MÉMOIRE

Sur les conditions néceſſaires pour qu'on puiſſe obſerver les Immerſions & les Émerſions du ſecond Satellite de Jupiter.

Par M. DE LA LANDE.

LES Aſtronomes célèbres qui ont créé ou du moins perfectionné la théorie des Satellites de Jupiter, ont ſans doute examiné les circonſtances où l'on peut voir la durée entière des éclipſes du ſecond Satellite, mais on n'a preſque rien écrit là-deſſus, ſi l'on excepte ce qu'en a dit en 1729 M. Maraldi, dans un Mémoire où il a parlé le premier de l'inclinaiſon variable du ſecond Satellite : j'ai même lieu de croire, à la vue des Éphémérides de M. l'abbé de la Caille & de M. Zanotti, que ces célèbres Aſtronomes n'avoient point diſcuté cette matière, car l'un & l'autre ont annoncé beaucoup plus de ces éclipſes complètes qu'il n'y en aura réellement. 20 Avril 1765.

Cependant il n'eſt rien de plus intéreſſant dans l'Aſtronomie que ces ſortes de phénomènes ; le ſecond Satellite de Jupiter étant, après le premier, celui qui ſert le plus aux obſervations des longitudes, il nous importe d'en perfectionner les Tables ; mais ce Satellite étant le plus irrégulier des quatre, ſur-tout quant au changement extraordinaire de ſon inclinaiſon, il importe beaucoup de pouvoir obſerver les durées entières de ces éclipſes. Or ces durées obſervables ſont extrêmement rares ; il n'en exiſte encore que onze dans le recueil de toutes les obſervations faites juſqu'à ce jour ; il eſt donc néceſſaire de n'en omettre aucune à l'avenir, & cet article eſt un de ceux qui m'ont paru mériter le plus d'attention dans la conſtruction des Éphémérides ; j'ai donc ſouhaité qu'il fût exact dans la *Connoiſſance des mouvemens céleſtes* que je calcule depuis quelques années ; mais pour cela j'ai été obligé de

chercher une méthode, de diſcuter pluſieurs circonſtances, & de faire des calculs rigoureux pour les années 1769 & 1774, ce ſera l'objet de ce Mémoire.

Les circonſtances qui influent ſur l'objet de ces recherches, ſont au nombre de cinq, le lieu du nœud du Satellite, le demi-diamètre de l'ombre, l'inclinaiſon de ſon orbite, la latitude de Jupiter & la parallaxe annuelle ou parallaxe du grand orbe.

J'emprunterai le lieu du nœud du ſecond Satellite, des Tables de M. Wargentin que j'ai publiées en 1759 à la ſuite des Tables de M. Halley. On y voit, *pages 148 & ſuivantes*, que la plus grande durée des éclipſes répond aux argumens 1266 & 2968, c'eſt-à-dire aux anomalies moyennes de Jupiter $4^f\ 6^d\ 36'$ & $9^f\ 26^d\ 48'$, les équations qui conviennent à ces anomalies moyennes ſont $-4^d\ 36'$ & $+4^d\ 48'$, ainſi les anomalies vraies correſpondantes ſont $4^d\ 2'\ 0''$ & $10^d\ 1'\ 36''$; ajoutant pour le lieu de l'aphélie de Jupiter en 1769, $6^f\ 10^d\ 57'$, on a pour les nœuds du ſecond Satellite $10^d\ 12'\ 57''$ & $4^d\ 12'\ 33''$.

Ces deux longitudes qui devroient différer exactement de 6^f, diffèrent de $24'$ de plus; c'eſt une irrégularité dans ces Tables, mais comme elle eſt de peu de conſéquence, je prendrai un milieu & je ſuppoſerai le lieu du nœud $10^f\ 12^d\ 45'$; au reſte, ce petit nombre de minutes eſt abſolument inſenſible dans ces recherches, car les éclipſes dont il s'agit ici arrivent fort loin des nœuds, un degré d'erreur ſur le nœud ne produiroit pas $15''$ de temps ſur la demi-durée des éclipſes, quantité dont on ne peut être certain; il ne réſultera donc aucune erreur ſenſible de la ſuppoſition que je fais ici, que le lieu du nœud aſcendant du ſecond Satellite pour 1769, eſt $10^f\ 12^d\ 45'$.

Le demi-diamètre de l'ombre du ſecond Satellite a paru quelquefois à M. Maraldi de $1^h\ 25'$, quelquefois de $1^h\ 27'$, cela ſembleroit indiquer une excentricité dans l'orbite, mais nous n'avons pas encore aſſez d'obſervations pour ſtatuer là-deſſus; je ſuis donc obligé de ſuppoſer l'orbite circulaire & concentrique, & j'emploierai avec M. Wargentin $1^h\ 25'\ 40''$

pour le demi-diamètre de l'ombre, en temps; c'eſt la plus grande de toutes les demi-durées des éclipſes; elle a lieu quand Jupiter eſt à $10^{s}\,12^{d}\,45'$ de longitude, qui eſt le lieu du nœud aſcendant du Satellite, ou dans le nœud oppoſé. Cette quantité $1^{h}\,25'\,40''$ répond à $6^{d}\,1'\,33''$ de l'orbite du Satellite.

Ce demi-diamètre de l'ombre eſt déduit des obſervations de M. Maraldi, de M. Wargentin & autres, qui ont été faites avec des lunettes de 15 ou 18 pieds à peu près, on trouveroit quelques ſecondes de moins avec des lunettes ou des téleſcopes d'une plus grande force; ainſi la quantité que l'on trouve par ces obſervations pour le demi-diamètre de l'ombre, n'eſt pas exactement le rayon du cône d'ombre que Jupiter répand derrière lui, mais le rayon du cercle ſur la circonférence duquel eſt le centre du Satellite quand on commence à l'apercevoir, ou qu'on le perd de vue, avec une lunette de 18 pieds.

Soit $LFOI$ le cercle de l'ombre réelle, ou la ſection du cône obſcur que répand Jupiter, FCM une portion de l'orbite du ſecond Satellite, qu'il parcourt quand Jupiter eſt dans les nœuds, N le centre du Satellite quand il entre dans l'ombre & que la portion éclairée MI de ſon diſque devient aſſez petite pour n'être plus viſible avec une lunette de 18 pieds; A le centre du Satellite en émerſion, quand le ſegment BF commence à être ſenſible; NA eſt la portion de l'orbite décrite en $2^{h}\,51'\,20''$, & CA eſt de $6^{d}\,1'\,33''$. Fig. 1.

Quand le Satellite a une latitude comme CD, & qu'il décrit l'arc DE, Jupiter étant éloigné des nœuds, le ſegment GH eſt toujours le même, le Satellite en E eſt toujours ſur la même circonférence AEK (en ſuppoſant l'ombre circulaire); ainſi la durée de l'éclipſe meſurée par PE nous fera toujours connoître la latitude CD du Satellite, quoique le cercle AKN ne ſoit pas la véritable circonférence de l'ombre.

Il en réſulte cependant un phénomène que je dois faire obſerver; au temps où le point E de l'émerſion paroît preſque toucher le diſque de Jupiter, comme cela arrive dans le premier temps où l'on commence à voir les deux phaſes; le ſegment lumineux GH peut fort bien être entièrement caché

par le diſque de Jupiter, quoique le point E ne le ſoit point, & dans ce cas on ne verroit point le Satellite ſortir de l'ombre, quoique par le calcul fait ſur la circonférence AEK l'émerſion dût être obſervable ; ainſi cette circonſtance diminue le nombre des éclipſes dont on pourroit voir la durée entière ſi AEK étoit la circonférence de l'ombre, & que le Satellite ne fût qu'un point.

Pour eſtimer la valeur de l'intervalle EG, je vais déterminer le rayon CE & le rayon CG en parties décimales ou en millièmes du rayon de Jupiter; le rayon CE étant le ſinus de $6^d\ 1'\ 33''$ pour le rayon d'un cercle qui eſt égal à 9,017 rayons de Jupiter, on dira 1 : 9,017 :: ſinus $6^d\ 1'\ 33''$: 0,9466, cela nous apprend que le rayon du cercle $AEKN$ eſt au rayon du diſque de Jupiter dans le rapport de 9466 à 10000, c'eſt-à-dire plus petit de 0,0534 ou d'environ un dix-neuvième.

Pour avoir auſſi le rayon de l'ombre véritable, on conſidérera que le diamètre du Soleil eſt à celui de Jupiter comme 9,923 eſt à 1 *(voyez mon Aſtronomie, page 524)*. & que la diſtance du ſecond Satellite par rapport à Jupiter eſt 1228 fois plus grande que celle de Jupiter au Soleil, puiſqu'elle paroît ſous un angle de $2'\ 48''$ *(Aſtronomie, page 1138)*, & que le ſinus de $2'\ 48''$ eſt 1228 fois plus petit que le rayon du cercle, on aura donc à cauſe du cône d'ombre, cette proportion; la diſtance de Jupiter au Soleil eſt à celle du Satellite à Jupiter, comme la différence des demi-diamètres de Jupiter & du Soleil, eſt à la différence des demi-diamètres de Jupiter & de la ſection de l'ombre, ou, ce qui revient au même, on diviſera 8,923 par 1228 & l'on aura 0,00727 ou $\frac{1}{137}$, cela nous aprend que le rayon CB ou CG de l'ombre eſt plus petit ſeulement de $\frac{1}{137}$ que le rayon du diſque de Jupiter, cela ne fait que $40''$ pour le temps, au lieu que la différence 0,0534 vaut $4'\ 50''$; ainſi la demi-durée de l'éclipſe du ſecond Satellite, telle que nous l'obſervons dans les nœuds, eſt plus petite de $4'\ 10''$ de temps que celle du centre du Satellite ſur la ſection de l'ombre.

Cependant, comme nous ignorons la valeur du diamètre du Satellite & celle du ſegment BF qui peut être aperçu, & que nous ne ſavons ni l'effet de la pénombre, ni celui de l'atmoſphère de Jupiter, nous ne pouvons déterminer exactement le rayon du cercle ſur le bord duquel ſe trouve le bord du Satellite dans ſon immerſion ou ſon émerſion; nous ſuppoſerons donc que le Satellite eſt réduit au ſeul point E, & nous nous ſervirons du cercle $AEKN$ à la place du vrai cercle de l'ombre.

L'inclinaiſon de l'orbite de ce Satellite eſt ſujète à une variation périodique de $1^d\,18'$, & cette quantité ſe rétablit dans l'eſpace de trente-un ans; M. Maraldi l'avoit déjà remarqué dans les Mémoires de 1729; M. Wargentin, dans ſes Tables, a donné quatorze colonnes pour la demi-durée de ſes Éclipſes: voici le dernier terme de chaque colonne. J'ai marqué à côté l'inclinaiſon qui en réſulte dans une ſection circulaire, & les années dans leſquelles on l'a obſervée ou dans leſquelles on l'obſervera ſuivant les Tables de M. Wargentin; je n'ai pas employé dans tout ceci l'hypothèſe de la figure elliptique de Jupiter & de ſon ombre (*Voy. mon Aſtron. p. 1124*), parce que cela n'importe preſque pas dans la recherche dont il s'agit.

Demi-durée.	Inclinais.	Années.
$1^d\ 18'\ 1''$	$2^d\ 29'$	1700, 1731, 1762
1. 16. 35	2. 42	1703, 1734, 1765
1. 15. 8	2. 54	1705, 1736, 1767
1. 13. 42	3. $4\frac{1}{2}$	1707, 1738, 1769
1. 13. 0	3. 9	1708, 1739, 1770
1. 12. 16	3. 14	1708, 1739, 1770
1. 11. 33	3. 19	1709, 1740, 1771
1. 10. 50	3. $23\frac{1}{2}$	1709, 1740, 1771
1. 10. 7	3. 28	1710, 1741, 1772
1. 9. 24	3. 32	1711, 1742, 1773
1. 8. 41	3. 36	1712, 1743, 1774
1. 7. 58	3. 40	1713, 1744, 1775
1. 7. 15	3. 44	1714, 1745, 1776
1. 6. 32	3. 48	1716, 1747, 1778

Il eſt difficile de diſtinguer, par les Tables de M. Wargentin; ſi ces différentes inclinaiſons ſe rapportent au commencement ou au milieu de chaque année; l'erreur que cauſe cette incertitude peut aller à 3 ou 4 minutes, c'eſt-à-dire à 30 ſecondes ſur la demi-durée; mais comme l'on ne ſauroit être aſſuré de ces demi-durées par obſervation avec une préciſion plus grande, nous ſuppoſerons que les demi-durées de la Table précédente ſe rapportent au milieu de chaque année, ſans vouloir garantir qu'elles n'aient pas lieu également au commencement & à la fin; au reſte, ces variations de l'inclinaiſon ne ſont pas encore aſſez bien déterminées pour qu'on doive s'arrêter à ces petites différences.

La latitude géocentrique de Jupiter influe néceſſairement ſur les obſervations de la durée entière des éclipſes du ſecond Satellite. Soit S le Soleil, I le centre de Jupiter, O le centre de l'ombre que parcourt le ſecond Satellite, tous trois placés ſur une même ligne; par le centre de Jupiter & celui de la Terre, on tirera une ligne IT qui faſſe un angle TIS égal à la latitude de la Terre, vue de Jupiter & conſidérée par rapport à l'orbite de Jupiter, la Terre voyant Jupiter ſuivant le rayon TIR, rapportera le centre de Jupiter à un point R de l'ombre plus méridional que le centre O ſi la Terre eſt au nord du plan de l'orbite de Jupiter, & à un point plus ſeptentrional ſi la Terre eſt au midi. Fig. 2.

Ainſi cette latitude de la Terre, fera paroître la ſection de l'ombre plus ſeptentrionale quand la Terre ſera au ſeptentrion, & plus méridionale quand elle ſera au midi, puiſqu'il faut comparer l'ombre dont la poſition eſt variable, à Jupiter dont la poſition eſt ſuppoſée conſtante.

Pour ſavoir dans quel temps la Terre eſt au nord de l'orbite de Jupiter, je conſidère que le nœud aſcendant de l'orbe de Jupiter ſur l'écliptique, eſt à $3^{f}\ 8^{d}$ de longitude, ainſi la partie de l'orbe de Jupiter, compriſe entre $3^{f}\ 8^{d}$ & $6^{f}\ 8^{d}$ eſt au nord de l'écliptique, ainſi tant que la Terre ſera entre $3^{f}\ 8^{d}$ & $6^{f}\ 8^{d}$ elle ſera au midi de l'orbe de Jupiter, & tant que le Soleil ſera entre $3^{f}\ 8^{d}$ & $6^{f}\ 8^{d}$ elle ſera au nord; donc

la ſection de l'ombre paroîtra plus ſeptentrionale que Jupiter, depuis le 1.er de Juillet juſqu'au 1.er de Janvier, & plus méridionale pendant l'hiver & le printemps, ou dans les ſix derniers ſignes d'anomalie.

Il ne reſte plus qu'à chercher la quantité de cette élévation; ou ce qui revient au même, la latitude jovicentrique de la Terre: on commencera par chercher la latitude héliocentrique, ou, vue du centre *S* du Soleil, elle eſt égale à 79′, multipliées par le ſinus de la diſtance du Soleil à 3ſ 8d, ce qui eſt à peu près l'anomalie du Soleil; on aura enſuite la latitude vue du point *I*, en diſant: *le ſinus de l'angle au Soleil eſt au ſinus de l'angle à Jupiter*, ou *le ſinus de la commutation, eſt au ſinus de la parallaxe annuelle, comme la latitude héliocentrique, eſt à la latitude jovicentrique*, ſuivant la propoſition que j'ai démontrée dans *mon Aſtronomie, article 817, page 379.*

On pourroit ſe contenter, dans les cas dont il s'agit ici, de prendre la ſeptième partie de l'équation du centre du Soleil, & l'on auroit, à une ou deux minutes près, la latitude dont il s'agit; en effet, les temps où l'on voit les deux phaſes du ſecond ſatellite, ſont toujours aſſez voiſins des quadratures de Jupiter; la diſtance de Jupiter eſt alors à peu près la même, par rapport au Soleil ou à la Terre, c'eſt-à-dire cinq fois plus grande que la diſtance de la Terre au Soleil; il faut donc prendre la cinquième partie de la latitude héliocentrique, ou ce qui revient au même, ſuppoſer la plus grande latitude héliocentrique de 16′, c'eſt la ſeptième partie de la plus grande équation du Soleil, l'une & l'autre varie comme le ſinus de la diſtance du Soleil à 3ſ 8d; ainſi la latitude de la Terre par rapport au plan de l'orbite de Jupiter eſt à peu-près la ſeptième partie de l'équation du Soleil, dans les temps où l'on peut voir les deux phaſes du ſecond Satellite, & elle eſt boréale dans les ſix premiers ſignes d'anomalie du Soleil.

La quantité *RO*, dont le centre de l'ombre paroît plus ou moins haut que le centre de Jupiter, eſt égal à *IO* ſin. *OIR*, c'eſt-à-dire 9,017 multiplié par le ſinus de la latitude de la Terre.

La cinquième conſidération & la plus importante de toutes celles qui influent dans le calcul dont il s'agit, eſt celle des parallaxes du grand orbe, ou de la parallaxe annuelle, qui eſt de 8 à 10 degrés. Si nous ſuppoſons que dans la *figure 2*, le plan *STI* de la figure repréſente le plan de l'orbite de Jupiter, *T* le lieu de la Terre, réduit au plan de l'orbe de Jupiter (nous négligerons cette réduction, qui ne peut jamais aller à 27 ſecondes); *TIS* la parallaxe du grand orbe dans le plan de l'orbe de Jupiter, égal à l'angle *OIR*; avant l'oppoſition de Jupiter au Soleil, la Terre étant en *T* à l'occident de Jupiter, & Jupiter paſſant au méridien le matin, comme cela arrive dans la première quadrature, le centre *I* de Jupiter paroît au point *R* de l'ombre qui eſt plus à l'orient que le centre *O* de l'ombre, & cela d'une quantité *OR* égale à *IO* ſin. *OIR* ou 9,017 multipliés par le ſinus de la parallaxe du grand orbe. Mais dans la ſeconde quadrature, Jupiter paſſant au méridien à ſix heures du ſoir, la Terre étant plus orientale que Jupiter, l'ombre paroîtra auſſi à l'orient ou à la gauche du diſque de Jupiter.

Fig. 3. Soit *DPQ* le diſque de Jupiter, dont le centre eſt en *I*, & dont le rayon *IP* eſt pris pour unité; *IBO* une portion de l'orbite de Jupiter; *IB* un arc égal à 9 ſin. par. c'eſt-à-dire l'effet de la parallaxe annuelle, le point *B* ſera le point de l'orbite de Jupiter, auquel répond le centre apparent de la ſection de l'ombre, quant à la longitude, le point *B* ſera à la droite ou à l'occident du point *I* dans la première quadrature, avant l'oppoſition.

Soit *BC* égal à 9 ſin. lat. ou à la ſeptième partie de l'équation du Soleil, le point *C* ſera le centre apparent de l'ombre, & il ſera au-deſſous ou au midi de l'orbite *IBO* de Jupiter, depuis le 21 Décembre juſqu'au 21 Juin, le rayon *CP* de l'ombre ſera 0,9466.

Soit *ASP* une portion de l'orbite apparente du ſecond ſatellite, dont la latitude *BS*, par rapport à l'orbite de Jupiter, eſt égale à 9 ſin. *I* ſin. *D* (*Voy. mon Aſtron. art. 2342*), c'eſt-à-dire la diſtance du ſatellite multipliée par le ſinus de l'inclinaiſon & par le ſinus de la diſtance de Jupiter au nœud du

Satellite

Satellite qui eſt à $10^f\ 12^d\ 45'$ de longitude; je ſuppoſe l'orbite ASP parallèle à l'orbite OBR, cela eſt ſenſiblement vrai ſur un eſpace de quelques degrés & fort près des limites, comme cela ſe rencontre toujours, dans le temps des deux phaſes viſibles; en effet, le petit angle dont il s'en faut que AP ne ſoit parallèle à OI, eſt à l'inclinaiſon du ſatellite, comme le coſinus de la diſtance au nœud, eſt au rayon; ainſi à 10 degrés de diſtance aux limites, l'inclinaiſon n'eſt pas d'un demi-degré. Si l'on vouloit uſer d'une exactitude plus rigoureuſe, l'on pourroit calculer la latitude PR du ſatellite pour le moment de l'immerſion ou de l'émerſion, ce qui ſeroit aiſé en augmentant la quantité D, ou la diſtance de Jupiter au nœud de 5 à 6 degrés, c'eſt-à-dire d'un nombre de degrés égal à l'arc SP de l'orbite de Jupiter, comme je le ferai ci-après. Quand la latitude BS ou RP du ſatellite, ſera préciſément égale à la perpendiculaire abaiſſée de l'interſection P, ſur l'orbite de Jupiter IRO, le ſatellite ſortant de l'ombre en P, pour entrer ſous le diſque de Jupiter ne fera que paroître, à peine pourra-t-on l'apercevoir; mais dans la révolution ſuivante, il paſſera ou plus haut ſi la latitude eſt croiſſante, ou plus bas ſi elle eſt décroiſſante: il faut donc ſavoir quel jour il paſſera au point P, pour prédire le temps où l'on verra les deux phaſes, c'eſt-à-dire l'immerſion en A, & l'émerſion en P.

Connoiſſant la parallaxe IB, & la latitude BC, il eſt aiſé de calculer IC & l'angle BIC, dans le triangle PIC dont on connoît IC, $IP = 1$, & PC égal à 0,9466; on trouvera l'angle PIC, on en ôtera l'angle PIB, ſi le point C eſt oppoſé au point S, & l'on aura l'angle PIB dont le ſinus PR, eſt la hauteur de l'interſection P, au-deſſus de l'orbite de Jupiter, ſi cette hauteur ſe trouve plus ou moins grande que la latitude du ſatellite 9 ſin. I ſin. D; on fera le même calcul pour les révolutions ſuivantes, & l'on verra celle où le ſatellite paſſe à la hauteur de l'interſection P.

EXEMPLE. Le 6 Février 1769, à $18^h\ 11'$ de temps vrai, on demande ſi l'émerſion du ſecond Satellite ſera viſible; la longitude héliocentrique de Jupiter eſt de $7^f\ 11^d\ 13'$, ſa

longitude géocentrique $7^{f}\ 21^{d}\ 43'$, ainſi la parallaxe du grand orbe ſera de $10^{d}\ 30'$, c'eſt la plus grande qu'il y ait vers cette quadrature de Jupiter, & ſi cette émerſion n'eſt pas viſible il n'y en aura aucune dans ce mois-là ni dans le mois précédent. Multipliant la diſtance 9,017 par le ſinus de $10^{d}\ \frac{1}{2}$, on a 1,6528 pour la valeur de IB; l'équation du Soleil étant alors de $1^{d}\ 13'$, la ſeptième partie $10'$ eſt à peu près la quantité de la latitude jovicentrique de la Terre, ou l'abaiſſement de la Terre au midi du plan de l'orbite de Jupiter; le nœud aſcendant du Satellite étant à $10^{f}\ 12^{d}\ 45'$, & ſa longitude jovicentrique au moment de la conjonction, égale à la latitude héliocentrique de Jupiter $7^{f}\ 11^{d}\ 13'$, la latitude ſera auſtrale, ainſi le point C & le point S ſeront du même côté par rapport à l'orbite IB de Jupiter, la diſtance au nœud ſera de $3^{f}\ 1^{d}\ 32'$; ſi l'on ajoute la valeur de SP à la longitude du Satellite, c'eſt-à-dire environ $5^{d}\ 17'$, l'on trouvera la diſtance du point P de l'émerſion au nœud aſcendant, qui ſera $2^{f}\ 26^{d}\ 15'$; l'inclinaiſon pour le même temps eſt de $3^{d}\ 3'$; ſi l'on ajoute enſemble les logarithmes de 9,017, du ſinus de $86^{d}\ 15'$ & du ſinus de $3^{d}\ 3'$, on aura le logarithme de 0,4788, c'eſt la latitude du Satellite; il reſte à ſavoir ſi la hauteur PR de l'interſection des deux cercles eſt plus ou moins grande que cette latitude.

La valeur de IB étant à celle de BC comme le ſinus de $10^{d}\ 30'$ eſt à celui de $10'$, on aura pour l'angle BIC $0^{d}\ 55'$, & l'hypothénuſe $IC = 1,6430$ égale au ſinus de $10^{d}\ \frac{1}{2}$ multiplié par la diſtance 9,017 & diviſé par le coſinus de $0^{d}\ 55'$. Pour avoir l'angle PIC l'on dira, 1,6430 eſt à 1,9466 :: 0,0534 : 0,0632 qui eſt la demi-différence des ſegmens formés par la perpendiculaire, on en ajoutera la moitié 0,0316 avec la moitié de la baſe, 0,8215, on aura le plus grand ſegment 0,8531, qui eſt le coſinus de $31^{d}\ 27'$ valeur de l'angle PIC; on y ajoutera l'angle $BIC = 0^{d}\ 55'$, & l'on aura l'angle $PIB = 32^{d}\ 22'$ dont le ſinus PR eſt 0,5353.

Ainſi la hauteur PR du point de ſection des deux cercles

Fig. 1.

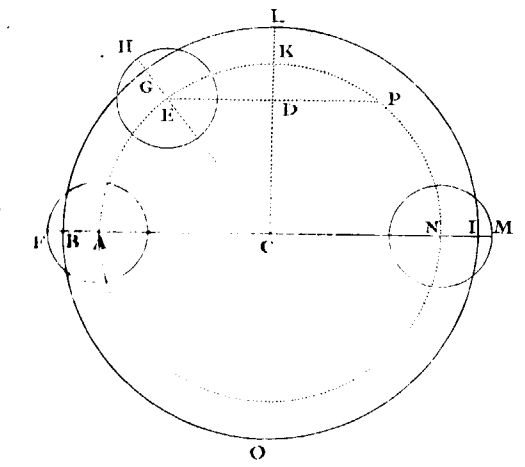


Fig. 2.

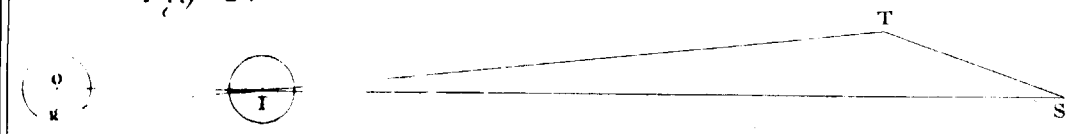
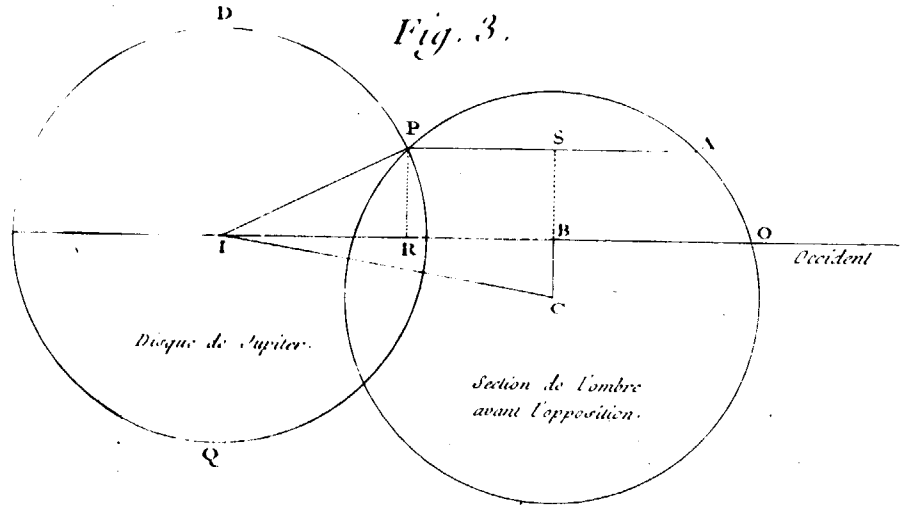


Fig. 3.



eſt plus grande que celle du Satellite 0,4788 ; d'où il ſuit que l'émerſion n'eſt point viſible, non plus que celles qui précèdent & qui ſuivent, quoiqu'elles aient été annoncées comme viſibles dans les Éphémérides : la parallaxe annuelle ſera trop petite en 1769.

Le 11 Janvier 1668, M. Caſſini, à Bologne, obſerva le ſecond Satellite qui entra dans l'ombre à $8^h\ 8'$ du ſoir, $4'$ après être ſorti de deſſous le diſque de Jupiter : on trouve le lieu du Soleil pour ce moment-là $9^d\ 21'\ 32''$, la longitude héliocentrique de Jupiter $1^f\ 7^d\ 45'$, la parallaxe annuelle $11^d\ 21'$, la ſection de l'ombre étoit de $4'$ au-deſſous de la ligne IB, & le Satellite avoit auſſi une latitude méridionale ; on trouve donc l'angle PIC $23^d\ 34'$, l'angle PIB $23^d\ 54'$, la hauteur $PR = 0{,}4051$; l'inclinaiſon du Satellite étoit alors $2^d\ 54'$ ſuivant les Tables de M. Wargentin, & la diſtance au nœud 85^d, ainſi la latitude du Satellite étoit 0,4545, plus grande de 494 ; d'où il ſuit que le Satellite devoit être pendant $4'\frac{1}{4}$ entre les deux cercles, mais ſi la parallaxe annuelle eût été ſeulement de 11^d on n'auroit pu obſerver l'immerſion : ce réſultat qui s'accorde très-bien avec l'obſervation de M. Caſſini, confirme la méthode que j'ai donnée dans ce Mémoire.

On voit donc que même dans les quadratures de Jupiter, & lorſque Jupiter eſt à 90^d des nœuds du Satellite, on ne voit pas les deux phaſes, ſi Jupiter eſt près de ſon aphélie, c'eſt-à-dire aux environs de la limite auſtrale qui eſt à 33^d d'anomalie, la parallaxe annuelle étant alors trop petite.