SUR LA THÉORIE DE MERCURE.

PREMIER MÉMOIRE,

Qui renferme la détermination du lieu de l'aphélie, fondée sur de nouvelles observations.

Par M. DE LA LANDE.

5 Juin 1765. MERCURE a toujours été, de toutes les Planètes, la moins observée & par conséquent la moins connue: tous ceux qui ont entrepris d'en déterminer la théorie, ont éprouvé la difficulté qui naît de la rareté & de l'insuffisance des observations.

Il n'y a dans l'Almageste de Ptolémée que seize observations anciennes pour Mercure; sur ce nombre de seize, il y en a deux qui sont visiblement altérées ou extrêmement défectueuses, & quatre qui sont fort près des apsides, en sorte qu'on ne peut en faire aujourd'hui presque aucun usage; la théorie de Ptolémée étoit plus imparfaite pour Mercure que pour toutes les autres Planètes: par exemple, son moyen mouvement annuel est trop petit de 45 secondes, quoique pour les autres Planètes l'erreur n'aille qu'à environ 15 secondes; ces 45 secondes d'erreur par année, feroient aujourd'hui 20 degrés, c'est-à-dire que les conjonctions arrivent actuellement cinq jours plus tôt qu'elles ne sont annoncées par les Tables de Ptolémée.

Bouillaud qui, dans un Manuscrit grec de la Bibliothèque du Roi, avoit trouvé plusieurs observations des Planètes qui étoient intermédiaires entre celles de Ptolémée & les nôtres, n'en trouva aucune de Mercure, & il avouoit qu'après toutes les recherches possibles il n'osoit promettre une détermination bien exacte des moyens mouvemens de Mercure: *Quamvis verò hujus Planetæ motus, ut cæterorum, examini subjicere mihi propositum sit, vix spero me præstiturum in illis digerendis quæ in aliis elaboravi: deficiunt me observationes a Ptolemæo ad nos, nec in illo Manuscripto græco ullam hujus Planetæ inveni. Veram certe orbium proportionem* *locum aphelii & nodorum optime determinabimus, sed motuum mediorum extensionem certissimam observationibusque confirmatam non polliceor, nec in illis quid Keplerianis apotelesmatibus (a) magis certum sit dicere queo. Ex Waltheri observationibus cum nostræ ætatis comparatis aliquid deducere conabimur ut resarciamus observationum antiquiorum penuriam.* Astronomia philolaïca, lib. X, pag. 356.

Copernic qui, dans son fameux Livre des révolutions célestes, discuta par ses propres observations la théorie de toutes les autres Planètes, n'avoit jamais pu observer Mercure. « Les anciens, dit-il, jouissoient d'un ciel plus serein, parce qu'il ne s'élève pas du Nil « autant de vapeurs que de la Vistule; nous habitons un climat plus « dur où la Nature ne donne point la même commodité pour « observer, où l'on a rarement un ciel serein &, où la trop grande « obliquité de la sphère, permet encore moins de voir Mercure. « Quoiqu'il soit dans ses plus grandes digressions, il ne se montre « point le matin s'il est dans le Bélier & les Poissons, ni le soir s'il « est dans la Vierge & la Balance *(b)*; mais dans les Gemeaux & « le Cancer, on ne peut l'apercevoir, parce que le crépuscule est « trop long, jusqu'à ce que le Soleil ait décrit une bonne partie du « Lion; c'est pourquoi cette Planète nous a donné beaucoup de « peine & d'embarras, quant à l'examen de ses inégalités. « *Cop. de revol. Orbium cel. lib. V, cap. XXX, fol. 169 recto, edit. 1543; pag. 402, edit. 1617.* »

On croyoit, dans ce temps-là, qu'il étoit, pour ainsi dire, impossible de fixer la théorie de Mercure. *Mæstlinus,* dans la Préface de ses Éphémérides pour 1577, dit que cette Planète sert à décrier la réputation des Astronomes, & que s'il en voyoit un qui fût occupé trop sérieusement à en rechercher les inégalités, il lui conseilleroit d'employer mieux son temps.

Tycho-Brahé, cet Observateur infatigable qui nous a laissé dans son Histoire céleste un trésor immense d'observations sur toutes les

(a) Α'ποτέλεσμα signifie *ce qui a été fait, achevé, décidé.*

(b) Ces deux lignes sont ainsi dans le texte : *Si quidem in Ariete & Piscibus non oritur conspectui nostro nec rursus occidit in Virgine & Libra.* Je ne vois pas qu'on puisse les traduire autrement.

Planètes, éprouva la même difficulté; Képler remarque dans la Préface de ses Éphémérides *(page 15)*, que toutes les observations de Mercure, faites pendant vingt ans par Tycho-Brahé, tombent sur une seule portion de l'orbite de Mercure, qui n'en est que le tiers, en sorte que dans les deux autres tiers de l'orbite, on manquoit d'observations: voilà pourquoi la théorie & les Tables de Mercure que Képler en tira se trouvèrent encore fort défectueuses.

En effet, lorsque, pour la première fois, on observa en 1631 une conjonction de Mercure, on trouva dans les Tables de Képler, une erreur de $0^d\ 14'\ 24''$; il est vrai que les autres Tables s'écartoient beaucoup plus de l'observation: ainsi celles de Képler avoient toujours un très-grand avantage. Dans celles de Lansberge, il y avoit $1^d\ 21'$ d'erreur; dans celles de Ptolémée $4^d\ 25'$; dans celles de Copernic 5 degrés; dans les Tables danoises de *Longomontanus* $7^d\ 13'$ *(Riccioli Almag. T. I, pag. 499, col. 1)*.

Longomontanus qui, après Tycho-Brahé, s'occupa en Danemarck des observations Astronomiques, avoue qu'on y voyoit rarement Mercure en hiver, & qu'on ne le voyoit presque jamais en été à cause de la longueur des crépuscules *(Theoric. l. II, chap. XVIII & XX)* il ajoute: *Mercurio ultimas manus injecimus, de cujus lubricitate astronomi hactenus, non minus quam de terrestri Mercurio Alchimistæ, conquesti sunt; vestigiis & suspicionibus veterum potius quam veris celestibus observationibus pertinaciter & ignoranter inhærebant.*

Hevelius, depuis 1641 jusqu'en 1679, fit un nombre prodigieux d'observations, & il y en eut beaucoup sur Mercure, les observations commençoient à être fort exactes, mais j'ignore si quelqu'un les a discutées & si l'on s'en est servi pour construire des Tables, je ne connois là-dessus aucun Mémoire imprimé: dans un de ses Ouvrages publié en 1662 *(Mercurius in sole visus, pag. 41)* il se plaignoit beaucoup de la rareté des observations de Mercure: *Mercurii observationes ægerrime obtinentur, eam ob causam quod is Planeta rarissime in oculos incurrit, &c.* Dans la Préface de son grand Ouvrage qui a pour titre: *Machina celestis*, il exposa les raisons qui l'avoient porté à observer spécialement Mercure avec beaucoup de soin, on trouve dans le III.^e livre, *depuis*

depuis la page 226 jusqu'à la page 250, environ douze cents observations de Mercure, faites depuis 1657 jusqu'en 1678; mais de ce grand nombre d'observations nous ne pouvons guère employer utilement que celles qui tombent vers les plus grandes digressions & en même temps vers les moyennes distances de Mercure, pour déterminer le mouvement que l'aphélie a eu depuis un siècle, car les plus grandes digressions observées près des apsides & qui ne pourroient servir qu'à déterminer l'excentricité, ne valent pas les observations que nous avons actuellement; à l'égard du grand nombre des observations qui sont faites hors des plus grandes digressions, lorsque la direction du mouvement de Mercure fait un angle très-oblique avec le rayon visuel, ces observations donnent avec trop peu d'exactitude le mouvement héliocentrique, & elles nous sont presque inutiles.

Le P. Riccioli fit beaucoup d'observations sur Mercure, à Bologne depuis 1643 jusqu'en 1657 (*Astron. réform. p. 449*) cependant il réussit fort mal dans la théorie de Mercure, puisque l'équation du centre de Mercure qui est dans ses Tables de $24^d\ 17'\ 20''$ est trop grande de $36'\frac{1}{2}$, soit que ses observations ne fussent pas assez exactes ou qu'elles ne fussent pas faites dans des positions avantageuses, ou qu'il n'eût pas pris la peine de les réduire & d'en tirer des conséquences. On trouve encore dans l'Astronomie réformée quelques autres observations faites par des Jésuites d'Ingolstadt & d'Inspruck, qui n'ont point été calculées.

M. de la Hire, qui dans le dernier siècle entreprit de construire de nouvelles Tables pour toutes les Planètes, ne négligea pas la théorie de Mercure: il l'observa un grand nombre de fois à compter du 29 Novembre 1683, près de l'horizon, en prenant son passage par des verticaux connus; M. de l'Isle avoit une copie de ces observations, & elles sont actuellement au dépôt de la Marine à Versailles; M. Sedileau en faisoit aussi à l'Observatoire vers le même temps, mais elles ont été perdues. Lorsque M. de la Hire eut placé un quart-de-cercle mural dans la tour orientale de l'Observatoire royal, il y observa Mercure dans le méridien en 1699; il y a quelques-unes de ces observations dans les Mémoires de l'Académie pour 1706 & 1707, mais excepté une obſervation du 20 Septembre 1701, faite près du périhélie & dont je me ſuis ſervi pour l'excentricité de Mercure, les obſervations de M. de la Hire ne ſont point dans les grandes digreſſions & dans les moyennes diſtances ou les apſides, en ſorte que je n'en ai pu tirer preſque aucun ſecours: on peut bien juger d'ailleurs que ces obſervations de M. de la Hire n'étoient pas ſuffiſantes pour former une détermination complète de l'orbe de Mercure; car les Tables que donne M. de la Hire, étoient fort peu exactes, l'équation du centre y eſt de 36 minutes trop grande, à peu près comme dans le P. Riccioli, le mouvement du nœud trop grand de 40 ſecondes par an, & celui de l'aphélie auſſi trop grand de 29 ſecondes.

M. de la Hire avoit employé dans ſes Tables des obſervations de Margraff, qui n'ont jamais été imprimées; il y a dix-neuf poſitions de Mercure par le moyen de ſa hauteur & de ſon azimuth, depuis le 15 Septembre 1639 juſqu'au 14 Septembre 1640, faites dans l'île de Vaaz, à $8^d\ 8'$ de latitude méridionale, avec un cercle azimutal qui avoit 10 pieds du Rhin de diamètre, & qui portoit des pinnules; M. Thévenot procura ce manuſcrit à M. de la Hire, M. Couplet qui l'avoit eu de la ſucceſſion de M. de la Hire, en a procuré une copie à M. de l'Iſle, l'original a été emporté à Cadiz par M. Godin, & y eſt reſté après la mort de cet Académicien, de même que les manuſcrits de M. de Louville & beaucoup d'autres.

M. Halley fit imprimer à la fin de l'*Aſtronomia Carolina (édition de 1710)* quelques obſervations de Mercure qu'il avoit faites en 1683 & 1684, quelques-unes en plein jour, ce qui étoit alors fort ſingulier; je ne doute pas que ces obſervations n'aient ſervi à M. Halley pour la conſtruction de ſes Tables, qui furent imprimées vers 1720, & qui ſe ſont trouvées beaucoup plus exactes que toutes celles qu'on avoit eues juſqu'alors, ſans qu'il nous ait appris ſur quel fondement elles étoient calculées.

Les obſervations d'Horoxius dûrent également ſervir à M. Halley pour conſtruire ſes Tables, comme celles de Gaſſendi avoient ſervi à celles de Bouillaud; à l'égard de Flamſtead, il eſt étonnant que dans la collection immenſe de ſes obſervations, faites depuis

1689 jusqu'à la fin de 1719, qui compose un volume *in-folio* de près de six cents pages, on n'en trouve presque aucune de Mercure; il donne à la fin du second volume une Table des observations des autres Planètes toutes calculées, mais il n'y en a pas une seule de Mercure.

Depuis plus de cinquante ans, nous ne voyons dans les Mémoires de l'Académie, dans les Transactions philosophiques de la Société Royale de Londres & dans les Mémoires des autres Compagnies savantes de l'Europe, presqu'aucune observation de Mercure propre à constater sa théorie; je ne compte pas les passages sur le Soleil, qui ne sont, pour ainsi dire, que la répétition de deux observations, puisqu'ils sont tous vers $5^{s}\frac{1}{4}$ & $10^{s}\frac{1}{3}$ d'anomalie moyenne; on trouve seulement dans les Transactions philosophiques de 1744 une plus grande digression, observée à $9^{s}\frac{1}{2}$ d'anomalie moyenne.

M. le Monnier, dans un Mémoire qui fut lû à l'Assemblée publique de l'Académie du 12 Avril 1747, & qui fut imprimé en 1755 avec la nouvelle édition du Zodiaque de Flamstead, gravée par ses soins, nous apprend qu'il avoit recherché les élémens de Mercure; mais il n'en donne aucun résultat, & depuis près de vingt ans qui se sont écoulés, l'Académie n'en a eu aucune connoissance.

Les observations propres à ces recherches sont difficiles à faire dans le Méridien; M. de Thury s'en plaint lui-même, comme tous les Astronomes qui ont tenté d'en faire; M. le Gentil nous dit également, qu'ayant souhaité d'avoir au mois de Mai 1753, quelques observations de Mercure, tant par rapport à l'inclinaison de son orbite, que par rapport à son excentricité, & ayant pris pour y parvenir toutes les précautions possibles, il n'avoit pu cependant réussir à le voir, même dans les plus beaux temps *. M. Messier & moi, qui l'avons cherché un grand nombre de fois, à l'Observatoire de la Marine, avec un gros télescope newtonien qui tourne dans le Méridien, n'avons presque jamais pu parvenir à le trouver.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1753, p. 276.

Après le passage de Mercure, que j'avois observé en 1753, je voulus essayer de réformer les élémens des Tables, en comparant ensemble les différens passages de Mercure sur le Soleil [a]; j'aperçus alors, comme je l'ai reconnu depuis, que M. Halley avoit fait dans ses Tables le mouvement du nœud trop fort, le mouvement de l'aphélie trop petit, l'excentricité trop grande, & la longitude de l'aphélie trop petite; mais je n'osois compter sur la quantité de mes corrections, & je finissois mes remarques en disant qu'il seroit à souhaiter que l'on eût de bonnes observations de Mercure dans ses moyennes distances, pour vérifier son équation.

[a] Voy. Mém. de l'Acad. 1756, p. 259.

M. Mayer donna aussi des élémens de Mercure dans le *III.e Tome des Mémoires de l'Académie de Gottingen, page 448*, mais il conserva la même excentricité que M. Halley; ce qui prouve qu'il n'avoit pas d'observations propres à la corriger & qu'il n'avoit pas pris cette théorie d'assez loin.

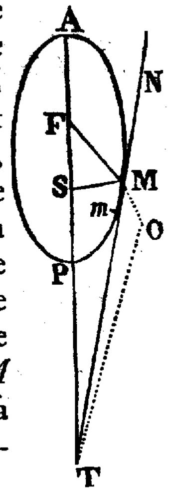
M. Cassini de Thury s'occupoit, dans le même temps, de semblables recherches, par le moyen des passages de Mercure sur le Soleil; il détermina les moyens mouvemens de Mercure, de son aphélie & de son nœud [b]; mais quant à l'équation du centre, il annonça que c'étoit par les observations de Mercure, faites dans les plus grandes digressions, qu'il falloit la déterminer; qu'elle lui avoit paru de 23^d 50'; mais qu'il se proposoit de la vérifier encore par de nouvelles observations; les calculs que j'avois fait quelque temps après, m'avoient toujours donné une équation plus petite, comme je l'annonçai dans mon *Astronomie, p. 456*.

[b] Voy. Mém. de l'Acad. 1753, p. 319.

Voyant que les passages de Mercure sur le Soleil ne pouvoient donner que deux points de son orbite, & par conséquent ne pouvoient pas déterminer les trois élémens de cette ellipse, je songeai sérieusement en 1753, à me procurer des observations, qui combinées avec les passages sur le Soleil, pussent déterminer les époques de Mercure & de son aphélie, avec l'excentricité de son orbite; je suis parvenu à l'observer d'une manière complète dans des positions essentielles, lorsqu'il étoit tout-à-la-fois & dans sa plus grande digression & dans sa moyenne distance; chacune de ces digressions a été confirmée par des observations de plusieurs jours. Je vais rapporter trois de ces plus grandes digressions, qui m'ont donné à peu près la même conclusion pour le lieu actuel de l'aphélie.

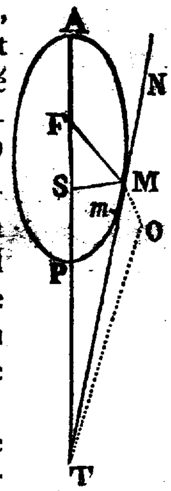
Le lieu de l'aphélie de Mercure est le premier élément que j'ai voulu discuter, parce que c'est celui qui est le plus indépendant des autres; d'ailleurs il est absolument nécessaire pour tout le reste de la théorie: en effet, on ne peut connoître l'excentricité, par les passages sur le Soleil, sans avoir le moyen mouvement de Mercure & celui de son aphélie; on ne peut avoir ces mouvemens, sans bien connoître le lieu actuel de l'aphélie.

Je dis que le lieu actuel de l'aphélie est de tous les élémens celui qui dépend le moins des autres; en effet, lorsque Mercure est vers sa moyenne distance, au point où l'équation de son orbite ne varie plus, & qu'il est en même temps dans sa plus grande digression sur un rayon visuel qui est une tangente à son orbite, il importe peu que son excentricité soit plus ou moins grande, que sa longitude moyenne soit plus ou moins avancée de quelques minutes, sa longitude géocentrique n'en est presque pas altérée. Soit S le centre du Soleil, F le foyer supérieur de l'orbe de Mercure, A l'aphélie, P le périhélie, M le lieu de la planète, T la Terre, dont le rayon visuel TMN touche l'ellipse en M; l'angle FMS est à peu près égal à la plus grande équation du centre, du moins il n'en diffère que de quelques minutes. Le point F & le point S peuvent se rapprocher, & la position de la ligne TM changera très-peu, la somme des lignes FM & MS étant constante; la ligne TM changera encore moins si l'on change l'époque de la longitude, & que l'on fasse passer Mercure de M en m; ainsi l'excentricité de Mercure & l'époque de sa longitude, n'influent pas beaucoup sur son lieu géocentrique, ou sur sa distance au Soleil vue de la Terre.



Si le point M répond perpendiculairement au centre de l'ellipse, on trouve que le changement qui arrive perpendiculairement au rayon visuel, n'est que la moitié de celui de l'excentricité, multipliée par la tangente de la moitié de l'équation, & par le cosinus de l'élongation; ainsi dix parties d'erreur sur l'excentricité, en font à peine une dans le sens perpendiculaire à TM, ce qui va à 5″ sur l'élongation, tandis que sur l'équation du centre cela fait 1′ 52″, ou vingt-deux fois davantage.

Au contraire, le moindre changement sur le lieu de l'aphélie, devient sensible sur la situation du point *M;* supposons que la ligne des apsides *SA* s'avance d'un degré vers la droite, en sorte que l'ellipse entière de Mercure tournant autour du foyer *S* fasse un mouvement d'un degré contre l'ordre des signes, le rayon vecteur *SM* changeant aussi d'un degré, le point *M* s'avancera en *O* & sortira de la ligne *TMN* supposée fixe, en décrivant le petit arc *MO,* alors Mercure se trouvera au point *O,* & son élongation *STO* par rapport au Soleil se trouvera plus grande de toute la quantité de l'angle *MTO.* Ainsi dans la digression que j'observai au mois de Juillet 1764, je trouvai qu'une minute de changement dans le lieu de l'aphélie, produisoit 5 secondes sur le lieu de Mercure, ou la douzième partie de l'erreur commise dans l'aphélie; on peut juger par-là du degré de précision que comportent les résultats que je vais exposer: en supposant 15 secondes d'erreur sur les élongations observées, il n'y aura que trois minutes d'incertitude sur le lieu de l'aphélie.



On voit par la seule inspection des figures, de quel sens doit être la correction de l'aphélie indiquée par les observations; toutes les fois que l'élongation ou la digression de Mercure au Soleil calculée par les Tables est trop petite, c'est une preuve que les Tables donnent à Mercure trop de distance par rapport à son aphélie, en comptant cette distance par le côté le plus court, sans passer sur le périhélie. Pour la rendre plus petite, il est évident qu'il faut augmenter la longitude de l'aphélie, si Mercure est dans les six premiers signes d'anomalie, car alors l'aphélie se rapproche de Mercure; mais il faut diminuer le lieu de l'aphélie, s'il est dans la seconde partie de son orbite où l'équation est additive; c'est le contraire quand la digression calculée par les Tables est plus grande que celle de l'observation.

L'instrument avec lequel j'ai fait ces observations, est une lunette parallatique, telle que je l'ai décrite dans le *XIII.^e Livre de mon Astronomie, page 888,* elle a environ quatre pieds, elle tourne sur un axe parallèle à l'axe du monde, & renferme un réticule rhomboïde par le moyen duquel j'observe les différences d'ascension droite & de déclinaison entre Mercure & les Étoiles qui passent dans le champ de la lunette. Dans ces sortes d'instrumens, les différences de déclinaison ne sont sûres qu'à 15 ou 20" près, mais les différences d'ascension droite s'y observent aussi exactement que dans un instrument mural ou dans une lunette méridienne; les passages au fil horaire y sont instantanés, & la lunette restant immobile dans l'intervalle des passages, il ne peut s'y glisser aucune erreur; aussi j'ai trouvé un accord assez satisfaisant entre trois digressions de Mercure observées dans des saisons différentes, par le moyen de différentes étoiles, & sur des points de l'orbite qui étoient fort éloignés les uns des autres.

La première digression de Mercure dont je ferai usage, est celle que j'observai au mois de Novembre 1763; la saison étoit fort rude, mais le Ciel étoit fort serein; j'observai Mercure le 14, le 15, le 16 & le 18 au matin, en le comparant avec l'épi de la Vierge & avec les étoiles $\varkappa$ & λ au pied de la Vierge.

Le 13 Novembre à $18^h\ 16'\ 7''$ de temps vrai, ou $18^h\ 0'\ 49''$ de temps moyen, Mercure s'avançant parallèlement, à l'un des fils de ma lunette passa au fil horaire apparent perpendiculaire au premier, $52'\ 19''$ de temps après l'épi de la Vierge; la pendule retardoit sur le moyen mouvement de 20" par jour, ainsi l'on a $13^d\ 7'\ 5''$ pour la différence d'ascension droite; je suppose l'ascension droite de l'épi de la Vierge $198^d\ 11'\ 29''$, comme je l'ai déduite du catalogue de M. de la Caille, inséré à la fin de mon Astronomie, & de la Table d'aberration que j'ai donnée dans la *Connoissance des Temps de 1760*, ainsi l'ascension droite de Mercure paroissoit de $211^d\ 18'\ 34''$; il faut y ajouter 16 secondes à cause de la différence des réfractions de l'Étoile & de la Planète, & l'on aura l'ascension droite apparente de Mercure le 13 Novembre à $18^h\ 0'\ 49''$ de temps moyen, de $211^d\ 18'\ 50''$.

Première digression de Mercure.

Cette correction de 16 secondes que je viens d'employer pour la différence des réfractions, peut se calculer assez facilement par la formule suivante, dont je donnerai ailleurs la démonstration; soit r le changement de réfraction qui arrive pour un degré de

Correction pour la réfraction.

hauteur dans le point du Ciel où étoit dirigée ma lunette, c'est-à-dire à $6^d \frac{1}{2}$ de hauteur, lequel étoit d'une minute de degré, *d* la différence de déclinaison entre Mercure & l'Étoile qui étoit de 16′ 40″; *s* & *t* le sinus & le cosinus de l'angle parallactique 37^d 53′; *c* le cosinus de la déclinaison qui étoit de 9^d 55′, se trouve $\frac{2trsd}{3600c} = 16'' \frac{1}{2}$; il faut ajouter cette équation au passage de la Planète quand elle monte & qu'elle est dans la partie méridionale du réticule, ou bien quand elle descend & qu'elle est à la partie septentrionale du rhomboïde.

La différence de déclinaison entre Mercure & l'épi de la Vierge, calculée de la manière que j'ai exposée dans mon Astronomie, *page 940*, s'est trouvée de 16′ 40″, qui, ajoutées à la déclinaison de l'étoile 9^d 55′ 2″, donnent la déclinaison de Mercure 10^d 11′ 41″, ou, en tenant compte de la différence des réfractions, 10^d 11′ 51″.

Pour trouver cette équation de la réfraction en déclinaison qui est ici de 10″,4 je me sers de la formule $\frac{rttd}{3600}$: elle est toujours additive, parce que la réfraction en déclinaison accourcit toujours les distances.

Avec l'ascension droite & la déclinaison de Mercure ainsi observées, j'ai trouvé sa longitude 7^s 2^d 41′ 36″, & sa latitude boréale 2^d 22′ 9″ qu'il faut encore corriger par la parallaxe; la parallaxe horizontale de Mercure étoit alors de 10 secondes, en supposant celle du Soleil de 9 secondes; & comme l'angle parallactique étoit d'environ 58 degrés, il s'ensuit qu'on doit ôter 8 secondes de la longitude & 5 secondes de la latitude que nous avons déduite de l'observation; on aura donc $7^s 2^d 41' 28''$ pour la longitude, & 2^d 22′ 4″ pour la latitude vraie.

Je n'ai point eu égard à l'aberration de la lumière, parce que Mercure ayant alors à peu près le même mouvement & la même distance que le Soleil, avoit aussi la même aberration, en sorte que l'élongation n'en est point affectée: or dans les Tables de M. l'abbé de la Caille, on a le lieu apparent du Soleil, affecté de de l'aberration, il faut donc aussi employer le lieu apparent de Mercure pour le comparer à celui du Soleil.

Mercure étoit alors fort près de sa plus grande digression: en effet, l'équation de Mercure étant alors de $15^d\ 1'$, l'angle *FMS* formé par la tangente & le rayon vecteur, étoit de $14^d\ 40'$, & l'angle *SMT* de $97^d\ 20'$; cet angle est toujours obtus du côté de la Terre toutes les fois que la différence entre le lieu héliocentrique de la Terre & le lieu de l'aphélie de Mercure est moindre que 90 degrés. Or, par le calcul du lieu de Mercure, cet angle étoit au moment de l'observation de $93^d\ 40'$; la différence $3^d\ 40'$ n'est pas le changement qui répond à un jour: ainsi la plus grande digression devoit arriver le jour même de l'observation que je viens de rapporter.

Pour trouver facilement le lieu de l'aphélie de Mercure, qui résultoit de cette observation, je me servis d'abord des Tables de M. Halley, qui étoient jusqu'ici les meilleures pour Mercure, & des Tables du Soleil de M. de la Caille; le lieu du Soleil pour le 13 Novembre, $18^h\ 0'\ 49''$ de temps moyen, est $7^s\ 21^d\ 39'\ 14''$, & celui de Mercure $7^s\ 2^d\ 41'\ 42''$, qui ne diffère que de 14 secondes de la longitude observée: la différence seroit plus grande si cette observation eût été faite plus loin du périhélie, comme on le verra dans les observations suivantes.

La seconde digression de Mercure que j'ai observée, est arrivée au mois de Mai 1764; j'observai Mercure les 6, 7, 8, 9, 18, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 28 & 29 de Mai; l'observation du 24 étant la plus voisine de la plus grande digression, je vais en rapporter le détail. Mercure étoit sur le parallèle de ϵ des Gemeaux, comme il y avoit été vingt ans auparavant lorsque M. Bevis l'observa à Londres *(Transact. philos. n.° 473)*, ainsi que je le dirai ci-après.

Le 24 Mai à $8^h\ 11'\ 22''$, temps vrai, ou $8^h\ 7'\ 50''$, temps moyen, Mercure précédoit l'étoile ϵ des Gemeaux de $0^h\ 43'\ 14''$; la pendule retardoit alors de 47 secondes par jour, ainsi l'on trouve $10^d\ 50'\ 36''$ de différence en ascension droite; je trouvai aussi que Mercure étoit de $3'\ 21''\frac{1}{2}$ plus méridional que cette étoile: je suppose l'ascension droite de l'étoile de $97^d\ 21'\ 7''$, & la décli- Seconde digression de Mercure.

naison $25^d\ 20'\ 36''$; d'où il suit que l'ascension droite de Mercure étoit de $86^d\ 30'\ 31''$, & sa déclinaison $25^d\ 17'\ 15''$, la longitude $2^f\ 26^d\ 50'\ 29''$, & la latitude $1^d\ 51'\ 11''$; la réfraction en ascension droite tirée de la formule $\frac{2rrsd}{3600c}$ n'est que de $1''$ soustractive, & la différence de réfraction en déclinaison tirée de la formule $\frac{rrtd}{3600}$, n'est que de $0''6$; la distance de Mercure à la Terre étoit $\frac{4}{5}$ de celle du Soleil, ainsi la parallaxe horizontale de Mercure étoit de $11''$ en supposant celle du Soleil de $9''$; l'angle parallactique étoit de $43^d\frac{1}{2}$: ainsi l'on a $+\ 7''$ pour la parallaxe en longitude, & $+\ 7''8$ pour la parallaxe en latitude; d'où il suit que la longitude vraie de Mercure étoit de $2^f\ 26^d\ 50'\ 35''$, & la latitude boréale $1^d\ 51'\ 19''$ à $8^h\ 7'\ 50''$ de temps moyen.

L'angle à Mercure ou la parallaxe de l'orbe annuel étoit alors de $107^d\ \frac{1}{2}$: or il devoit être de $101^d\ \frac{1}{4}$ au temps de la plus grande digression, ce qui fait voir que Mercure n'étoit éloigné de la plus grande digression que d'un jour & demi. Ayant calculé pour le temps de cette observation, la longitude géocentrique de Mercure sur les Tables de M. Halley, on la trouve plus grande de $1'\ 14''$ que par l'observation; si on augmente le lieu de l'aphélie de $14'\ \frac{1}{2}$, l'anomalie devenant plus petite aussi-bien que le rayon vecteur, l'élongation devient plus petite, la longitude de Mercure se trouve d'accord avec l'observation. J'ai fait voir ci-dessus que cette correction dépendoit peu de l'excentricité & de la longitude moyenne. Cette détermination du lieu de l'aphélie suppose que le demi-axe de l'orbe de Mercure est exactement de 38710, comme le supposent les Tables de M. Halley; car si cette distance moyenne étoit plus grande, le rayon vecteur de Mercure, au temps de mon observation, devroit l'être aussi, & ce ne seroit qu'en faisant trop grande la longitude de l'aphélie, qu'on pourroit avoir un rayon vecteur conforme à l'observation, mais la distance moyenne est un élément très-bien déterminé par la règle de Képler: il faudroit $3'\ 28''$ d'erreur sur le mouvement annuel de Mercure, pour faire une seule partie de différence sur les 38710, ou $2''$ sur l'élongation; d'ailleurs l'observation suivante qui eſt dans la partie oppoſée de l'orbe de Mercure, fera voir qu'il n'y a là-deſſus aucune incertitude.

Le 18 Juillet 1764, au matin, ou le 17 à 15^h 58′ 4″, temps moyen, je comparai Mercure avec les étoiles η & μ des Gemeaux, il ſuivoit l'étoile μ de 0^h 21′ 25″ $\frac{1}{2}$, ce qui fait 5^d 22′ 15″, la pendule étoit exactement ſur le moyen mouvement; quant à la déclinaiſon, Mercure étoit 26′ 42″ au midi de l'étoile: ſuppoſant donc l'aſcenſion droite apparente de l'étoile 92^d 10′ 16″, & ſa déclinaiſon 22^d 10′ 14″, on aura celles de Mercure 97^d 32′ 31″ & 22^d 10′ 14″ $\frac{1}{2}$.

Troiſième digreſſion.

La réfraction exige qu'on ajoute 14 ſecondes à l'aſcenſion droite & qu'on ôte 7 ſecondes & demie de cette déclinaiſon, après quoi l'on en déduit la longitude de Mercure 3^f 6^d 59′ 12″ & la latitude 1^d 7′ 17″, la parallaxe horizontale de Mercure étoit alors de 9 ſecondes; d'où il ſuit qu'on doit ôter 6 ſecondes de la longitude, & autant de la latitude; l'on aura donc la longitude 3^f 6^d 59′ 6″ & la latitude 1^d 7′ 11″ pour le 17 Juillet 15^h 58′ 4″ de temps moyen à Paris.

Quand on calcule pour cet inſtant le lieu de Mercure par les Tables de M. Halley, on trouve la longitude plus grande de 48 ſecondes que par l'obſervation, mais en augmentant le lieu de l'aphélie de 9 minutes & demie, on trouve les Tables d'accord avec l'obſervation.

Après avoir examiné ces trois obſervations, les plus récentes de toutes, je vais en rappeler de plus anciennes qui conduiſent à peu près aux mêmes conſéquences.

Le 17 Avril 1750, j'obſervai Mercure dans le méridien avec le téleſcope que M. de l'Iſle venoit de faire placer ſur un axe, à l'hôtel de Clugny, rue des Mathurins, Mercure paſſa à 0^h 33′ 41″, & le centre du Soleil à 1^h 45′ 51″, temps de la pendule; la différence 1^h 12′ 10″ doit être augmentée d'une ſeconde, parce que l'erreur de l'inſtrument étoit d'une demi-ſeconde additive vers le degré de hauteur où étoit le Soleil, & d'une demi-ſeconde ſouſtractive vers le degré où Mercure paſſoit, ainſi l'on a 18^d 2′ 45″ pour la différence d'aſcenſion droite, le 16 Avril 1750 à 22^h 49′ 52″, temps moyen; mais l'aſcenſion droite du

Soleil à midi étoit de $25^d\ 20'\ 43''$; donc celle de Mercure à l'heure de son passage étoit de $7^d\ 17'\ 58''$: j'ai conclu de cette observation que la longitude de Mercure étoit de $0^f\ 6^d\ 53'\ 1''$, celle du Soleil étant $0^f\ 27^d\ 16'\ 1''$ au même instant; d'où il suit que l'élongation de Mercure étoit de $20^d\ 23'\ 0''$: cette élongation plus grande que celle des Tables de Halley, m'a fait voir encore qu'il falloit avancer l'aphélie.

En 1758, j'observai Mercure vers sa plus grande digression, avec le même télescope dont je viens de parler. Le 9 Mai, Mercure passa $1^h\ 27'\ 0''\frac{3}{4}$ plus tard que le Soleil, ce qui fait $21^d\ 45'\ 11''$ pour la différence d'ascension droite; le même jour, la déclinaison apparente de Mercure à son passage par le méridien étoit de $24^d\ 25'\ 49''$, & sa déclinaison corrigée par la réfraction $24^d\ 25'\ 23''$; le lieu du Soleil à l'heure de l'observation étoit $1^f\ 18^d\ 45'\ 39''$, au moment de midi, sa longitude $1^f\ 18^d\ 42'\ 9''$ & son ascension droite $46^d\ 14'\ 17''$; à quoi ajoutant $21^d\ 45'\ 11''$, on a l'ascension droite de Mercure $67^d\ 59'\ 28''$ à $1^h\ 22'\ 54''$, temps moyen à Paris; de-là je conclus que la longitude de Mercure étoit $2^f\ 10^d\ 1'\ 46''$, & par conséquent son élongation déduite de l'observation $21^d\ 16'\ 7''$. L'angle à Mercure étoit alors de 92 degrés, il auroit dû être de 102 degrés pour le moment de la plus grande digression, ce qui prouve que Mercure y devoit arriver deux jours après; & comme l'angle à Mercure étoit presque droit, cette observation est très-bonne pour faire apercevoir toute l'erreur du calcul pour la distance de Mercure au Soleil, & par conséquent pour le lieu de l'aphélie; elle prouve encore qu'il faut avancer l'aphélie des Tables de Halley, à peu près comme dans l'observation du 24 Mai 1764. Après avoir vu que toutes les observations me prouvoient l'augmentation qu'il falloit faire dans le lieu de l'aphélie; j'examinai quelques observations qui étoient propres à réformer l'équation du centre & les époques, je vis bientôt qu'il y avoit environ 2 minutes à ôter de l'équation du centre & autant à ajouter aux époques, ainsi que je le démontrerai dans un autre Mémoire; j'employai ces élémens pour revenir sur mes pas, & chercher encore plus exactement la correction qu'il falloit faire au lieu de l'aphélie des Tables de Halley; sans donner ici le détail de ces tentatives, il me suffit de dire que j'ai trouvé 10 minutes à ajouter, en sorte que le lieu de l'aphélie $8^s\ 13^d\ 49'\ \frac{1}{2}$ pour 1764 est celui qui me paroît satisfaire le mieux à toutes mes observations; c'est ainsi que je l'ai employé dans mes nouvelles Tables de Mercure, *(voyez la Connoissance des Mouvemens célestes pour 1767, page 98).*

SUR LA THÉORIE DE MERCURE.

SECOND MÉMOIRE,

Qui contient le mouvement de l'aphélie & le mouvement moyen de Mercure, sa révolution & sa distance, déduits des anciennes observations; avec un commentaire sur la partie de l'Almageste où elles sont rapportées.

Par M. DE LA LANDE.

APRÈS avoir déterminé dans mon premier Mémoire, le lieu de l'aphélie de Mercure pour notre temps, il faut passer à la recherche du moyen mouvement de cette Planète; mais on ne sauroit trouver ce moyen mouvement, si l'on ne connoît pas le mouvement de l'aphélie, & comme celui-ci m'a paru être le plus indépendant des autres, & le plus facile à trouver par les anciennes observations, j'ai commencé par la recherche du mouvement de l'aphélie. 5 Juin 1765.

(1.) Jusqu'ici l'on n'a pas tiré grand parti, ce me semble, des Observations de Mercure rapportées dans l'*Almageste* de Ptolémée, qui furent faites il y a 16 ou 18 cents ans. Bouillaud n'en avoit calculé qu'une partie dans son *Astronomie Philolaïque*, M. Cassini dans ses *Élémens d'Astronomie (page 605)* les rejetta totalement pour s'en tenir aux passages de Mercure sur le Soleil; pour moi j'ai reconnu que ces anciennes observations sont importantes, qu'elles déterminent le mouvement de l'aphélie aussi