus commode, est celle de Bâle faite en 1551; c'est la cinquième & dernière édition de l'*Almageste*, les autres sont de 1515, 1528, 1538 & 1541. C'est la troisième édition de la traduction de George de Trebizonde; c'est celle dont se servoit Tycho-Brahé, c'est la plus commune aujourd'hui; c'est même la plus correcte, ce me semble, quoiqu'elle fourmille de fautes aussi-bien que les autres éditions. On peut voir au sujet des manuscrits de Ptolémée, & des anciennes éditions, le P. Labbe, *Bibliotheca manuscriptorum*; & Fabricius, *Bibliotheca Greca*, tome IV.

(4.) Le premier objet de mes remarques doit être le calcul des dates rapportées dans Ptolémée ou la réduction des années

de Nabonassar aux années Juliennes, dont nous connoissons la marche. Voyant que quelques Savans s'y sont mépris & qu'il y avoit quelques incertitudes sur cette matière, j'ai voulu faire moi-même la réduction; pour cela, j'ai dressé une Table des neuf cents ans dans lesquels sont renfermées toutes les observations de l'Almageste, & avec cette Table, j'ai fait la réduction des dates: cela m'a donné lieu de reconnoître plusieurs fautes dans le texte de Ptolémée, dont quelques-unes étoient certainement dans l'original, & les autres étoient des fautes de copiste.

(5.) Je suppose d'abord que le commencement de la première année de Nabonassar tombe au 26 Février 747 avant J. C. suivant les Chronologistes, ou 746, suivant la manière de compter, employée par M. Cassini (*Éléments d'Astron. p. 285*), & que j'ai adoptée dans mon ASTRONOMIE, page 496; il ne peut y avoir de doute sur cette époque, car on trouve dans Ptolémée le lieu de toutes les Planètes pour le commencement de cette époque, & il ne peut y avoir qu'une seule année & un seul jour qui réponde à la fois à toutes ces longitudes; celle de la Lune sur-tout confirme parfaitement la date dont est question: il est vrai que, par nos Tables modernes, on trouve 3 degrés de moins que Ptolémée ne donnoit à la longitude de la Lune pour ce temps-là; mais on trouve la même différence pour le Soleil, & l'on voit bien que cela venoit de l'erreur de Ptolémée sur la durée de l'année.

Époque
de Nabonassar.

(6.) Ainsi le commencement de la première année de Nabonassar tombe au 26 Février 746 avant J. C. à midi, temps vrai au méridien d'Alexandrie, ou 1^h 51' avant midi au méridien de Paris; de-là, il est aisé de trouver le commencement de toutes les autres années Égyptiennes réduites au calendrier Julien: la seconde année de Nabonassar commença de même le 26 Février 745, & la troisième le 26 Février 744, parce que les deux premières années étant communes, font de 365 jours dans le calendrier Julien, comme dans le calendrier Égyptien; mais l'année julienne 744 étant biffextile & contenant un jour de plus que l'année égyptienne, il s'ensuit que l'année suivante ou la quatrième de Nabonassar commença le 25 Février 743 avant

464 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

J. C. Continuant ainsi à ôter un jour tous les quatre ans ; on verra que la huitième année commença le 24 Février 739, la douzième année le 23 Février 735.

(7.) Par cette progression, qui est fort simple, j'ai construit une Table du commencement des huit cents quatre-vingt-huit années qui se trouvent depuis l'époque de Nabonassar jusqu'à la fin des observations de Ptolémée: en voici un extrait, seulement pour les intervalles qui renferment les observations de Mercure.

La 484.^e commença le 28 Octob. 264 avant J. C.

488.	27.	260.
492.	26.	256.
496.	25.	252.
500.	24.	248.
504.	23.	244.
876.	22	Juillet 128 après J. C.
880.	21.	132.
884.	20.	136.
888.	19.	140.
892.	18.	144.

On observera que les trois années qui suivent la quatre cent quatre-vingt-quatrième, commencèrent le même jour, c'est-à-dire le 28 Octobre; que les trois années qui suivent la quatre cent quatre-vingt-huitième commencèrent aussi le 27 Octobre, & ainsi des autres; c'est pourquoi je me suis dispensé de mettre dans cette Table les années communes intermédiaires entre les bissexiles.

(8.) Pour réduire toutes les dates des observations de Mercure qui sont dans Ptolémée, il suffit d'ajouter à cette Table celle des jours qui sont dans chaque mois Égyptien ou du nombre de jours que les Égyptiens comptoient à la fin de chaque mois.

<i>Thoth</i>	30.	<i>Pharmouthi</i> ..	240.
<i>Paophi</i>	60.	<i>Pakon</i>	270.
<i>Athyr</i>	90.	<i>Pauni</i>	300.
<i>Kiak</i>	120.	<i>Epiphi</i>	330.
<i>Tybi</i>	150.	<i>Messori</i>	360.
<i>Mekyr</i>	180.	5. intercalaires..	365.
<i>Phamenoth</i>	210.		

Supposons maintenant que l'on demande quel est le jour du calendrier Julien qui répond au 17 du mois *Kiak* de l'an 486 de Nabonassar; on voit, par la première Table, que l'année 486 commença le 28 Octobre 262 avant J. C. &, par la seconde Table, que le 17 du mois *Kiak* étoit le cent septième jour de l'année. Il faut donc chercher quel étoit le cent septième jour, à compter du 28 Octobre inclusivement, car le 28 étoit déjà de l'année 486; on prendra donc quatre jours qui restent du mois d'Octobre, trente du mois de Novembre, trente-un du mois de Décembre, trente-un du mois de Janvier 261 avant J. C. la somme est quatre-vingt-seize; il en reste onze pour aller à cent sept: donc le cent septième étoit le 11 Février 261; c'est le jour qui répond au 17 du mois *Kiak* de l'an 486 de Nabonassar.

C'est par cette méthode que j'ai réduit les temps des seize observations de Mercure à la forme Julienne, pour savoir s'il n'y avoit point d'erreur dans les réductions qui ont été faites par différens auteurs, & qui sont quelquefois différentes.

(9.) Il faut un peu d'attention pour ne pas se tromper d'un jour dans les observations qui ont été faites le matin, parce que dans Ptolémée, l'expression semble un peu équivoque; mais on est guidé par le lieu moyen du Soleil qui est joint à chaque observation, & qui seroit en erreur d'un degré si l'on se trompoit d'un jour dans la date de l'observation.

Dans presque toutes les observations, Ptolémée a soin de marquer le jour actuel & le jour suivant; ainsi on voit à la

page 225 (édition de Bâle, faite en 1551; c'est la dernière des cinq): *Epiphi secundum Aegyptios die 18; sequente 19 in mane*; $\chi\epsilon\tau' \alpha\gamma\omega\pi\lambda\iota\varsigma \epsilon\pi\iota\phi\iota \text{ in eis } \tau\omega \text{ id } \alpha\phi\theta\epsilon\sigma\upsilon$ (page 231, édition Grecque de 1538). Cette précaution étoit prise pour prévenir l'équivoque provenant des différences entre les manières de compter les jours, & elle a servi à prévenir bien des fautes de Copistes (S. 76). Dans cette expression: *die 18 sequente 19 in mane*, il semble que 18 est le jour de l'observation, & que 19 est le jour qui suivoit celui de l'observation; ainsi on devoit croire que l'observation étoit faite le 18 au matin, & que les mots *sequente 19* devoient être entre deux virgules: cependant j'ai reconnu que cette observation appartient au matin qui est entre le 18 & le 19, ou le 19 matin, suivant notre manière actuelle de compter les jours civils du Calendrier.

(10.) On trouve encore à la page 225, *phamenoth 18, sequente 19, in mane*, & j'ai reconnu par le calcul du lieu moyen du Soleil, que cette observation appartient au 18 après midi ou 19 matin. A la page 226, *chiac secundum Aegyptios 17 sequente 18 in mane*, cette observation se rapporte au 17 après midi ou 18 matin. A la page 233, on trouve un intervalle donné de 402 années $283^j 13^h 30'$, qui retranché du 2 *Epiphi* de l'an 886 à $7^h \frac{1}{2}$, donne le 18 *Thoth* 284 à 18^h ; car si de $302^j 7^h$, on ôte $283^j 13^h$, il reste $18^j 18^h$, ce qui nous apprend que l'observation à laquelle il y a (page 232) *thoth 18 sequente 19 Mercurius matutinus*, &c. se rapporte au 18 à 18 heures en comptant depuis midi.

Ptolémée
comptoit les
jours depuis
midi.

(11.) Ptolémée nous avertit expressément (page 74) qu'il commence à compter le jour à midi: $\epsilon\pi\iota\sigma\theta\eta \tau\alpha\varsigma \epsilon\pi\omega\chi\epsilon\varsigma \delta\alpha\tau\omega \mu\epsilon\sigma\eta\mu\epsilon\tau\epsilon\varsigma \sigma\omega\iota\sigma\tau\acute{\alpha}\mu\epsilon\theta\alpha$, que le traducteur a rendu par ces mots, *dies enim à meridie incipere volumus*, & qu'on peut rendre plus exactement par ceux-ci, *parce que les époques sont établies ou comptées par rapport à midi*; quant au jour civil il se comptoit depuis le lever du Soleil (Petau, tome I, page 179, édition de 1705).

(12.) Pour employer les observations de Ptolémée, il est

absolument nécessaire de corriger & les lieux du Soleil & les lieux des étoiles qu'il emploie dans ses observations.

J'ai fait voir ailleurs que les équinoxes de Ptolémée sont visiblement défectueux, soit qu'il les ait observés avec des armilles mal situées, soit qu'il ne les ait point observés du tout, mais seulement calculés sur des hypothèses défectueuses (*Mémoires de l'Académie, 1757, page 420. Flamsteed, Histoire céleste*).

C'est donc aux équinoxes observés par Hipparque qu'il faut nous en tenir, c'est de ceux-là que j'ai tiré le moyen mouvement du Soleil de 46 minutes 6 secondes par siècle, & la durée de l'année de 365j 5^h 48' 45" $\frac{1}{2}$ *, & ces équinoxes d'Hipparque sont représentés à peu près de même dans les Tables du Soleil de M. de la Caille, ainsi je me servirai de ces Tables pour corriger les lieux moyens du Soleil.

* *Voy. Mém. de l'Acad. 1757. p. 426.*

(13.) En comparant ces Tables avec celles de Ptolémée, je trouve qu'il faut faire aux longitudes moyennes du Soleil, rapportées dans l'Almageste, les corrections suivantes, qui sont soustractives avant le temps d'Hipparque & additives dans les temps postérieurs; ainsi dans toutes les observations, faites par Ptolémée lui-même, où il donne la longitude moyenne du Soleil, il faut ajouter à cette longitude environ 59 min. pour avoir celle qu'on trouveroit par les Tables de M. de la Caille ou par les Équinoxes d'Hipparque, en rectifiant le moyen mouvement du Soleil sur nos dernières observations, comparées avec celles d'Hipparque.

Corrections des lieux du Soleil.

CORRECTION	
à faire aux lieux du SOLEIL.	
746 avant J. C. —	2 ^d 54'
700..... —	2. 42
600..... —	2. 15
500..... —	1. 49
400..... —	1. 23
300..... —	0. 57
200..... —	0. 31
113.....	0. 0
100..... +	0. 4
0..... +	0. 22
100 après J. C. +	0. 48
140..... +	0. 59

(14.) Les longitudes des étoiles que Ptolémée dit avoir observées & qui sont dans son catalogue, se trouvent affectées de l'erreur qu'il commettoit dans les lieux du Soleil, & cela ne pouvoit pas être autrement, puisque c'est au Soleil que l'on compare les étoiles pour avoir leurs longitudes. Suivant l'observation

que Ptolémée dit avoir fait la seconde année d'Antonin, le 9. Pharmouthi (*L. VII, c. 2, p. 158*) la distance de Régulus au Soleil étoit $4^{\text{f}} 29^{\text{d}} \frac{1}{2}$; si l'on y ajoute la longitude du Soleil $11^{\text{f}} 3^{\text{d}} 0'$, on a $4^{\text{f}} 2^{\text{d}} 30'$ pour celle de l'étoile, mais cette longitude du Soleil est trop petite de 58 minutes; donc celle de l'étoile est affectée de la même erreur.

(15.) Obligés d'abandonner encore le catalogue des étoiles de Ptolémée, il faut nécessairement remonter à celui d'Hipparque; nous le retrouvons heureusement dans le catalogue même de Ptolémée; en effet, il nous dit (*L. VII, c. 2, p. 159*) qu'il trouve toutes les étoiles plus avancées de $2^{\text{d}} 40'$ qu'elles n'étoient au temps d'Hipparque, deux cents soixante-cinq ans avant lui; il est donc évident qu'en ôtant $2^{\text{d}} 40'$ des longitudes rapportées dans Ptolémée, on aura celles qu'il avoit trouvées dans le catalogue d'Hipparque; à l'égard de l'époque, celle de Ptolémée qui étoit le commencement de la première année d'Antonin ou de la 885.^e année de Nabonassar, elle tombe au 20 Juillet 137: donc le catalogue d'Hipparque avoit pour époque le 24 Septembre 128 avant J. C.

Catalogue
d'Hipparque.

(16.) Nous n'avons rien dans l'antiquité de plus probable quant aux positions des étoiles fixes, que ce catalogue d'Hipparque, ainsi retrouvé par le moyen de celui de Ptolémée; plusieurs Astronomes ont voulu, en calculant d'anciennes observations, y employer les positions des étoiles, déduites des observations nouvelles: cette méthode me paroît être peu sûre & peu exacte, parce que le mouvement propre de quelques étoiles qui est sensible depuis un siècle, doit nous faire présumer qu'il a été considérable dans les siècles passés, & nous n'avons aucun moyen de le connoître si ce n'est en suivant les positions d'Hipparque comme un point fixe, donné par observation pour le 24 Septembre 128 avant J. C.

(17.) En partant de-là & corrigeant le mouvement de précession que Ptolémée supposoit d'un degré seulement en cent ans, au lieu de $1^d 25' 30''$, je trouve qu'il faut faire les corrections de la Table ci-jointe aux lieux des Étoiles que Ptolémée suppose dans les différentes observations qu'il calcule, & par conséquent aux lieux des Planètes qu'il en conclut. C'est ce que faisoit déjà Képler dans ses *Tables Rudolphines, præc. 196, p. 120, édition de 1627*, pour réduire au calcul de ses Tables les observations de Ptolémée.

CORRECTION	
à faire	
aux longitudes des ÉTOILES	
300 avant J. C. —	$0^d 41'$
260..... —	0. 32.
200..... —	0. 17.
128.....	0. 0.
100..... +	0. 6.
0..... +	0. 30.
100. après J. C. +	0. 54.
140..... +	1. 1.

C'est aussi d'après cette Table que je réformerais seize longitudes de Mercure qui sont dans l'Almageste; toute autre correction me paroîtroit trop arbitraire & trop peu sûre: car comment se flatter de connoître mieux que l'Auteur même les circonstances des anciennes observations qu'il rapporte.

Correction
pour les lieux
des Étoiles.

(18.) Il est vrai que nous trouvons des différences de plus d'un demi-degré dans les valeurs de la précession que l'on a en comparant les positions de Ptolémée avec les nôtres; quelques étoiles donnent $23^d 20'$, d'autres $23^d 50'$, mais cette incertitude d'un demi-degré pourroit-elle être fixée avec quelque exactitude par les observations de Flamsteed, éloignées de soixante ans des nôtres, ne suffiroit-il pas d'une minute d'erreur sur la différence de ces positions pour en produire 30 sur les conclusions qu'on en déduiroit pour le temps de Ptolémée? & l'on auroit encore le doute de l'uniformité de ce mouvement.

(19.) Je pense donc qu'il est plus sûr de nous en tenir aux positions données par Ptolémée (puisque elles avoient été déduites des observations d'Hipparque), il suffit d'y faire seulement la correction qu'il nous a lui-même indiquée en disant qu'il y avoit $2^d 40'$ de différence entre les positions d'Hipparque & les siennes; si après cette correction, on trouve encore quelquefois un degré d'erreur dans certaines observations, c'est que les Observateurs

les plus exacts se trompent quelquefois, & que dans ce temps-là ou n'avoit pas le moyen de reconnoître par le calcul les erreurs d'observations; d'ailleurs les instrumens étoient alors si grossiers, que quelquefois Hipparque a trouvé la longitude de l'épi de la Vierge plus grande d'un degré un quart qu'il ne l'avoit trouvée d'autres fois, comme Ptolémée nous l'apprend (*l. III, c. 2, p. 59, édition de 1751*) ces différences lui avoient fait croire que les années étoient fort inégales, mais Ptolémée dit qu'il pouvoit y avoir beaucoup d'autres causes de ces erreurs: *πλειόνων γὰρ ὄντων των ἐμποιῶσαι τιω ποσόντιω ἀμαρτίων δυναμένων* (*page 61, édition grecque de 1538*).

Années
Dionysiennes.

(20.) On a cru qu'il y avoit une incertitude de quelques jours sur les dates des plus anciennes observations de Mercure, que Ptolémée rapporte aux années Dionysiennes; cette crainte me paroît si peu fondée que je n'en ferois pas mention si M. Cassini n'en avoit dit un mot dans les Mémoires de l'Académie, *année 1707, page 360*; les doutes d'un homme aussi célèbre méritent bien qu'on s'y arrête.

Le premier livre où l'on a élevé la difficulté sur les années Dionysiennes, est celui qui a pour titre: *Urania propitia sive Tabula Astronomica; Maria Cunitia, 1650, page 100*; l'auteur prétend que Ptolémée avoit cru mal-à-propos que l'année céleste fixe ou Dionysienne, avoit été réglée sur le moyen mouvement du Soleil, cela s'étant rencontré par hasard dans les deux observations anciennes de Mars & de Vénus; & que d'après cette fausse persuasion il avoit mal appliqué & substitué les jours des mois Égyptiens aux jours des mois Dionysiens; elle ajoute que son mari (*Elias à Leonibus*) s'étoit assuré par les écrits des anciens, que Denys & les autres Philosophes de son temps, avoient déterminé l'entrée du Soleil dans les signes, par l'observation des ombres des obélisques, à la manière de Newton, & non pas par les Tables des moyens mouvemens du Soleil; en conséquence elle apporte la correspondance des années Dionysiennes aux Égyptiennes, à la page 71 de ses Tables, de la manière suivante.

(21.) Ces années Dionysiennes commencent le 27 Juin 284

avant J. C. jour du solstice; les mois tirent leur nom des signes que le Soleil parcourt.

<i>Cancerinus</i>	27 Junii.
<i>Leoninus</i>	28 Julii.
<i>Virginus</i>	28 Augusti.
<i>Libra</i>	27 Septembris.
<i>Scorpii</i>	27 Octobris.
<i>Sagittarii</i>	27 Novembris.
<i>Capricorni</i>	25 Decembris.
<i>Aquarii</i>	23 Januarii.
<i>Piscium</i>	22 Februarii.
<i>Arietis</i>	25 Martii, vel 24 in bissext.
<i>Tauri</i>	25 Aprilis vel 24.
<i>Geminorum</i>	27 Maii vel 26.

Tous les quatre ans, on ajoutoit un jour intercalaire à la fin du dernier mois.

En suivant cette nouvelle forme d'année, *Cunitia* trouve pour les cinq observations anciennes de Mercure où Ptolémée cite les années Dionysiennes.

JOURS.	SELON CUNITIA.	selon PTOLÉMÉE.
1	264. 17 Novembre au matin.	15
2	261. 11 Février.. au matin.	12
3	261. 25 Avril.... au soir.	25
4	261. 24 Août.... au soir.	23
5	256. 26 Mai..... au soir.	28

(22.) La quatrième observation lui paroît encore défectueuse, & elle doute si les copistes n'ont pas écrit 8 pour 6, c'est-à-dire deux jours de trop.

M. Cassini, en parlant des anciennes observations de Mercure, semble adopter les soupçons des auteurs que je viens de citer contre Ptolémée; « nous avons, dit-il, dans Geminus, Astronome » ancien, un Calendrier dont les mois sont marqués par les signes » du Zodiaque dont les plus longs sont ceux du Taureau & des » Gemeaux, qui sont de trente-deux jours, & le plus court est celui » du Sagittaire, qui n'en a que vingt-neuf, ce qui fait voir que ces » mois étoient réglés au vrai mouvement du Soleil ». M. Cassini ajoute que la forme d'année introduite par *Elias à Leonibus*, ne s'accorde pas avec celle de Geminus.

(23.) Le P. Pétau, dans son grand Ouvrage de *Doctrina temporum* (lib. IV, cap. 16, tom. 1, p. 179, édition de 1705) traite expressément des années Dionysiennes, de *parapegmate Philadelphi Dionysiano*, il rapporte les sept passages de Ptolémée où il est parlé d'années Dionysiennes; mais la seule conclusion qu'il en tire, c'est qu'on ignore quel nombre de jours on donnoit à chaque mois, à quelle année on plaçoit le jour intercalaire, si le jour civil se comptoit du lever du Soleil, enfin quelle étoit la forme de ces années Dionysiennes.

(24.) Le P. Pétau qui nous a donné lui-même une édition grecque & latine de Geminus, dans son *Uranologion*, n'y a pas trouvé de quoi réformer Ptolémée; je crois qu'il faudroit des témoignages plus clairs que le jour pour établir que Ptolémée n'a pas su quelle étoit la forme des années Dionysiennes dont il s'est servi, & qu'il y auroit de l'absurdité à vouloir le réformer sur quelques conjectures tirées des auteurs qui n'ont pas eu besoin comme lui d'une rigoureuse exactitude, & qui n'ont pas été dans le cas d'appuyer sur les années Dionysiennes des théories & des calculs; ajoutons à cela que les corrections qu'on feroit à la première, à la seconde & à la cinquième observation, suivant *Elias à Leonibus*, écartent prodigieusement ces observations l'une de l'autre, & les éloignent de la théorie qui s'accorde avec d'autres sur lesquelles il n'y a pas de difficulté.

(25.) Je m'en tiendrai donc aux temps assignés par Ptolémée pour ces quatre observations, & je supposerai qu'il a su quels
mois

mois Égyptiens & quels jours répondoient aux mois & aux jours Dionysiens, qui n'étoient pas du temps de Ptolémée une chose si ancienne & si obscure qu'elle l'est aujourd'hui; il y a une de ces observations où Hipparque est cité. Peut-on douter que le premier & le plus habile de tous les anciens Astronomes, presque contemporain des années Dionysiennes, les ait aussi méconnues? abandonnons des doutes aussi étranges & aussi peu fondés, & passons aux seize observations anciennes rapportées dans Ptolémée.

(26.) Je suivrai, en rapportant ces observations, l'ordre des dates & non pas l'ordre dans lequel Ptolémée les a rapportées, parce que le sien étoit purement relatif à l'usage qu'il en vouloit faire pour établir sa théorie.

Toutes ces observations sont rapportées par le P. Riccioli, (*Astron. réf. p. 342*); dans l'histoire céleste de Tycho, p. 9 & suiv. quelques-unes sont rapportées & discutées dans Lansberge, dans Wing, dans Bouillaud; mais ayant examiné cette matière avec un soin tout particulier, il m'a paru qu'on pouvoit ajouter beaucoup à ce que ces auteurs avoient fait.

(27.) On ignore totalement quels sont les auteurs des sept premières observations faites depuis l'an 264, jusqu'à l'an 244 avant J. C. Regiomontanus, dans son Commentaire abrégé sur l'Almageste, paroît les attribuer à *Dionysus*, probablement à cause que Ptolémée se sert des années qu'il appelle *Secundum Dionysium*. Le P. Riccioli (*Almag. liv. VII, sect. 2. tab. 38*), les attribue à Tymocharès; cet Astronome que Ptolémée cite plusieurs fois dans son septième livre, vivoit dans le temps que l'épi de la Vierge étoit à 8 degrés de l'équinoxe, ce qui tombe à peu près vers l'an 170 avant J. C. Ainsi la conjecture est plausible, Lansberge, suivi par Wing & par Riccioli, attribue à Hipparque deux de ces sept observations anciennes; mais les observations d'Hipparque furent faites vers l'an 137 avant J. C. ainsi il ne peut être l'auteur des autres. Ptolémée parle à la vérité d'Hipparque à l'occasion de la quatrième observation, mais il dit seulement, *ut Hipparchus computavit*, p. 226, ἢ ὡς ὁ Ἰππάρχος ἐπιλογίζεσθαι, p. 232.

Mém. 1766.

000

(28.) La plus ancienne de ces observations me paroît avoir été faite à Babylone, & non pas à Alexandrie; on en peut juger par l'intervalle qui est rapporté à la page 233; favoir que depuis le commencement de l'époque de Nabonassar, jusqu'à la première observation il s'étoit écoulé 483 années $17^{\text{h}} 17^{\text{m}} 20^{\text{s}}$; la longitude du Soleil étoit alors $7^{\text{d}} 19^{\text{h}} 36^{\text{m}}$, l'obliquité de l'écliptique $23^{\text{d}} 55^{\text{m}}$, la déclinaison du Soleil $17^{\text{d}} 59^{\text{m}}$, l'arc semi-diurne à Babylone $5^{\text{h}} 10^{\text{m}}$, à Alexandrie $5^{\text{h}} 18^{\text{m}}$. Cette observation n'a pu être faite à Alexandrie à $17^{\text{h}} 20^{\text{m}}$, car le Soleil se levoit à $17^{\text{h}} 42^{\text{m}}$; il n'est point probable qu'on ait pu observer Mercure distinctement à l'heure même de son lever: il est plus naturel de croire qu'on l'a observé 46 minutes après son lever, & 40 minutes avant le lever du Soleil, ce qui répond à $17^{\text{h}} 20^{\text{m}}$ à Alexandrie; car le lever du Soleil arrivoit à Babylone à $18^{\text{h}} 50^{\text{m}}$, & celui de ☿ à $17^{\text{h}} 24^{\text{m}}$, l'observation étant faite à $18^{\text{h}} 10^{\text{m}}$ à Babylone, ou $17^{\text{h}} 20^{\text{m}}$ à Alexandrie, se trouve également dégagée du crépuscule & des vapeurs de l'horizon.

(29.) Nous ne pouvons faire sur les six observations suivantes; de semblables calculs, puisque Ptolémée n'en rapporte pas les heures & les minutes; mais aussi cela n'est pas nécessaire, puisque ce ne sont que les plus grandes digressions.

Première
Observation
de Mercure.

(30.) La première & la plus ancienne observation que nous ayons de Mercure, est rapportée dans Ptolémée (*liv. IX, ch. 10, p. 232*): comme elle est sujette à plusieurs difficultés, & que la traduction imprimée est défectueuse à plusieurs égards; je vais rapporter le texte grec & mettre ma traduction à côté.

Πάλιν δὲ καὶ τῷ κατὰ Διονύσιον
ὁ μὲν κατὰ τὸ ὑπὸ ἕως τοῦ Ναβονασάρου
Σκορπίωνος κβ, κατὰ Ἀργυρίου δὲ εἰς
πύλιν θ, εἰς τὸ εἰς τῶν τῆς δεξιᾶς τοῦ βορείου
μετώπου τοῦ Σκορπίου καὶ μέσην εὐθείαν,
ἀπέχον εἰς τὰ ὑπολειπόμενα σελήων, πρὸς
ἀρκτους δὲ τοῦ βορείου μετώπου διέχε β
σελήνας, ἀλλ' ὁ μὲν μέσος ἦν τῆς μετώπου
τοῦ Σκορπίωνος κατὰ τὰς ἡμετέρας ἀρχὰς
ἐπέκει τότε Σκορπίωνος μοίρας α β, καὶ
στοιχείου ὅτι τῆς δεξιᾶς μέσων τῶν ἰσῶν ὁ δὲ

Rursus autem & in vigesimo primo
anno secundum Dionysium, ad 484
annum à Nabonassaro, mensis Scor-
pionis 22, secundum Aegyptios mensis
Thoth 18 inter & 19 matutinum
astrum à lineâ per septentrionalem
frontem Scorpii, & medium frontem
ducta distans ad præcedentia quantitate
unius Lunæ; ad boream autem sep-
tentrionalis frontis distabat duabus
Lunis; sed media stella in fronte Scorpii
secundum nostra principia obtinebat

Βασίλειος ἐπίχρ Σκορπίωνος μοιρῆς β γ.
 καὶ βορειότερος ἔστι τῆ δισ μύσων μοιρῆς
 α καὶ γ. ὁ τῆ Ερμῆ ἀστὴρ ἐπίχρ τῆ
 Σκορπίωνος μοιρῆς γ καὶ γ' ἔγγιστα. Δύλον
 δὲ γίνεται, καὶ ὅτι ἔδωκεν ὅτι τῶν μοιρῶν
 ἰσῶν ἀποστάσιν ἐλλήθει, δὲ τῶν μοιρῶν
 ἡμέρας τῆ καὶ τῆ Σκορπίωνος ἀναρχαφθαί,
 ὅτι τῆς αὐτῆς ἐυδείας διέχεν εἰς τὰ ἐπίματα
 ἑλὴν καὶ ἡμισίαν ἀλλήλων, μείζων γὰρ
 γίνοντι ἢ διστάσις τῆ ἑλὴν ἢ τῆ δ' ἔγγιστα
 μοιρῆς κινηθεῖς, τῆ δὲ ἀστῆρος ἡμικύκλι.
 Page 237, édition de 1538.

tunc Scorpionis gradum $1\frac{2}{3}$, & erat
 ad septentrionem circuli per medium
 signorum ducti, equali quantitate; septen-
 trionalis autem stella obtinebat Scor-
 pionis gradus $2\frac{1}{3}$, & ad septentrionem
 circuli per medium gradu $1\frac{2}{3}$. Mer-
 curii igitur stella obtinebat Scorpionis
 gradus 3 & trientem circiter. Evidens
 autem fit etiam quod nondum ad maxi-
 mam matutinam distantiam pervenerat,
 quia post 4 dies, 26 mensis Scorpionis
 scribitur quod ab eadem lineâ distabat
 ad præcedentia unâ diametro Lunæ, &
 dimidia major; igitur facta est distantia;
 Sole 4 circiter gradibus provento; Mer-
 curio autem dimidiâ tantum Lunâ.

(31.) Si l'on compare cette traduction avec celle de George de Trebizonde, édition de 1551, que presque tous les Auteurs ont adoptée, on trouvera plusieurs différences; on y avoit d'abord omis la ligne entière *Mercurii igitur stella obtinebat Scorpionis gradus 3 & trientem*; on y avoit mis *stella per unam Lunam & dimidiam*, au lieu de ce que j'ai traduit par *dimidiâ tantum Lunâ*, le mot grec *ἡμικύκλι* qui signifie *demi-cercle*, ne fauroit se traduire par une Lune & demie; mais on le traduit avec plus de vraisemblance, par une demi-Lune; d'ailleurs on verra ci-après que plus d'une raison exige qu'il y ait là une demi-Lune, & non pas une Lune & demie; si l'on admettoit sans distinction tout ce qui précède, il faudroit qu'il y eut deux Lunes & demie, & la traduction n'en seroit pas plus exacte; mais quand j'aurai fait voir qu'on doit changer le mot *præcedentia*, il sera prouvé qu'on doit lire une *demi-Lune* & non pas une Lune & demie, & on le trouve ainsi dans la première édition de 1515, fol. 108 recto, liv. XII. *Propterea quod sol movetur quatuor partibus fere, & movetur stella quantitate medietatis diametri Lunæ.*

(32.) George de Trebizonde avoit mis la moyenne à $1^d 40'$ du Scorpion; il y a en effet $1^d 40'$ dans le texte grec, car β'' ou β' signifie deux tiers dans le texte grec, suivant la traduction même dont il s'agit ici: cependant dans le Catalogue de la même édition, page 189, il y a $5^d 20'$ pour la longitude, & $1^d 20'$ pour la

dit autant (*L. v, ch. 29, édit. de 1543*); Lansberge dans son *Treſor d'observations*, imprimé à la ſuite de ſes Tables (*édit. de 1632, p. 180*); Bouillaud (*Aſtr. phil. p. 388*); Wing (*Aſtr. brit. p. 307*). Albert Curtius, dans les *Prolegomènes* de l'hiſtoire céleſte, *page 9*, ont dit de même; mais on lit le contraire dans l'édition grecque de Ptolémée, dans l'édition de 1551, dans Longomontanus (*Aſtr. danica, l. 11, ch. 21, p. 308, édit. de 1622*); dans Cunitia (*Urania propitia, page 104*); dans Riccioli (*Aſtron. réfor. p. 342*): je crois avoir prouvé par le texte même de Ptolémée qu'il faut lire comme Regiomontanus, *in conſequentis*; cela eſt encore prouvé par le calcul de la ſeconde circonſtance de cette obſervation, ou ſi l'on veut de l'obſervation qui fut faite quatre jours après, comme je le dirai bientôt.

(35.) Après avoir ainſi reſtitué le texte de Ptolémée, je paſſe au calcul de cette obſervation; je ſuppoſe d'abord, puifque Ptolémée le dit lui-même, que cette obſervation ſe rapporte à l'an 484 de Nabonaſſar, le 19 Thoth au matin; cette année commença le 28 Octobre 264 avant J. C. ſelon notre manière de compter (265 ſuivant la plupart des Chronologiſtes; voyez mon *Aſtronomie, page 495*): donc le dix-huitième jour de l'année étoit le 14 Novembre de l'an 264; à l'égard de l'heure de l'obſervation, elle eſt formellement exprimée dans le chapitre XI à l'occaſion des époques des moyens mouvemens, c'étoit 17^h 20' à Alexandrie, ce qui fait 15^h 28' à Paris, ou 15^h 16' de temps moyen.

La longitude des étoiles β & δ étant diminuée de 33 minutes ſuivant la Table ci-deſſus (*art. 17*), celle de Mercure doit être également diminuée, & au lieu de 7^f 3^d 20', on a pour la longitude obſervée 7^f 2^d 47'; celle du Soleil calculée pour le même temps, eſt de 7^f 19^d 36', ainſi l'élongation de Mercure au Soleil, ſuivant cette obſervation, fut de 16^d 49': ſuivant les Tables de M. Halley, on trouve 16^d 43', & ſuivant les miennes 16^d 56', les miennes pêchent en excès à peu près autant que celles de M. Halley en défaut, mais on verra que les autres obſervations ſont plus favorables à mes hypothèſes qu'à celles de M. Halley.

(36.) Il ne ſuffit pas que nos Tables ſatisfaſſent à cette première

partie de l'observation, il faut encore remplir la seconde condition, c'est-à-dire que quatre jours après, le lieu de Mercure soit plus avancé de la quantité observée; il étoit, suivant Ptolémée, d'une Lune & demie à l'orient de la ligne menée par les deux étoiles, & puisque j'ai fait voir que dans la première observation Mercure étoit à une Lune de distance du même côté, il s'ensuit que dans l'espace de quatre jours il s'étoit avancé seulement d'une demi-Lune ou 17 minutes: or c'est ce que donnent mes Tables, tandis que celles de M. Halley en donnent le double, ce qui paroît prouver d'une manière assez concluante que la longitude héliocentrique est trop grande dans M. Halley, aussi-bien que l'angle de commutation, & conséquemment que le mouvement séculaire de Mercure est trop petit dans ses Tables.

(37.) On peut aussi conclure de-là qu'il est impossible que le mouvement de Mercure dans ces quatre jours ait été de deux Lunes & demie, comme cela arriveroit si dans la première observation, Mercure eût été à l'occident de la ligne des deux étoiles; pour avoir un mouvement aussi considérable, il faudroit rendre le mouvement séculaire encore plus petit qu'il n'est dans M. Halley, & les autres observations y résistent évidemment.

Le lieu moyen du Soleil, au temps de cette observation, étoit suivant Ptolémée, $7^{\circ} 20^{\text{d}} 49'$, il en faut ôter $40'$ suivant les corrections de l'article treize; on a donc $7^{\circ} 20^{\text{d}} 9'$, les Tables de M. de la Caille donnent $7^{\circ} 20^{\text{d}} 0'$, cela prouve assez qu'il n'y a ici aucune erreur de date ni aucune faute d'impression, soit pour le jour, soit pour l'année de cette observation; & qu'avec les attentions que j'y ai apportées, cette observation est une des plus concluantes que nous ayons dans l'Almageste, tandis qu'elle est aussi la plus ancienne.

(38.) Cependant il est singulier que les auteurs aient embrouillé cette observation par des contre-sens & des suppositions arbitraires, de façon à en tirer les résultats les plus défectueux. Voici la longitude de Mercure, suivant différens auteurs; on ne sera pas surpris que la

Ptolémée.....	$7^{\circ} 3^{\text{d}} 20'$
Lansberge.....	$7. 2. 46.$
Régiomontanus	$7. 2. 35.$
Wing.....	$7. 2. 2.$
Bouillaud....	$7. 1. 57.$
Cunitia.....	$7. 1. 1.$

différence des longitudes ait produit des différences considérables dans les hypothèses qu'on en a déduites.

(39.) Cette observation m'a encore fait voir ce que Ptolémée entendoit par la grandeur d'un diamètre lunaire, car l'angle $M\beta O$ étant de $47^{\text{d}} \frac{1}{2}$, pour que CG foit d'un degré, comme le trouve Ptolémée, il faut que la distance $M\beta$ de Mercure à l'étoile la plus boréale, ait été de 65 minutes & demie: or elle étoit de deux diamètres lunaires; donc le diamètre lunaire valoit 32 minutes trois quarts suivant Ptolémée.

Estime
du diamètre
de la Lune.

Nous savons par un autre endroit de l'Almageste (*l. V, c. 14*) que Ptolémée estimoit le diamètre de la Lune de $31 \frac{1}{3}$ dans son plus grand éloignement (nous le trouvons de $29 \frac{1}{2}$ actuellement): cette quantité approchoit beaucoup du vrai, mais aussi ce n'étoit pas par des observations immédiates, faites avec des pinnules, que cette quantité avoit été trouvée, c'étoit en calculant les latitudes de la Lune dans les Éclipses, où l'on savoit que la moitié & le quart de la Lune avoient paru éclipsés; cette méthode étoit plus exacte, aussi donnoit-elle le diamètre de la Lune plus petit qu'on ne l'avoit cru avant Ptolémée, il nous en avertit lui-même.

D'après cela, je suis étonné que Ptolémée employant pour mesure le diamètre de la Lune, tel qu'il paroît à la vue simple, l'ait pris seulement de $32 \frac{3}{4}$ tel qu'il le trouvoit sans doute par son calcul; tandis que l'irradiation le fait presque toujours paroître plus grand. *Cunitia*, dans son *Urania propitia*, page 103, prouve que l'estime d'un diamètre lunaire à la vue simple, doit être évaluée à 40 ou 50 minutes; mais dans le cas dont il s'agit Ptolémée s'est servi de la connoissance qu'il avoit de la valeur exacte du diamètre lunaire.

(40.) La seconde observation de Mercure est rapportée à la page 226, édition de 1551, voici le passage traduit par George de Trebizonde: *anno enim 23 secundum Dionysium, Aquarionis die 29, Mercurius matutinus distabat à fulgentissimâ caudulâ Capricorni, ad septentrionem Lunas tres; sed hæc fixa stella secundum principia nostra, quæ sunt à tropicis & equinoctialibus punctis, obtinebat gradus Capricorni $22 \frac{1}{3}$, quot & Mercurii stella,*

Seconde
Observation.

*medius autem Sol 18^d 10' Aquarii, erat enim tempus 486 annorum Nabonassaro, Chiac secundum Ægyptios 17, sequente 18, in mane; fuit ergo maxima matutina à medio motu distantia 25^d 50' **.

(41.) L'année 486 de Nabonassar, commençoit le 28 Octobre 262 avant J. C. suivant la Table de l'article sept dont le 107.^e jour tomboit au 10 Février 261 avant J. C. Si nous supposons l'observation faite à Alexandrie 40 minutes avant le lever du Soleil, nous aurons le 10 Février 16^h 19', temps moyen à Paris; l'étoile qu'il appelle *fulgentissima caudula Capricorni*, est celle que nous appelons Δ, c'est la vingt-quatrième dans le catalogue de Ptolémée, elle avoit alors 2^d 0' de latitude australe, elle a actuellement 2^d 33' $\frac{1}{2}$ à cause de l'élevation de l'écliptique vers le nord; mais il est bon d'avertir que dans l'édition de 1551, page 182; cette étoile est marquée dans le signe du Verseau, au lieu qu'elle étoit dans celui du Capricorne.

(42.) En corrigeant la position de cette étoile (article 17.) on a sa longitude, & par conséquent celle de Mercure 9^h 21^d 48'; le lieu vrai du Soleil calculé par les Tables, étoit 10^h 19^d 9', ainsi la plus grande digression observée étoit de 27^d 21' par rapport au lieu vrai du Soleil; en corrigeant le lieu moyen du Soleil (S. 13) qui, suivant Ptolémée étoit 10^h 18^d 10', on a 10^h 17^d 30', & suivant les Tables de M. de la Caille 10^h 17^d 17', la différence est peu considérable & fait voir qu'il n'y a point d'erreur de date de cette observation, aussi s'accorde-t-elle passablement avec les Tables; au reste elle ne doit pas être des plus exactes, parce que Mercure étant au-dessus de l'étoile, il n'étoit pas si facile de mesurer leur différence de longitude, que s'ils eussent été sur le même parallèle; cette observation n'est pas des plus concluantes pour l'objet que nous nous proposons, parce que

* Le Passage que le Traducteur a rendu par ces mots, *sed huc fixa*, &c. est ainsi dans le grec, à la fin de la page 231: *Ἐπίχα δὲ πῶς ὁ εἰρημῖνος ἀπλανής κατὰ τὰς ἡμετέρας ἀρχάς, τυπέσι τὰς ἀπὸ τῆς Ἑλληνικῆς καὶ ἰσημεριῶν σημείων Δ' ἰσοκέρω μοιρῆς κβ γ', &c.*

& j'aurois mieux le traduire ainsi: *Correspondebat autem tunc dicta stella secundum nostra principia (id est secundum nostrum modum numerandi longitudes respectu tropicorum & punctorum æquinoctialium) Capricorni gradibus 22 $\frac{1}{2}$.*

l'anomalie

l'anomalie de Mercure étoit d'environ $10^{\circ} 25^d$, il étoit trop près alors de son périhélie.

(43.) La troisième observation de Mercure est à la page 226 de l'édition de 1551, à la page 232 de l'édition grecque, & au verso du folio 104 de l'édition de 1515: il s'étoit glissé une erreur de date dans cette observation, mais en la réformant, on trouve qu'elle cadre fort bien avec la théorie; voici le passage traduit par George de Trébizonde.

Troisième
Observation.

In eodem 23 anno secundum Dionysium, Tauronis die 4 vesperi distabat ad successionem Mercurius à lineâ cornuum Tauri per tres Lunas; videbaturque pertransiens habiturus distantiam à communi ad meridiem majorem quam trium Lunarum, ut rursus secundum principia nostra $23^d 40'$ Tauri obtineret, & erat tempus annorum à Nabonassaro 486, Phamenoth secundum Ægyptios 30 sequentis Pharmothi vesperi, quando medius Sol obtinebat $29^d 30'$ Arietis, fuit ergo maxima à medio motu vespertina distantia $24^d 10'$.

(44.) Nous avons remarqué ci-dessus que l'année 486 de Nabonassar, avoit commencé le 28 Octobre 262 avant J. C. ainsi le 30 Phamenoth ou le 210.^e jour de l'année, tomberoit au 25 Mai 261 avant J. C. le lieu moyen du Soleil, qui dans Ptolémée étoit $0^{\circ} 29^d 30'$ étant corrigé (S. 13) devient $0^{\circ} 28^d 50'$; mais ayant calculé par les nouvelles Tables, on trouve que cette longitude moyenne répond au 25 Avril, en sorte qu'il y a un mois d'erreur dans ce passage; l'édition grecque n'est pas plus correcte, on y trouve ces mots: κατ' Ἀιγυπτίους φαμενόθ τεταροσθ̄ εἰς τὴν ᾱ ἐπιεσ̄; il n'y a pas à la vérité le mot de Pharmothi, mais il y a le 30 Phamenoth, & c'est un mois de trop: l'édition de 1515 ne contient point cette faute, on y trouve ces mots: *in mense Phemenut in matutino diei prini ejus apud primam noctem*, ce qui nous prouve bien que dans les anciens manuscrits il y avoit le 1.^{er} Phamenoth & non pas le 1.^{er} Pharmothi; il est donc constant que cette observation se rapporte au 25 Avril 261 avant J. C. & si on la suppose faite à Alexandrie, 40.

Mém. 1766.

PPP

482 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

minutes avant le coucher du Soleil, on trouvera $7^{\text{h}} 4' 13''$ du soir, c'est-à-dire $5^{\text{h}} 21'$ à Paris, ou $5^{\text{h}} 17'$ de temps moyen.

(45.) Le texte grec, aussi-bien que la traduction latine, contiennent un mot dont je n'entends point la signification, *habitus distantiam à communi*, τὸ κοινὸν ἀπέχειν; l'édition de 1555 plus exacte que les autres pour la date de cette observation, ne l'est point du tout pour le reste de l'exposé, voici les termes: *fuit linea quæ transit super duo cornua Tauri diminuta quantitate trium diametrorum lunarium; jam æstimabatur in transitu ejus quòd longitudo ejus ad meridiem fuit major tribus diametris lunaribus*; on ne voit point au midi de quoi Mercure se trouvoit à la distance de trois diamètres lunaires; ce ne pouvoit être que la corne boréale du Taureau, encore cela rendroit la latitude de Mercure plus grande que le calcul ne la donne.

(46.) Quoi qu'il en soit, nous prendrons la longitude de Mercure conclue par Ptolémée en la diminuant de 32 minutes (S. 17), & nous aurons $1^{\circ} 23^{\text{d}} 8'$, la longitude vraie du Soleil étoit $0^{\circ} 29^{\text{d}} 39'$, ainsi la plus grande digression de Mercure étoit $23^{\text{d}} 29'$.

Cette observation doit être exacte, parce que la ligne menée par les deux étoiles, étoit un terme de comparaison, facile à voir; elle est concluante pour la théorie de Mercure, parce que Mercure étoit dans la moyenne distance.

Quatrième
Observation.

(47.) La quatrième observation de Mercure, dont il paroît que Hipparque avoit fait usage, est de la même année, voici le passage de l'édition de 1555, page 226.

Anno rursus 24 secundum Dionysium, Leonionis die 28 vesperi, præcedebat Spicam Mercurius, ut Hipparchus computavit, paulo plusquam tres gradus ut secundum principia nostra $19\frac{1}{2}$ Virginis gradus tunc obtineret, & est tempus 486 annorum à Nabonassaro Pami secundum Ægyptios die 30 vesperi, quando medius Sol erat in gradibus Leonis $27^{\text{d}} 50'$.

L'année 486 de Nabonassar, commençant le 28 Octobre; 262 avant J. C. le 30 Pami ou le 300.^e jour de l'année

certainement dans la quatre cent quatre-vingt-dix-neuvième année de Nabonassar; celle-ci commençoit certainement le 27 Octobre 257 avant l'ère vulgaire; donc le deux cents quinzième jour de l'année Égyptienne tomboit au 28 Mai 256 avant J. C. En supposant que cette observation fût faite à Alexandrie 40 minutes après le coucher du Soleil ou à 7^h 31' du soir, on a le temps vrai pour Paris 5^h 39', & le temps moyen 5^h 32'.

Le lieu moyen du Soleil qui se trouve dans Ptolémée 2^f 2^d 50' étant diminué de 40 minutes (S. 13), on a 2^f 2^d 10'; les Tables de M. l'abbé de la Caille donnent 2^f 2^d 6', ce qui assure bien la date de cette observation.

(50.) Cependant on trouve, dans le P. Riccioli (*Astronomia refor. p. 343*), deux erreurs pour cette observation; il la rapporte au 28 Mai 217, ce qui fait 216 suivant notre manière de compter, & il dit que Mercure étoit à 2^f 2^d 50', tandis que c'étoit le lieu moyen du Soleil; & comme cela est répété plusieurs fois dans le même chapitre de Ptolémée, il ne peut y avoir aucune raison de réformer le texte.

En ôtant 31 minutes de la longitude des Étoiles employées par Ptolémée, celle de Mercure se réduit à 2^f 28^d 49'; le lieu du Soleil étoit alors 2^f 2^d 6': ainsi la plus grande digression de Mercure fut observée de 26^d 43'.

Sixième
Observation.

(51.) La sixième observation, quoiqu'elle soit une des meilleures, a paru défectueuse à plusieurs auteurs, à cause d'une faute d'impression qu'il y a dans l'édition de 1551, où l'on trouve l'année 564, au lieu de 504. Voici le passage, dans lequel je corrige cette faute, est à la page 226.

Anno etiam 67, Mercurii secundum Chaldeos die quinto, matutinus superior erat boreali fronte Scorpionis, medietate brachii, erat ergo secundum principia nostra in gradibus Scorpionis 2 $\frac{1}{3}$ & est tempus, anni 504 à Nabonassaro, Thot secundum Ægyptios 27, sequente 28 in mane, quando sol medius erat in Scorpionis gradibus 24 $\frac{1}{6}$; fuit ergo etiam hæc maxima distantia graduum 22 $\frac{1}{2}$.

J'observe d'abord, à l'égard du nombre 504 que j'ai substitué à 564, qu'il est ainsi dans le texte grec. Page 232, ligne 31, il y a

ces mots : ἐστὶ δὲ καὶ ἐστὶ ὁ χρόνος κατὰ τὸ φθ' ἔτος ἀπὸ Ναβουαοσιρ.
 La première partie du passage *anno etiam 67* auroit dû aussi faire reconnoître l'erreur : quoique Ptolémée ne dise pas de quelle époque il faisoit usage dans cette observation, il est aisé de reconnoître que c'étoit l'ère des Séleucides, appelée aussi *æra contractuum sive Dhilkarnaim*. (Voyez le P. Petau, de *Doctrinâ temporum*, Lib. X, cap. XLIII, Tom. II, p. 123, édition de 1705). Plusieurs Grecs, après la mort d'Alexandre, se trouvant sous l'empire de Seleucus, en Asie, formèrent une nouvelle époque trois cents onze ans avant J. C. qui commençoit au temps où Seleucus, avec une assez petite armée, rentra dans la Babylonie, d'où Antigone s'étoit enfui, & après avoir défait Nicanor, Général de l'armée d'Antigone, s'empara de la Médie, de la Susiane & de plusieurs autres provinces : cette époque, que Ptolémée emploie dans la sixième & la septième observation, me persuade qu'elles furent faites à Babylone & non pas à Alexandrie ; au reste, cela n'est pas important pour ce genre d'observations.

(52.) La seconde raison qui devoit rendre suspecte l'année de cette observation, c'est que le lieu moyen du Soleil, rapporté dans Ptolémée, ne pouvoit s'accorder avec la date de l'observation ; il falloit ajouter quinze jours & lire le 12 *Phacphi*, au lieu du 27 *Thoth* : c'est le parti qu'avoit pris M. Mallet dans une *Dissertation sur la théorie ancienne de Mercure*.

L'erreur de soixante ans, dont je viens de parler, se trouve également dans le P. Riccioli ; mais elle n'est pas dans l'*Histoire céleste* de Curtius ou de Tycho, où cette observation est rapportée à la véritable date.

(53.) Au moyen de cette correction de l'année, tout rentre dans l'ordre : l'année 504 de Nabonassar commençoit le 23 Octobre 244 avant l'ère vulgaire ; ainsi le vingt-septième jour de l'année Égyptienne concouroit avec le 18 Novembre 244. Si l'on suppose que l'observation fut faite à Alexandrie 40 minutes avant le lever du Soleil ou à 18^h 5', on a le temps vrai pour Paris 16^h 13', & le temps moyen le 18 Novembre 244. 16^h 1', à Paris.

Le lieu moyen du Soleil, qui est dans Ptolémée, doit être diminué de 43 minutes (S. 13) & devient $7^{\circ} 24^{\text{d}} 7'$; on trouve $7^{\circ} 24^{\text{d}} 8'$ par les Tables de M. l'abbé de la Caille: ainsi il n'y a là-dedans aucune incertitude.

Il faut ôter 28 minutes du lieu de l'Étoile, & par conséquent de celui de Mercure (S. 17), on aura donc $7^{\circ} 1^{\text{d}} 52'$; le lieu du Soleil étoit alors $7^{\circ} 23^{\text{d}} 51'$: ainsi la plus grande élongation observée fut de $21^{\text{d}} 59'$; ce qui s'accorde fort bien avec ma théorie.

Cette observation tombe vers la moyenne distance de Mercure; & par conséquent elle est propre à déterminer le lieu de l'aphélie pour ce temps-là.

Septième
Observation.

(54.) La septième observation de Mercure est la dernière de celles qui furent faites avant l'ère vulgaire, & elle est postérieure de huit ans à la sixième que nous venons de rapporter, elle se trouve à la page 226 de l'édition de 1551, en ces termes:

Anno enim 75, die 14 dii mensis secundum Chaldaeos, matutinus Mercurius erat superior quam fixa quæ est in extremitate australis forficulis Libræ, medietate unius brachii, ut secundum principia nostra $14\frac{1}{6}$ Libræ gradus tunc obtineret; & est tempus annorum 512 à Nabonassaro, Thoth secundum Ægyptios die 9, sequente decimo in mane, quando medius Sol erat in gradibus Scorpionis $5\frac{1}{8}$; fuit ergo matutina maxima distantia graduum 21.

(55.) On voit assez que l'année 75, sans autre qualification, se rapporte à l'ère des Séleucides, comme dans l'observation précédente; d'ailleurs cela s'accorde avec l'année 512 de Nabonassar; cette année commença le 21 Octobre 236 avant l'ère vulgaire, ainsi le neuvième jour de l'année étoit le 29 Octobre 236: si l'on suppose cette observation faite à Alexandrie 40 minutes avant le lever du Soleil, ou à $17^{\text{h}} 29'$, on aura le temps vrai pour Paris $15^{\text{h}} 57'$, & le temps moyen $15^{\text{h}} 43'$.

(56.) L'étoile dont il est parlé dans cette observation est appelée dans le grec *νοτιος ζυγος*, le Bassin austral, c'est l'étoile appelée aujourd'hui α de la Balance, elle étoit en effet à $14^{\text{d}}\frac{1}{8}$ de la Balance suivant Ptolémée, mais à $6^{\circ} 13^{\text{d}} 44'$ suivant nous (S. 17); le lieu du Soleil calculé pour le même temps se trouve

de $7^{\text{f}} 3^{\text{d}} 32'$, ainsi la plus grande digression de Mercure se trouve par cette observation de $19^{\text{d}} 48'$, ce qui s'accorde avec mes Tables; aussi n'y a-t-il sur le temps de cette observation aucune incertitude; le lieu moyen du Soleil que donne Ptolémée étant diminué de 40 minutes (§. 13) se trouve de $7^{\text{f}} 4^{\text{d}} 30'$, plus petit seulement de 3 minutes que par les Tables de M. de la Caille.

(57.) Nous passons actuellement aux neuf observations postérieures à notre ère, & qui vont depuis l'an 130 jusqu'à l'an 141 de J. C. on trouve d'abord la huitième à la page 228 de l'édition de 1551, en ces termes :

Huitième
Observation.

Quarto decimo igitur anno Adriani, Messori secundum Ægyptios die 18 vesperi, sicut in observationibus Theonis invenimus, maxime à Sole distabat Mercurius, remotior ad præcedentia à stellâ quæ in corde Leonis est, gradus $3\frac{2}{6}$, ut secundum nostra principia $6\frac{1}{3}$ proximè Leonis gradus obtineret; erat autem tunc medius Sol in grad. Cancræ $10\frac{1}{12}$, ut maxima distantia vespertina fuerit graduum $26\frac{1}{4}$.

(58.) La 14.^e année d'Adrien ou la 877.^e de Nabonassar, commence le 22 Juillet 129 (§. 7), ainsi le 18 Messori ou le 348.^e jour de l'année Égyptienne, tombe au 4 Juillet 130; si cette observation fut faite à Alexandrie 40 minutes ou environ après le coucher du Soleil, c'est-à-dire à $7^{\text{h}} 39'$, ou $5^{\text{h}} 47'$ temps vrai à Paris, cela fait $5^{\text{h}} 46'$ temps moyen.

Le lieu moyen du Soleil dans Ptolémée $3^{\text{f}} 10^{\text{d}} 5'$ doit être augmenté de 56 minutes (§. 13): il devient donc $3^{\text{f}} 11^{\text{d}} 1'$: on le trouve par les Tables de M. l'abbé de la Caille, $3^{\text{f}} 11^{\text{d}} 2'$; ainsi il n'y a sur la date aucune difficulté.

(59.) Le lieu de l'étoile Régulus, & par conséquent le lieu de Mercure, doit être augmenté de $1^{\text{d}} 2'$ (§. 17); il sera donc dans $4^{\text{f}} 7^{\text{d}} 22'$; le lieu du Soleil calculé pour le même temps étoit $3^{\text{f}} 10^{\text{d}} 2'$, ainsi la plus grande digression étoit suivant l'observation, $27^{\text{d}} 20'$.

Cette observation tombe presque vers l'aphélie de Mercure, ainsi elle ne sauroit servir à déterminer la position ni le mouvement des apsides; mais comme on trouve par nos Tables

27^d 51', cette observation sert toujours à prouver que l'excentricité & la moyenne distance étoient à peu près telles que nous les trouvons aujourd'hui.

Neuvième
Observation.

(60.) La neuvième observation est au contraire fort près du périhélie, & par cette raison ne peut servir au mouvement de l'aphélie, je la rapporterai cependant ici pour ne rien omettre de ce que l'Almageste peut fournir pour la théorie de Mercure; elle est à la page 225 de l'édition de 1551, où l'on voit qu'elle avoit été faite par Ptolémée lui-même:

Observavimus enim nos ipsi per astrolabium, sexto decimo Adriani anno, Phamenoth secundum Aegyptios 16, sequente 17, vesperi, Mercurii stellam maximè à medio Solis motu distantem, quæ perspecta ad fulgentem succularum cernebatur primum gradum Piscium per longitudinem obtinere; obtinebat autem tunc Sol medio suo motu 9 $\frac{3}{4}$ gradus Aquarii, quare vespertina maxima à medio motu distantia 21 $\frac{1}{4}$ graduum erat.*

La 16.^e année d'Adrien ou la 879.^e de Nabonassar commençoit le 22 Juillet 131; donc le cent quatre-vingt-seizième jour de l'année tomboit au 2 Février 132; il devoit être 6^h 7' de temps vrai ou 6^h 24' de temps moyen au méridien de Paris, le lieu de l'étoile *Aldebaran* étoit augmenté de 1^d 2', on a pour le lieu de Mercure 11^f 2^d 2'; celui du Soleil étoit 10^f 1^d 29'; donc la plus grande digression étoit 19^d 33', elle ne se trouve cependant que de 17^d 57' par les Tables.

Dixième
Observation.

(61.) La dixième observation ne s'accorde pas non plus avec les Tables; mais comme il est difficile d'en trouver la raison, je vais toujours la rapporter telle qu'elle est dans l'auteur, page 2254

Decimo & octavo anno Adriani, Epiphi secundum Aegyptios die 18 sequente 19 in mane cum Mercurius esset in maximâ distantia ac valde tenuis & exiguus videretur, perspiciebatur ad fulgentem succularum similiter 18 $\frac{3}{4}$ Tauri gradus obtinere; erat autem medio motu tunc Sol in 10 gradibus Geminorum, quare hic quoque maxima distantia matutina 21 $\frac{1}{4}$ graduum æqualiter fuit.

* Au lieu de ces mots *perspecta ad fulgentem succularum*, il y a dans le grec *συνεπιπέτασθε πρὸς τὴν λαμπρὰν ὑάδα* (page 231, ligne 24), qui pourroit se traduire par ces mots, *comparata ad stellam lucidam Hyadam.*

La 18.^e année d'Adrien, ou la 881.^e de Nabonassar commençoit le 21 Juillet 133; ainsi le 318.^e jour de l'année tomboit au 3 Juin 134; il étoit 16^h 26' à Alexandrie, ou 14^h 34' de temps vrai à Paris & 14^h 27' de temps moyen.

(62.) En augmentant de 1^d 3' les longitudes des étoiles employées par Ptolémée, celle de Mercure deviendra 1^f 19^d 48': mais en calculant le lieu du Soleil pour ce temps-là on trouve 2^f 10^d 49'; donc la plus grande digression de Mercure étoit alors 21^d 1', on ne la trouve par les Tables de Halley que de 20^d 9', quoiqu'on dût la trouver plus grande suivant ce que j'ai conclu de la plupart des autres observations, je ne fais s'il faut attribuer cela à la difficulté que Ptolémée eut de voir Mercure ce jour-là, à cause de son peu de lumière: καὶ σφόδρα λεπτός ἐ ἀμαυρὸς φαινόμενος (page 231) c'est-à-dire paroissant extrêmement petit & obscur.

(63.) La onzième observation est encore dans le même cas & s'accorde mal avec l'augmentation du mouvement de l'aphélie trouvée par les autres observations; voici les termes du Traducteur, page 227.

Onzième
Observation.

Anno igitur Adriani 19, Athyr secundum Ægyptios die 14 sequente 15, Mercurius quoque matutinus & in maximâ distantia, perspiciebatur ad fixam quæ est in corde Leonis, obtinebatque gradum Virginis 20 $\frac{1}{2}$; Sol autem medius erat in 9 $\frac{1}{4}$ gradibus Librae, ut maxima distantia fuerit gr. 19 $\frac{1}{2}$.

La 19.^e année d'Adrien ou la 882.^e de Nabonassar commençoit le 21 Juillet 134, ainsi le 14.^e jour du 3.^e mois ou le 74.^e jour de l'année tomboit au 2 Octobre 134; supposant que l'observation fut faite à Alexandrie 40 minutes avant le lever du Soleil, ou à 17^h 26' temps astronomique vrai, on a pour l'heure de l'observation au méridien de Paris 15^h 34' de temps vrai, ou 15^h 25' de temps moyen.

(64.) Si l'on ajoute 1^d 3' au lieu de Mercure énoncé dans Ptolémée, à cause de l'erreur de son Catalogue (S. 17), on aura pour le lieu observé 5^f 21^d 15'; mais le lieu du Soleil calculé pour le même instant se trouve de 6^f 8^d 30', ainsi la plus grande

Mém. 1766.

Qqq

digression observée étoit de $17^{\text{d}} 15'$; les Tables de M. Halley la donnent de $17^{\text{d}} 49'$, c'est 34 minutes de plus, tandis qu'elle devoit être plus petite suivant les résultats que j'ai tirés des autres observations, & dont je parlerai ci-après; ainsi cette observation ne s'accorde pas avec les autres: cependant les nombres sont les mêmes dans l'édition grecque, page 233, & dans celle de 1515, folio 105 verso; d'ailleurs le lieu moyen du Soleil donné par Ptolémée $6^{\text{f}} 9^{\text{d}} 15'$, augmenté de 59 minutes (S. 13) s'accorde avec celui que donnent nos Tables, $6^{\text{f}} 10^{\text{d}} 10'$, de manière à faire voir qu'il n'y a aucune erreur de date dans cette observation.

Douzième
Observation.

(65.) La douzième observation est une de celles qui nous servira le plus à déterminer le mouvement de l'aphélie, elle se trouve à la suite de la précédente, page 227 de l'édition de 1551, en ces termes:

Eodem anno, Pachon 19 vesperi, in maximâ rursus erat distantia, perspectusque ad fulgentem de succulis obtinere cernebatur gradum Tauri $4\frac{1}{3}$; Sol autem medius $11\frac{1}{12}$ Arietis grad; obtinebat, ita etiam hic maxima distantia $23\frac{1}{4}$ graduum invenitur.

Puisque cette année 882 commençoit le 21 Juillet 1345, le 259.^e jour concourt avec le 5 Avril 135, le Soleil se couchoit à Alexandrie à $6^{\text{h}} 11'$; ainsi le temps de l'observation étoit $4^{\text{h}} 59'$, temps vrai, ou $5^{\text{h}} 1'$, temps moyen à Paris.

(66.) Le lieu moyen du Soleil calculé par nos Tables, étoit $0^{\text{f}} 12^{\text{d}} 5'$, ce qui s'accorde à 2 minutes près avec le lieu moyen donné par Ptolémée; ainsi il n'y a aucune erreur de date, quoique dans cet endroit l'auteur n'ait pas eu la précaution ordinaire de marquer le jour de l'observation & le jour suivant, il y a seulement dans le texte: $\pi\sigma\delta\epsilon\ \alpha\upsilon\tau\omega\ \epsilon\tau\epsilon\ \pi\alpha\chi\omega\ \tau\theta\ \epsilon\alpha\pi\epsilon\epsilon\alpha\varsigma$, au lieu d'avoir mis $\tau\theta\ \epsilon\iota\varsigma\ \tau\upsilon\ \chi$, suivant la coutume: le P. Riccioli (*Astron. réf. page 343*) rapporte cette observation au 15 Avril, mais c'est peut-être une faute d'impression: en augmentant de $1^{\text{d}} 3'$ la longitude assignée par Ptolémée (S. 17), on a $1^{\text{f}} 5^{\text{d}} 23'$; celle du Soleil, calculée pour le même jour, est $0^{\text{f}} 13^{\text{d}} 41'$; ainsi la plus grande digression observée étoit de $21^{\text{d}} 42'$, & comme elle se trouve seulement de $20^{\text{d}} 18'$ par les Tables de M. Halley, cela

mé servira à prouver qu'il faut augmenter le mouvement de l'aphélie; cette observation se trouvant précisément dans la moyenne distance, elle est fort concluante pour la recherche dont il s'agit.

(67.) La treizième observation s'accorde aussi à prouver la même chose; elle est rapportée à la page 225, en ces termes:

Treizième
Observation.

Observavimus rursum per astrolabium, primo Antonini anno; die 20 Epiphi, sequente 21, vesperi, stellam Mercurii maximè à medio Solis motu distantem, quæ perspecta tunc ad cor Leonis videbatur 7 gradus Cancrî obtinere. Erat autem in eo tempore Sol in gradu Geminorum $10\frac{1}{2}$, quare maxima à medio motu distantia vespertina graduum fuit $26\frac{1}{2}$.

La 1.^{re} année d'Antonin ou la 885.^e de Nabonassar commença le 20 Juillet 137; ainsi le 20.^e jour de l'année Égyptienne répond au 4 Juin 138: le Soleil se couchoit à 7 heures à Alexandrie; ainsi l'observation dut être faite vers 7^h 40' du soir ou 5^h 48' à Paris, c'est-à-dire 5^h 41', temps moyen.

(68.) Ajoutant 1^d 4' à la longitude de Mercure, à cause de l'erreur du catalogue de Ptolémée (S. 17), on a 9^d 8^d 4' pour la longitude vraie de Mercure observée; celle du Soleil, calculée pour le même temps par les Tables de M. l'abbé de la Caille, est de 2^d 11^d 29'; ainsi la plus grande digression fut, suivant cette observation, de 26^d 35'; on la trouve, par les Tables de M. Halley, de 25^d 33' seulement, ce qui prouve que l'aphélie étoit moins avancé dans ces Tables.

(69.) Ptolémée nous avertit que cette observation fut faite avec son astrolabe, *ἡ τῶν Ἀστρολάβων*, dont la construction est expliquée au commencement du V.^e Livre de l'Almageste, qui commence par ce titre: *τῶν χατασκευῶν ἀστρολάβων ὀργάνων* (p. 108). Cet instrument étoit fait, dit-il, avec des armilles ou des cercles qui, suivant le Traducteur, étoient d'une médiocre grandeur, du moins c'est ainsi qu'il a rendu le mot de *συμμέτρως*; il pourroit bien indiquer aussi que ces cercles étoient ou de la même grandeur ou de grandeurs bien proportionnées, bien ajustées, car la signification de ce mot-là n'est pas bien évidente: quoi qu'il en soit, l'astrolabe de Ptolémée n'étoit pas bien grand, nous en pouvons juger par

l'imperfection de ses observations; on trouve plus d'accord dans celles des Anciens, qui n'avoient cependant employé que de simples alignemens & des distances estimées à la vue simple.

Quatorzième
Observation.

(70.) La quatorzième observation n'est point, comme les précédentes, une des plus grandes digressions de Mercure au Soleil; mais c'est une des deux observations que Ptolémée rapporte pour la détermination des moyens mouvemens de Mercure, (Livre IX, chapitre X, page 230 de l'édition de 1551, & page 226 de l'édition grecque): cette observation lui paroissoit très-sûre; voici ce qu'il en dit:

A duabus observationibus minimè ambiguis cepimus, quarum alteram nos ipsi observavimus, alteram à priscis accepimus; ipse enim perspeximus stellam Mercurii secundo Antonini anno qui fuit annus 886 à Nabonassaro, Epiphi secundum Ægyptios, die secundo, sequente tertio, per astrolabicum instrumentum, cum nondum ad maximam differentiam vespertinam pervenisset; perspectusque ad stellam quæ est in corde Leonis, ceruebatur 17. 30 Geminorum gradus obtinere, quando etiam à centro Lunæ per gradum unum sexagesimas 10 posterior erat; erat autem tempus in Alexandria, ante mediam noctem diei tertiæ horis æqualibus 4½, duodecimus enim gradus Virginis in medio cælo secundum astrolabium collocabatur; erat enim Sol in 23 gradu Tauri, obtinebatque medius motus ejus in illa hora secundum demonstratas nobis suppositiones 22. 34 Tauri gradus; Lunæ verò gradus Geminorum 12. 14; inæqualitatis autem à maximâ Epicycli longitudine gradus 281. 20. Ex istis igitur verus quidem motus centri Lunæ in 17. 10 Geminorum esse colligitur; apparens autem in 16. 20, quare stella Mercurii (quoniam Lunam ipsam uno gradu & 10 sexagesimis præcedebat) in 17. 30 Geminorum gradibus erat.

(71.) Je remarque d'abord qu'il y a une faute dans l'édition de 1551, où on lit *ceruebatur 18. 30*, au lieu de *17. 30*. On croiroit que le lieu de Mercure, déduit de la position de l'Étoile, étoit plus grand d'un degré que celui qu'il avoit déduit du lieu de la Lune; mais il y a dans l'édition grecque *ἐπιφύω ἐφ' ἡμέραν ἡδύπερον ποσὸς ἰς 5'*, ce qui veut dire qu'il paroissoit à $17\frac{1}{2}$; ainsi il n'y a là-dessus aucune difficulté.

La manière dont Ptolémée exprime ici le temps est particulière; il y a dans le grec : καὶ τὸ ὄρον ἐν Ἀλεξανδρείᾳ πρὸς δ' ἡμέρας ἰσομετρῶν τῶν εἰς τὴν ἡμερομηνίαν; c'est-à-dire qu'à Alexandrie, on étoit éloigné de 4 heures $\frac{1}{2}$ égales du minuit qui alloit au troisième jour, c'est-à-dire le 2 à 7^h $\frac{1}{2}$.

(72.) J'ai encore rectifié, dans le passage précédent, une faute du Traducteur, qui avoit mis *Capricorni* au lieu de *Virginis*; il y a dans l'édition grecque, παρθένον μοιρῶν ἰβ; d'ailleurs l'heure de cette observation, qui est donnée par l'auteur, ne laisse aucun doute sur le degré de l'Écliptique placé dans le méridien à ce moment-là, c'est-à-dire sur l'ascension droite du milieu du Ciel: la longitude du Soleil étoit alors 1^r 24^d, & son ascension droite 51^d 40'; à 7^h $\frac{1}{2}$, l'angle horaire étoit de 112^d 30', qui, ajoutés avec l'ascension droite du Soleil, donnent celle du milieu du Ciel 164^d 10', à quoi répond 5^r 12^d 50' de longitude; ainsi c'étoit à peu-près le 13.^e degré de la Vierge qui étoit placé dans le méridien à 7^h $\frac{1}{2}$ du soir.

L'heure de cette observation étant donnée sans aucune conjecture, elle peut nous servir à vérifier la règle (S. 28), dont je me suis servi jusqu'ici pour trouver l'heure de chaque observation, le lieu du Soleil étant alors de 1^r 24^d 3', & l'obliquité de l'écliptique 23^d 51', la déclinaison étoit de 19^d 7', ainsi à 31 degrés de latitude le Soleil se couchoit à 6^h 50' & l'observation faite 40 minutes après le coucher du Soleil, tomboit à 7^h $\frac{1}{2}$, exactement comme la donne Ptolémée, ce qui prouve assez que c'est à peu près là l'intervalle qu'on peut supposer dans les autres observations.

(73.) La manière dont les nombres de cette observation sont rapportés dans l'édition grecque de l'Almageste, présente une irrégularité qu'il sera bon de rapporter ici: pour exprimer 22^d 34' il y a μοιρῶν κβ λδ, & pour exprimer 12^d 14', il y a ἰβ ιδ, c'est à peu près la manière dont nous les exprimerions aujourd'hui, puisque l'accent aigu signifie minute, & que λδ en grec exprime 34; mais dans d'autres endroits de la même édition, on voit que δ' au lieu de signifier 4 minutes, signifie un quart de degré ou 15,

Caractères
grecs pour les
nombres.

minutes, γ' un tiers de degré, δ' un quart & ϵ' un cinquième de degré ou 12 minutes; par exemple, à la page 232, ligne 17, & à la page 233, ligne 5, β' signifie non 2 minutes, mais deux tiers de degrés ou 40 minutes. Quelquefois le double trait qui signifie chez nous des secondes, caractérise une fraction, par exemple α'' signifie un vingtième de degré, page 233, ligne 6; & β'' signifie un douzième, page 157, ligne 46; de même que ϵ'' vaut un dixième de degré, ou 10 minutes page 41, ligne 13; δ'' vaut une demie ou 30 minutes, page 232, lignes 5, 11, 12 & 26; mais dans d'autres endroits ce double trait exprime des secondes, par exemple, dans tout le cours du III.^e chapitre du IV.^e livre, *περὶ τῶν κατὰ μέγας ὀμαλῶν κινήσεων τῆς σελήνης*, page 85 édition grecque. Les nombres qui suivent ou qui précèdent font reconnoître ces différences, mais j'ai cru devoir en avertir les Lecteurs qui feront usage de cette édition de Ptolémée, parce qu'on ne trouve point ces expressions dans les Auteurs, & qu'elles m'ont donné de l'embaras.

(74.) Si l'on augmente de $1^d 4'$ la longitude de Régulus (S. 17), & par conséquent celle de Mercure, que Ptolémée a conclue, on aura le vrai lieu de Mercure observé $2^f 18^d 34'$, mais je trouve qu'alors le Soleil avoit $1^f 24^d 3'$, ainsi l'élongation observée étoit de $24^d 31'$.

Quinzième
Observation.

(75.) La quinzième observation est une des trois dont le résultat s'accorde mal avec les autres, & qui semble indiquer un mouvement plus petit, soit pour Mercure, soit pour son aphélie; elle est rapportée à la page 228 de l'édition de 1551, en ces termes:

In secundo autem anno Antonini, Messori 23 (lisez 20) sequente 24, in mane, nos per astrolabium maximam ejus distantiam observantes, perspicientesque ipsum ad splendidam succularum invenimus enim in 20, 5 grad. Geminorum; medius autem Solis motus erat Cancri gradibus 10, 20, ut maxima distantia matutina inveniatur graduum 20 15.

(76.) Il y a visiblement erreur de date dans ce passage; si l'on a recours au texte grec, page 234, ligne 13, on trouve,

πρὸς δὲ β' ἐπι Α' τωίνης, κατ' Α' γωνίης Μεσοῦ ἐἰς τὴν κατ' ὄρθρα, en sorte qu'on a oublié après Μεσοῦ le jour du mois où l'observation avoit été faite, on a mis seulement le lendemain 24, qui me paroît également défectueux; cela fait voir l'avantage qu'il y a à mettre deux nombres à la fois, pour que l'un fasse connoître l'erreur de l'autre (§. 9); consultant l'ancienne édition de 1515, folio 106 recto, on voit qu'il y a *vigesimo primo die mensis Mesure ante mane*, en sorte que l'observation est du 21 au matin, ou du 20, temps astronomique, & cela s'accorde bien avec le lieu moyen du Soleil qui est rapporté dans le même passage; en effet, la seconde année d'Antonin, qui est la 886.^e de Nabonnassar (comme nous l'avons vu dans l'auteur même à l'occasion de la quatorzième observation) commençoit le 20 Juillet 138, ainsi le 350.^e jour répond au 4 Juillet 139; l'heure de l'observation est 16^h 20' ou 14^h 20' temps vrai & temps moyen au méridien de Paris: le lieu moyen du Soleil, calculé par les Tables de M. de la Caille, est 3^f 11^d 14', celui de Ptolémée 3^f 10^d 20' augmenté de 59 minutes devient 3^f 11^d 19', ce qui ne diffère pas sensiblement, & prouve que la date du 4 Juillet est la véritable; Copernic & Régiomontanus s'étoient servi de cette date, mais le P. Riccioli a transcrit l'erreur (*Astr. réf. page 343*).

(77.) Le lieu de Mercure étant augmenté de 1^d 4' (§. 17) devient 2^f 21^d 9', le lieu du Soleil calculé pour ce temps-là étoit 3^f 10^d 14'; ainsi la plus grande digression observée est de 19^d 5', elle ne se trouve par les Tables de M. Halley que de 18^d 42'; ce qui sembleroit exiger une diminution à faire dans le moyen mouvement de ces Tables, mais les autres observations indiquent le contraire.

(78.) La seizième observation est la dernière de Mercure qui nous ait été conservée par Ptolémée, c'est même la dernière de toutes les observations de l'Almageste, soit que l'Auteur soit mort peu après, soit qu'il ait cessé d'écrire ou d'observer.

Seizième
Observation.

In quarto etiam anno Antonini, Phamenoth 18, sequente 19, in mane, cum maxima rursus esset distantia, perspeximus ipsam

ad stellam fixam quæ vocatur Antares, eratque in $13\frac{1}{2}$ gradibus Capricorni; medius autem Sol erat in 10 gradibus Aquarii, quare hic quoque maximâ à medio motu distantia matutina $26\frac{1}{2}$ graduum æqualiter erat.

La 4.^e année d'Antonin ou la 888.^e de Nabonassar commença le 19 Juillet 140, ainsi le 18 Phamenoth ou le 198.^e jour de l'année Égyptienne répond au 1.^{er} Février 131; le Soleil se levait alors à 18^h 40', ainsi l'observation dut être faite à 18^h 0', c'est-à-dire 16^h 8' de temps vrai au méridien de Paris, ou 16^h 26' de temps moyen.

(79.) Ajoutant 1^d 4' au lieu moyen du Soleil donné par Ptolémée (S. 13), on a 10^f 11^d 41', on trouve 10^f 11^d 1' par les Tables de M. de la Caille, cela assure la date que nous venons d'établir pour ces observations.

J'augmenterai aussi de 1^d 4' le lieu de Mercure qui se trouve dans l'Auteur (S. 17), & il deviendra 9^f 14^d 34', mais le lieu vrai du Soleil étoit alors 10^f 12^d 43'; donc la plus grande digression étoit de 28^d 9'; cette observation est favorable à l'augmentation de mouvement que j'ai trouvée par les autres; mais Mercure étoit si près de son aphélie, que l'on ne peut pas tirer de cette observation une conséquence bien sûre.

Du Temps vrai de chaque Observation.

(80.) J'ai fait voir par le calcul de la 14.^e observation, que c'étoit environ 40 minutes avant le lever du Soleil ou 40 minutes après son coucher que se faisoient les observations de Mercure (S. 72); j'ai exposé les raisons qui me persuadent que les sept anciennes observations venoient de Babylone: il s'agit donc d'abord de calculer le lever & le coucher du Soleil pour Babylone ou pour Alexandrie; pour cela, je supposerai la latitude de Babylone de 35 degrés; j'ai fait voir que M. de l'Isle l'avoit jugée trop petite en la mettant de $32\frac{2}{3}$, & qu'elle paroïssoit plutôt de 36^d ^a.

^a Voy. Mém. de l'Acad. 1757, p. 429.

^b Ibid. 1761, p. 172.

^c Ibid. 1725, p. 49.

(81.) Je supposerai la latitude d'Alexandrie de 31 degrés; Ptolémée la supposoit de 30^d 58' (page 114); M. de Chazelles la trouva de 31^d 11^f $\frac{1}{3}$ ^b; mais, comme remarque M. de l'Isle ^c,
les

Les observations de M. de Chazelles furent faites dans la nouvelle ville, qui est la partie la plus septentrionale de l'ancienne. Voyez ce que M. l'abbé de la Caille conjecture à ce sujet à la vue du plan de Pokocke^a : il y a beaucoup d'apparence, au contraire, que l'Observatoire d'Alexandrie étoit à la partie la plus méridionale de la ville, comme est l'Observatoire Royal de Paris, parce que cela est nécessaire pour avoir un horizon découvert du côté du midi, qui est le plus utile aux Astronomes ; il est donc probable que la latitude, observée par M. de Chazelles, est un peu trop grande pour les observations de Ptolémée, & l'on ne peut pas se tromper de beaucoup en supposant $31^{\circ} 0'$; d'ailleurs la différence n'est pas fort importante ici, où il ne s'agit que de trouver le lever & le coucher du Soleil.

^a Voy. *Mém. de l'Acad.* 1761, p. 419.

(82.) Au moyen des lieux du Soleil qui sont dans la septième colonne de la Table séparée, page 498, j'ai calculé les déclinaisons du Soleil par la Table qui est dans Ptolémée (page 22), où l'obliquité de l'Écliptique est supposée $23^{\circ} 51' 20''$; on trouve ces déclinaisons dans la seconde colonne de la Table suivante. Je me suis servi des Tables des arcs semi-diurnes qui sont dans la *Connoissance des Temps de 1759, de 1769 & suivantes*, par le moyen desquelles j'ai trouvé les levers & les couchers que j'ai mis dans la troisième colonne ; la quatrième colonne a été formée en ôtant 40 minutes des levers, & ajoutant 40 minutes aux couchers, ce qui m'a donné le temps de chaque observation, les premières au méridien de Babylone, les autres au méridien d'Alexandrie.

(83.) La longitude d'Alexandrie est de $1^{\text{h}} 51' 22''$ à l'orient de Paris^b, dans l'endroit où M. de Chazelles a observé, & dont M. de la Caille a déterminé la situation sur le plan de Pokocke. Nous n'avons rien sur la longitude de Babylone, si ce n'est ce que dit Ptolémée (*l. IV, ch. 6, page 88*) qu'elle étoit de 50 minutes à l'orient d'Alexandrie, c'est-à-dire $2^{\text{h}} 41'$ à l'orient de Paris ; il faut donc ôter $2^{\text{h}} 41'$ des sept premières observations & $1^{\text{h}} 51'$ des neuf dernières, pour avoir le temps vrai au méridien de Paris, tel qu'il se voit dans la sixième colonne de la Table suivante.

^b *Ibid.* p. 1672

TABLE des Éléments qui servent à trouver le Temps vrai de ces seize Observations.

DES OBSERVATIONS. Ordre	DÉCLIN. du SOLEIL. suivant PTOLÉMÉE, page 22.	ARC semi diurne pour 35° & 31° de latitude.	Lever ou Coucher du SOLEIL à Babylone ou à Alexandrie.	TEMPS vrai à Babylone pour les sept premières, à Alexandrie pour les autres.	TEMPS vrai au Méridien de Paris.	ÉQUATION du Temps.	TEMPS MOYEN de chacune de ces OBSERVATIONS, réduit au Méridien de Paris.
1	17 ^d 57' A	5 ^h 10'	18 ^h 50'	18 ^h 10'	15 ^h 29'	-13'	264 avant J. C. 14 Novemb. 15 ^h 16'
2	15. 21	5. 18	18. 42	18. 2	15. 21	+17	261..... 11 Février... 15. 38
3	11. 33. B	6. 36	6. 36	7. 16	4. 35	-4	261..... 25 Avril... 4. 31
4	13. 23	6. 41	6. 41	7. 21	4. 40	+2	261..... 23 Août... 4. 42
5	20. 56	7. 5	7. 5	7. 45	5. 5	-8	256..... 28 Mai... 4. 56
6	19. 4. A	5. 7	18. 53	18. 13	15. 52	-12	244..... 18 Novemb. 15. 20
7	12. 55	5. 25	18. 35	17. 55	15. 54	-14	236..... 29 Octobre.. 15. 0
8	23. 28. B	7. 32	7. 32	8. 12	6. 31	0	130 après J. C. 4 Juillet... 6. 21
9	17. 21. A	5. 0	5. 0	5. 40	3. 49	+17	131..... 2 Février... 4. 6
10	22. 28. B	7. 27	16. 33	15. 53	14. 2	-7	134..... 3 Juin... 13. 55
11	3. 26. A	5. 51	18. 9	17. 29	15. 38	-10	134..... 2 Octobre. 15. 28
12	5. 29. B	6. 22	6. 22	7. 2	5. 11	+2	135..... 5 Avril... 5. 13
13	22. 23	7. 28	7. 28	8. 8	6. 17	-7	138..... 4 Juin... 6. 10
14	19. 6	7. 13	7. 13	7. 53	6. 2	-8	139..... 17 Mai... 5. 54
15	23. 27	7. 32	16. 28	15. 48	13. 57	0	139..... 4 Juillet... 13. 57
16	17. 18. A	5. 0	19. 0	18. 20	16. 29	+17	141..... 1 Février.. 16. 46

(84.) Parmi ces seize observations il y en a deux qui sont destinées spécialement à la recherche du moyen mouvement, c'est la première & la quatorzième, j'en ferai usage ci-après (§. 98, 99) les autres sont des observations de la plus grande digression de Mercure; il y en a quatre, la huitième, la neuvième, la onzième & la seizième, qui sont trop près des apfides pour servir à la recherche du lieu de l'aphélie, & dont nous ne pouvons par conséquent faire presque aucun usage; il y en a deux qui, quoique faites vers la moyenne distance, s'écartent trop des autres, la dixième & la quinzième; enfin il y en a huit, savoir les observations 2, 3, 4, 5, 6, 7, 12 & 13, qui s'accordent plus ou moins à prouver que le mouvement de Mercure & celui de son aphélie dans les Tables de M. Halley, doivent être augmentés.

(85.) Pour qu'on puisse juger à la fois de la comparaison de ces observations avec les Tables, & des corrections que j'y ai faites, & pour qu'on puisse les consulter facilement, je vais les placer toutes dans la Table ci-jointe, en y ajoutant l'élongation calculée par les Tables de M. Halley, l'erreur de ces Tables, l'élongation calculée par mes Tables & leur erreur; je vais en expliquer la méthode, mais je dois avertir que dans tous ces calculs j'ai négligé les secondes, ce qui pourroit bien produire quelques minutes de différence; on le peut quand il s'agit d'observations qui ont au moins 15 à 20 minutes d'incertitude & quelquefois davantage, on pourra facilement, après toutes les discussions précédentes, reprendre ces calculs d'une manière plus rigoureuse si on le juge nécessaire.

Du mouvement de l'aphélie de Mercure qui résulte de ces Observations.

(86.) J'ai expliqué dans mon 1.^{er} Mémoire de quelle manière la plus grande digression observée dans les moyennes distances, me servoit à déterminer le lieu de l'aphélie de Mercure; j'ai employé ici la même méthode: toutes les fois que la digression calculée est trop petite, c'est une preuve que les Tables donnent à Mercure trop de distance par rapport à son aphélie; si c'est donc dans les six premiers signes d'anomalie, il faut augmenter le lieu de l'aphélie, & si c'est dans les six derniers, il faut diminuer le lieu de l'aphélie; on dira le contraire des cas où l'élongation calculée par les Tables, est trop grande.

(87.) Par le moyen de cette règle, on verra facilement que les observations 2, 3, 4, 5, 6, 7, 12 & 13, exigent que la longitude de l'aphélie, employée dans les Tables de M. Halley, soit diminuée, & quoique la quantité de cette augmentation soit fort inégale, puisqu'elle n'est que d'un degré pour la seconde observation, & qu'elle est de 30 degrés pour la quatrième; elle est trop indiquée par les six anciennes observations, pour qu'on puisse s'y refuser, & l'on voit qu'il y a environ 12 degrés à

retrancher du lieu de l'aphélie, & à ajouter au mouvement de l'aphélie pour l'intervalle moyen, qui est de dix-neuf cents vingt ans, ainsi le mouvement de l'aphélie devroit être augmenté d'environ 26 secondes par an; on voit par la Table ci-jointe, le nombre de degrés que chaque observation demande que l'on retranche du lieu de l'aphélie, calculé par les Tables de M. Halley, & à côté l'éloignement du temps de chaque observation par rapport à l'année 1764; ainsi la seconde observation exige seulement un degré d'augmentation, pour deux mille vingt-cinq ans, dans le mouvement de l'aphélie.

Ordre des OBSERV.	Correc. en degrés.	Intervalle de TEMPS.
2	1.	2025
3	11	2025
4	31	2025
5	20	2020
6	7	2008
7	5	2000
12	15	1629
13	20	1626

Mouvement
annuel
de l'aphélie.

(88.) Quoique la quantité moyenne soit d'environ 26 secondes par année, cependant comme la quatrième observation s'éloignant beaucoup des autres, m'a paru un peu suspecte, & que j'ai craint de tomber dans un excès opposé à celui de M. Halley, je me suis contenté d'augmenter de 18 secondes le mouvement annuel de l'aphélie, & je l'ai supposé dans mes Tables de $1' 10'' \frac{1}{2}$, ou en nombres ronds de $1^d 57' 40''$ par siècle; cette correction paroîtra moins extraordinaire quand on considérera que dans les Tables de M. Cassini, ce mouvement annuel est de $1' 20''$; dans celles de Képler $1' 40''$; dans celles de Bouillaud $1' 44''$, & que M. Halley n'a pas consulté les observations pour établir le mouvement de l'aphélie qui est dans les Tables.

(89.) M. Halley nous apprend lui-même dans les *Transactions philosophiques*, qu'il s'en étoit tenu à la règle de Newton (*Princ. Math. l. III, prop. XIV, in folio*) voici la traduction du passage: *Les Planètes les plus proches du Soleil, Mercure, Vénus, la Terre & Mars, agissent peu les unes sur les autres, à cause de la petitesse de leurs masses, ainsi leurs aphélie & leurs nœuds n'auront d'autre mouvement que celui qui sera produit par les forces de Jupiter, de Saturne & d'autres corps supérieurs; de-là on peut conclure par la théorie de la gravité, que leurs*

Aphélie ont un petit mouvement par rapport aux étoiles fixes, suivant l'ordre des signes, qui est comme la racine carrée du cube de chaque distance du Soleil; ainsi en supposant que l'aphélie de Mars ait un mouvement séculaire de $33' 20''$ par rapport aux étoiles fixes, les aphélie de la Terre, de Vénus & de Mercure, avanceront de $17' 40''$, $10' 53''$ & $4' 16''$ respectivement.

(90.) M. Jean Bernoulli, dans la Pièce qui remporta le Prix de l'Académie en 1730, s'éleve beaucoup contre cette loi employée par Newton; certainement on ne sauroit la considérer comme une approximation un peu exacte, car l'action de Vénus & de la Terre sur Mercure & sur Mars, ne sont point absolument négligeables, & quand on ne considéreroit que celles de Jupiter & de Saturne, leurs effets ne suivent pas bien exactement la proportion des temps périodiques; aussi voyons-nous que le mouvement de l'aphélie de la Terre, calculé d'une manière scrupuleuse, par M. de la Caille au moyen des anciennes observations, & par M. Euler, dans la Pièce qui a remporté le Prix de l'Académie en 1758, par les attractions de Jupiter & de Vénus, se trouve de 25 minutes $\frac{1}{4}$ au lieu de 17 minutes $\frac{2}{3}$ que Newton trouvoit par la règle précédente; l'orbite de Mercure étant beaucoup plus excentrique, peut avoir un mouvement beaucoup plus considérable dans ses apsides.

(91.) Quoi qu'il en soit, j'ai rapporté les conséquences qui suivent à peu près des anciennes observations, & je pense que nous n'avons rien jusqu'ici de plus probable ou de mieux prouvé, sur le mouvement des apsides de Mercure, que l'augmentation de 18 secondes que je viens de faire aux Tables de M. Halley; peut-être qu'en discutant encore les anciennes observations d'une manière plus scrupuleuse que je ne l'ai fait, on parviendra à les représenter avec un peu plus de précision, mais je crois avoir perfectionné cette partie de la théorie d'une manière bien suffisante pour former les meilleures Tables que l'on ait eues jusqu'ici des mouvemens de Mercure; on verra dans la Table précédente que les erreurs des Tables de M. Halley, sont plus fortes que celles de mes Tables, & que la correction moyenne ne seroit que de + 5.

pour mes Tables, & de — 29' pour celles de M. Halley; au reste, pour ne rien omettre de ce qui peut servir à éclaircir cette question, je vais examiner des Observations plus exactes, mais plus récentes.

Observations d'Hévélius & de Halley.

(92.) Les observations d'Hévélius pourroient servir aussi à déterminer le mouvement de l'aphélie de Mercure; il est vrai que n'étant pas encore fort anciennes, une minute d'erreur suffiroit pour renverser toutes les conséquences que nous cherchons à en tirer; c'est ce qui m'est arrivé en calculant les digressions de Mercure, observées le 21 Mai 1672 & le 4 Mai 1673; elles sembleroient indiquer qu'il faut diminuer le mouvement de l'aphélie, quoique les anciennes observations m'aient obligé de l'augmenter; mais en supposant une demi-minute d'erreur dans les observations ou dans les positions des étoiles, on trouveroit le même mouvement que par les Tables de M. Halley, & en supposant une minute d'erreur, on trouveroit le mouvement plus grand; je ne crois donc pas qu'il faille déférer au résultat de ces deux observations, à moins qu'il ne se trouve d'accord avec les autres observations d'Hévélius qu'on pourra calculer; je vais cependant rapporter ici le résultat de ces deux observations.

(93.) Le 21 Mai 1672, à 9^h 18', temps vrai, à Dantzick; ou 8^h 9' 18", temps moyen à Paris, la distance de Mercure à Pollux ou β des Gemeaux, fut observée de 24^d 50' 35", la distance vraie devoit être plus grande de 3' 44" à cause de la réfraction; ainsi elle étoit de 24^d 54' 19". À ce moment la longitude du Soleil étoit 2^f 1^d 20' 40", son ascension droite 59^d 13' 1", la longitude apparente de l'étoile 3^f 18^d 40' 36", celle de Mercure calculée par les Tables de M. Halley 2^f 24^d 9' 13", les latitudes 6^d 40' 0" & 1^d 57' 9"; d'où il suit que la distance de Mercure à l'étoile, étoit de 24^d 53' 47", plus petite de 32 secondes que celle que j'ai déduite de l'observation, & il faudroit avancer le lieu de l'aphélie de Mercure pour que la longitude calculée s'accordât avec l'observation.

(94.) Le 4 Mai 1673, $9^h 2'$, temps vrai, à Dantzick, ou $7^h 53' 25''$, temps moyen à Paris, la distance de Mercure à l'étoile β qui est sur la corne boréale du Taureau, fut observée de $12^d 21' 50''$; l'accourcissement de la réfraction, moins la parallaxe, étoit de $4' 7''$; ainsi la distance vraie étoit de $12^d 25' 57''$: le lieu vrai du Soleil étoit alors à $1^f 14^d 44' 29''$, la longitude de Mercure, calculée par les Tables de M. Halley, $2^f 5^d 52' 31''$, sa latitude $2^d 30' 49''$ boréale; la longitude apparente de β du Taureau, suivant le Catalogue de M. de la Caille, étoit de $2^f 18^d 0' 25''$, & sa latitude $5^d 21' 56''$; d'où il suit que la distance de Mercure à l'étoile, devoit être de $12^d 25' 31''$, plus petite de 26 secondes que par l'observation.

La distance calculée étant trop petite, la longitude de Mercure est trop grande d'environ 26 secondes, l'élongation trop grande, le rayon vecteur trop grand, & par conséquent le lieu de l'aphélie trop peu avancé, ce qui s'accorde avec l'observation précédente, & semble indiquer un mouvement de l'aphélie plus petit que par les Tables de M. Halley.

(95.) Il en est de même d'une observation de M. Halley rapportée à la page 54 de l'appendix qui est à la fin de l'Astronomie Caroline. Le 13 Décembre 1683, $19^h 39' 15''$, temps moyen réduit au méridien de Paris, M. Halley observa la distance de Mercure à l'épi de la Vierge $44^d 26' 10''$, il y faut ajouter 3 minutes pour l'accourcissement des réfractions, & l'on a pour la distance vraie $44^d 29' 10''$, l'anomalie moyenne étoit alors $9^f 9^d 40' 10''$; suivant mes Tables la longitude vraie de Mercure vue de la Terre, étoit $8^f 30^d 46' 10''$, celle de l'épi de la Vierge $6^f 19^d 26' 17''$, leur distance vraie $44^d 26' 57''$, trop petite de $2' 13''$; pour augmenter cette distance il faut augmenter la longitude de Mercure, diminuer son élongation, avancer le lieu de l'aphélie, & par conséquent diminuer le mouvement de l'aphélie qui est dans mes Tables, on le trouveroit même plus petit de 3 secondes par an que par les Tables de M. Halley; ainsi cette observation, aussi-bien que les deux précédentes d'Hévélius, paroissent contraires à l'augmentation du mouvement de

Résultat
différent du
précédent.

l'aphélie, que j'ai tiré des anciennes observations (S. 88); je n'avois garde de dissimuler cette contradiction, mais elle ne m'a pas empêché de m'en tenir aux anciennes observations, & de supposer le mouvement annuel de l'aphélie de $1' 10'' \frac{1}{2}$.

Du moyen mouvement de Mercure.

(96.) Il y a une connexion assez immédiate entre le mouvement de Mercure & celui de son aphélie, pour que le premier ne puisse être bien déterminé tant qu'on ignore le second; voilà pourquoi j'ai commencé par le mouvement de l'aphélie.

Le passage de Mercure observé en 1631 est l'observation la plus ancienne que l'on ait de cette planète au temps de ses conjonctions, c'est-à-dire lorsque son mouvement apparent est le plus rapide & qu'on détermine sa longitude héliocentrique avec le plus de précision, aussi voyons-nous que c'est cette observation dont M. Halley fit usage (*Phil. transf. N.º 386*) lorsqu'après le passage de 1723 il voulut déterminer les époques de Mercure & son moyen mouvement; c'est aussi celle dont M. Cassini se sert (*Éléments d'Astronomie, page 606*) pour trouver le moyen mouvement de Mercure, en supposant le mouvement de l'aphélie de $1' 20''$ par année, sans nous donner aucune idée des raisons qui le lui faisoient adopter.

(97.) J'emploierai donc de même la conjonction de 1631 arrivée le 6 Novembre à $19^h 36' 16''$ de temps moyen (nouveau style, au méridien de Paris) la longitude héliocentrique de Mercure égale à celle de la Terre, étant alors $1^f 14^d 41' 35''$.

Si l'on calculoit par les Tables de M. Halley le lieu de Mercure pour ce temps-là, en conservant le moyen mouvement de Mercure $1^f 23^d 43' 2''$ par année, mais en augmentant le mouvement de l'aphélie de 18 secondes, on trouveroit une longitude trop grande de 17 minutes, parce que le lieu de l'aphélie se trouvant diminué, l'anomalie est plus grande & l'équation soustractive plus petite; cette quantité, qui est énorme, fait voir que pour représenter la conjonction de 1631, il faut augmenter le moyen mouvement de Mercure à mesure qu'on augmente celui

de

de l'aphélie; j'ai donc ajouté 6 secondes par année au mouvement moyen de Mercure, qui se trouve dans les Tables de M. Halley, & je l'ai supposé $1^{\circ} 23^{\text{d}} 43' 8''{,}2$, en même temps que je supposois le mouvement annuel de l'aphélie de $1' 10''\frac{1}{2}$, & avec ces deux élémens j'ai vu qu'on représentoit, à quelques secondes près, l'observation de 1631.

(98.) Après avoir satisfait à l'observation de 1631, j'ai examiné la plus ancienne de toutes, celle du 14 Novembre 264 avant J. C. je trouve pour ce temps-là la longitude moyenne de Mercure $2^{\circ} 13^{\text{d}} 47' 0''$, celle de l'aphélie $7^{\circ} 3^{\text{d}} 48' 14''$, & la longitude géocentrique vraie $7^{\circ} 2^{\text{d}} 40'$, plus petite seulement de 7 minutes que suivant l'observation (S. 30); cette quantité étant absolument insensible pour le temps & l'espèce d'une pareille observation, je n'ai pas poussé mes recherches plus loin.

Quoique cette observation soit assez éloignée de la conjonction; pour ne pas déterminer avec beaucoup de précision le moyen mouvement, cependant un intervalle de plus de deux mille ans compensé bien ce défaut, & je regarde cette observation comme une confirmation qui n'est point indifférente des élémens que j'ai trouvés.

(99.) J'ai aussi examiné dans le même dessein la quatrième observation (S. 47) que Ptolémée rapporte comme certaine, puisqu'il dit: nous avons commencé par deux observations qui ne sont point douteuses, *εὐλήφα μὲν ἀπὸ β' τριήστων ἀδιείκτων*, (page 236) & qu'il emploie lui-même à la recherche des moyens mouvemens de Mercure; je trouve pour ce temps-là la longitude moyenne $4^{\circ} 28^{\text{d}} 15'$, celle de l'aphélie $7^{\circ} 12^{\text{d}} 36'$, la longitude géocentrique $2^{\circ} 18^{\text{d}} 32'$, ce qui ne diffère que de 2 minutes de la longitude trouvée par observation après toutes les corrections que j'ai établies.

Ainsi je puis dire que les observations anciennes, soit dans les plus grandes digressions, soit dans les deux points plus voisins des conjonctions, établissent les moyens mouvemens de Mercure & de son aphélie, tels que je les ai trouvés; s'il y a quelques observations qui y résistent (S. 84), ce sont celles qui dans toutes

les hypothèses possibles, sont inconciliables avec le plus grand nombre, & doivent par conséquent être rejetées.

De la révolution & de la distance de Mercure.

(100.) Le moyen mouvement annuel de Mercure étant augmenté de 6 secondes, ou le mouvement séculaire des Tables de M. Halley, augmenté de 600 secondes, c'est-à-dire de 10 minutes, on a $2^f 14^d 12' 13''$ par siècle; ce changement dans le mouvement séculaire en produit un dans la révolution en faisant cette règle de trois, 415 cercles, plus $2^f 14^d 12' 13''$, font à la durée d'un siècle, comme 360 degrés font à un quatrième terme, ou $538107133 : 3155760000 :: 1296000 : x$, on trouvera $7600465,95$ ou $87^j 23^h 14' 25'',95$ pour la durée de la révolution tropique de Mercure, qui est plus petite de 8 secondes que par les Tables de Halley, qui donnent $87^j 23^h 14' 34'',4$. Pour avoir la révolution sidérale, il faut faire la même proportion en augmentant seulement le premier terme de 5034 secondes, qui est la précession des équinoxes pour un siècle, & l'on trouvera au quotient $7600537,05$ ou $87^j 23^h 15' 37'',05$, plus petite de $1' 11'',1$ que la révolution par rapport aux équinoxes.

On peut aussi déduire de cette révolution la moyenne distance de Mercure au Soleil, celle de la Terre étant prise pour unité; on dira le carré de la révolution sidérale de la Terre est au carré de la révolution sidérale de Mercure $87^j 23^h 15' 37''$, comme 1 est au cube de la distance cherchée de Mercure au Soleil, ou, ce qui est encore plus simple, ayant ôté le logarithme du moyen mouvement de Mercure, par rapport aux étoiles, de celui du moyen mouvement de la Terre, on prendra les deux tiers du reste, & ce sera le logarithme de la distance de Mercure au Soleil; ces mouvemens sont 538112164 & 129607789 , & donnent pour la distance de Mercure 38711 , au lieu de 38710 que M. Halley a employé dans ses Tables, la différence est insensible; il est vrai que dans les Tables de M. Cassini, cette distance est de 38760 , mais celle de 38710 est bien plus conforme à la règle de Képler, & l'on verra dans mon troisième

Mémoire qu'elle s'accorde très-bien avec les observations. Il faudroit changer de 3 minutes 28 secondes par année le mouvement moyen de Mercure pour qu'il en résultât une seule partie de différence sur cette distance, ou 2 secondes sur les élongations de Mercure; ainsi ce n'est pas par les élongations observées qu'il nous faudra juger de la distance, mais plutôt par la durée de la révolution, qui est bien mieux connue; la règle de Képler étant supposée démontrée, comme elle l'est *à priori*, par la théorie de l'attraction, on doit, ce me semble, partir de-là, sur-tout ne pouvant par les observations répondre de dix à douze parties sur la distance moyenne de Mercure.

Après avoir déterminé dans mon premier Mémoire le lieu de l'aphélie de Mercure, & dans celui-ci le mouvement moyen de Mercure, le mouvement de son aphélie, sa révolution & sa distance; il me reste à déterminer l'équation du centre, & ce sera l'objet du troisième Mémoire.

