

M É M O I R E

SUR UN DÉRANGEMENT SINGULIER

observé dans le mouvement de Saturne.

Par M. DE LA LANDE.

L'ATTRACTION universelle qui a lieu entre toutes les 2 Mai 1764.
Planètes, produit dans le mouvement de chacune un grand nombre d'inégalités. On a regardé jusqu'ici celles que Jupiter produit dans Saturne, comme les plus considérables qu'il y ait parmi les Planètes principales. On avoit aperçu dans Saturne des dérangemens très-sensibles; M. Halley en parloit dans ses Tables imprimées en 1720 & M. le Monnier, dans les Mémoires de 1746 : on peut voir également ce que j'en ai dit dans les Mémoires de 1757. L'Académie, en proposant le sujet du Prix de 1748, demanda l'explication & le calcul de ces inégalités : ce qui fut fait alors à ce sujet, & ce qu'on a fait depuis, ne suffisoit point pour représenter les lieux de Saturne & ses dérangemens. M. Euler, dans la Pièce qui remporta le Prix, & qui est pleine des recherches les plus savantes & de l'application la plus pénible, ne put éviter des différences de 8 à 9 minutes entre les observations & ses calculs; j'en cherchois la raison, lorsque j'ai reconnu qu'il y avoit dans le mouvement de Saturne une autre sorte d'inégalité qu'on ne sauroit attribuer à l'attraction de Jupiter, ni des quatre autres Planètes, quoique cette nouvelle inégalité soit plus considérable que toutes celles que l'on connoît ou qu'on peut attribuer à l'action de Jupiter.

Pour faire sentir l'espèce & la quantité de cette nouvelle équation, il est nécessaire d'en séparer les deux autres. Pour cela, j'observe d'abord que l'inégalité d'une Planète dans son orbite propre, n'empêche point de connoître avec exactitude

Mém. 1765.

. Z z

la durée de sa révolution moyenne, quand on l'observe dans ses moyennes distances : alors son mouvement moyen & la révolution moyenne qu'on en déduit, sont les mêmes que s'il n'y avoit aucune excentricité. J'ai donc commencé par déterminer ainsi la révolution de Saturne, en comparant ses longitudes observées dans les moyennes distances & au même point de son orbite.

Il y a de même une méthode pour connoître la durée de la révolution moyenne de Saturne, indépendamment des inégalités qu'il éprouve par l'attraction de Jupiter ; elle consiste à observer deux fois Saturne à la même distance de Jupiter, & lorsque celui-ci exerce sur Saturne précisément la même action, c'est-à-dire, à même distance & dans une situation de Jupiter, qui soit précisément la même à tous égards : on sent assez que si dans la seconde observation les deux Planètes sont situées de la même manière & à la fin d'une suite de positions aussi égales, elles doivent s'attirer de la même façon, & produire la même inégalité que la première fois ; ainsi l'intervalle ou la durée de la révolution ne change pas : l'on peut donc trouver ainsi la révolution moyenne de Saturne, c'est-à-dire, le temps qu'il doit employer à revenir au même point du ciel indépendamment de toute inégalité, soit de son mouvement elliptique, soit de l'attraction de Jupiter.

Quand on examine ainsi dans les autres planètes ces révolutions moyennes, on les trouve toujours les mêmes dans un siècle comme dans l'autre ; la Terre emploie actuellement, comme autrefois, $365\ 5^h\ 48'\ \frac{3}{4}$ à faire une révolution, & l'on n'y trouve aucun changement quand on a soin de tenir compte des inégalités qui reviennent à chaque période.

On a reconnu aussi dans Jupiter, dans Saturne & dans la Lune, des inégalités qu'on a appelé *seculaires*, parce qu'elles ne sont sensibles que dans l'espace de plusieurs siècles ; Képler & ensuite M. Maraldi, M. Cassini, M. Halley, enfin tous les Astronomes qui ont discuté le mouvement de Saturne par les observations, ont reconnu que son mouvement moyen avoit retardé de siècle en siècle, & que la durée de sa révolution

devenoit plus longue qu'autrefois : je l'ai démontré en détail dans les Mémoires de 1757.

Mais ce que personne n'avoit aperçu ni même soupçonné, c'est que la révolution moyenne de Saturne est très-différente d'elle-même, suivant les circonstances où l'on observe, sans qu'aucune des attractions connues puisse produire une pareille différence.

Les observations faites depuis 1686 jusqu'à 1760, prouvent que les révolutions de Saturne diffèrent entr'elles de plus d'une semaine, quoiqu'on mette à part toutes les inégalités connues, & qu'on choisisse les temps où ces inégalités ne peuvent produire aucun effet, & sans qu'une si grande différence puisse être produite ni par l'action de Jupiter, ni par aucune des causes que nous connoissons.

Pour qu'on le puisse voir d'un coup d'œil, je vais placer ici le résultat de quatre oppositions, avec l'anomalie moyenne de Saturne, la différence des longitudes vraies de Jupiter & de Saturne, vues du Soleil, & la quantité dont la longitude calculée par les Tables de Halley, s'est trouvée trop petite dans chacune de ces observations.

Comparaison des Observations & des Tables.

ANNÉES.	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. \mp moins celle de \S .	ERREUR des Tables de M. Hailey.
1686.	8 ^r 22 ^d	1 ^r 17 ^d	— 3' 30"
1701.	3. 1	11. 11	— 8. 30
1745.	8. 22	1. 8	— 3. 30
1760.	3. 1	11. 0	— 21. 30

J'ai rapporté dans mon *Astronomie* la suite de toutes les oppositions de Saturne, dont la comparaison avec les Tables m'a donné le résultat de cette petite Table. On trouvera ci-après une comparaison semblable de cent huit oppositions de Saturne, d'où je tirerai quelques réflexions semblables : examinons les

364 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
quatre observations qui précédent, & voyons ce qui en doit
résulter.

En 1686 & en 1745, Saturne s'est trouvé dans la moyenne
distance, éloigné de Jupiter d'environ 45 degrés; dans les deux
cas, l'erreur des Tables de Halley étoit également de $3\frac{1}{2}$ en
défaut: ainsi dans cet intervalle de cinquante-neuf ans, le mou-
vement de Saturne a été d'accord avec les Tables, ou de 12^d
 $13' 21'' ,46$ par année. Saturne avoit dans les deux cas la même
anomalie, $8^f 22^d$; il étoit au même point de son orbite & au
même point du ciel: ce résultat ne peut donc être altéré ni par
la quantité de l'excentricité, ni par la position de l'aphélie; &
puisque Saturne, à quelques degrés près, étoit à même confi-
guration avec Jupiter, la différence des attractions de cette
Planète ne sauroit produire de différence dans ce résultat, &
ces deux observations devoient donner un moyen mouvement
de Saturne, dégagé de toute inégalité.

Par la même raison, les observations de 1701 & de 1760,
devoient donner aussi le moyen mouvement de Saturne, indé-
pendant de toute équation, car il étoit aussi dans la moyenne
distance, au même point du ciel & à même distance de Jupiter;
cependant entre 1701 & 1760, l'erreur des Tables a aug-
menté de 13 minutes, c'est-à-dire, que dans le même espace
de cinquante-neuf ans, le mouvement de Saturne a été plus fort
de 13 minutes de degré que le moyen mouvement déterminé
ci-dessus, ce qui rend la durée de ces deux révolutions plus
courte de 6 jours & demi qu'elle n'avoit été dans un pareil
intervalle entre 1686 & 1745.

Dira-t-on que Jupiter a eu plus d'action sur Saturne, dans
l'intervalle de 1686 à 1745, que dans celui de 1701 à
1760? Je réponds que dans l'un & l'autre espace de temps
Jupiter & Saturne ont parcouru chacun plusieurs fois leurs
orbites entières, & se sont trouvés dans toutes les positions ima-
ginables l'un par rapport à l'autre; ainsi il y a de part & d'autre
le même temps, les mêmes situations: la somme de toutes les
actions doit donc être la même de part & d'autre, suivant toutes
les notions que nous avons de l'attraction.

Dira-t-on que dix degrés de différence dans la situation de Jupiter, peuvent produire cette erreur? Je réponds que la différence est si petite, qu'elle ne peut pas produire un quart de la plus grande équation, ou un huitième de la plus grande différence qu'on trouve entre les positions de Saturne dans ses différentes configurations avec Jupiter; or cette différence n'est que de 16 à 17 minutes, car l'erreur des Tables, dans toute la période de 1686 à 1745, ne varie pas de plus de $16\frac{1}{2}$: donc ces dix degrés de différence ne pourroient pas produire deux minutes de changement dans les équations qui viennent de l'action de Jupiter sur Saturne. D'ailleurs on voit bien qu'ils ne produisent aucun effet, puisque dans les années qui précèdent & qui suivent, on trouve encore la même erreur, quoique la distance de Jupiter & de Saturne varie de 20 degrés d'une année à l'autre.

On ne peut pas expliquer cette inégalité, en supposant une diminution progressive & continuelle dans l'excentricité de l'orbite de Saturne, comme M. Euler l'a trouvée dans la Pièce qui a remporté le Prix de l'Académie en 1752; cette diminution qui ne pourroit être que de 2 minutes par siècle, ne pourroit pas produire la vingtième partie de la différence que je trouve entre des observations éloignées entr'elles de soixante ans.

Dans l'opposition du 23 Novembre 1765 *, l'erreur des Tables s'est trouvée — $17' 12''$; en 1706, elle étoit — $0' 27''$, c'est-à-dire, que le mouvement de Saturne, pendant ces cinquante-neuf ans, s'est trouvé de $16\frac{3}{4}$ plus grand que par les Tables de M. Halley. L'anomalie moyenne de Saturne étoit de $5^{\circ} 5^d$ dans les deux cas; ainsi les élémens de l'orbite ne peuvent guère influer sur ce résultat. La différence des longitudes de Jupiter & de Saturne étoit en 1706 de $2^{\circ} 19^d$, & en 1765 de $2^{\circ} 9^d$; la différence de 10 degrés seulement ne peut changer que de bien peu de chose les équations dépendantes de l'action de Saturne: ainsi l'on aperçoit bien que la différence doit

* Ceci a été ajouté au Mémoire depuis sa première Lecture faite en 1764.

venir d'une autre cause, sur-tout en voyant qu'entre 1686 & 1704 le mouvement de Saturne a été exactement conforme à celui des Tables.

Cette dernière opposition de 1765 est donc une preuve de la continuation de cette même inégalité; je l'avois bien prévu, lorsqu'en 1763 je publiai la *Connoissance des Mouvements Célestes pour l'année 1765*. Les erreurs des Tables dans les oppositions précédentes, me servirent à les corriger pour 1765, & la longitude observée s'est trouvée conforme, à une minute près, à celle que j'avois annoncée.

Mais ce qu'il y a de singulier, c'est qu'en remontant à deux périodes plus haut, c'est-à-dire, à 1588, l'anomalie de Saturne étant à peu près la même qu'en 1765, ou si l'on veut, à l'année 1586, où la distance de Jupiter à Saturne étoit de $2^{\circ} 5^d$, plus petite seulement de 4^d qu'en 1765, on trouve que l'erreur des Tables n'étoit que d'une ou deux minutes en plus; ainsi de 1588 à 1706, le mouvement de Saturne fut à peu près conforme aux Tables de M. Halley pendant l'espace de cent dix-huit ans, ou seulement d'une minute plus grand, tandis que dans les cinquante-neuf années qui viennent de s'écouler, le mouvement est plus grand de 17 minutes: voilà pourquoi les Tables de M. Halley, qui représentoient le mouvement de Saturne depuis Tycho-Brahé, c'est-à-dire, depuis 1582 jusqu'en 1719, de manière que les erreurs n'alloient que rarement à 9 minutes, se sont écartées de l'observation en 1761 & 1762 de 21 minutes, & s'en écartent encore de 17 actuellement, c'est-à-dire, en 1765.

Quand on compare la dernière opposition de Tycho-Brahé observée en 1599 avec celles de 1659 & de 1717, ou de 1719, on trouve le même accord entre l'observation & les Tables, puisqu'en 1599 l'erreur des Tables étoit $+ 2'$, en 1659 $+ 2\frac{1}{2}'$, en 1717 $+ 7'$, & en 1719 $+ 5'$; ainsi le mouvement de Saturne étoit plus petit que celui des Tables, mais ce n'étoit que de 1 ou 2 minutes dans les soixante premières années, & de 3 ou 4 dans les soixante dernières: c'étoit vers 9 signes d'anomalie pour Saturne, & vers 10 signes de distance entre Jupiter & Saturne.

Par la manière dont M. Halley confidéroit l'inégalité des périodes de Saturne, il étoit difficile qu'il ne l'attribuât pas à l'attraction de Saturne; voici les termes: *Saturni etiam periodus intra annos 1668 & 1698 facta, hebdomade fere tota brevior erat mediâ ejus revolutione, totidemque fere diebus mediâ longior erat altera periodus ab anno 1689 ad annum 1719 peracta.* Or Saturne étoit par rapport à Jupiter dans une position tout-à-fait opposée, de 1668 à 1698, & de 1689 à 1719; la différence des longitudes étoit $3^{\text{f}} 22^{\text{d}}$ dans l'opposition de 1668, elle étoit de $9^{\text{f}} 12^{\text{d}}$ dans celle de 1698, & l'action de Saturne devoit produire dans ces deux cas des effets tous différens: il étoit donc permis de soupçonner que la différence observée étoit dûe à l'action de Jupiter; mais l'examen dans lequel je suis entré ne permet plus de le croire.

Sentiment
de M. Halley.

Dans le Mémoire que M. le Monnier donna en 1746, sur le mouvement de Saturne, il trouva (pages 696 & 710) que l'erreur des Tables Carolines de Street avoit été croissante uniformément ou à peu près comme dans la Table ci-jointe.

Sentiment
de
M. le Monnier.

1598.	— 2
1657.	— $20 \frac{1}{2}$
1716.	— $36 \frac{1}{2}$
1583.	— 4
1642.	+ $7 \frac{1}{2}$
1702.	+ $17 \frac{1}{2}$

Il en conclut (page 217) qu'à l'aide des observations antérieures & des configurations semblables de Saturne à l'égard de Jupiter, on peut rectifier les erreurs des Tables, & qu'à même distance de Jupiter à Saturne les révolutions périodiques de Saturne sont sensiblement les mêmes. Le moyen mouvement de Saturne, suivant les Tables Carolines, étoit de $12^{\text{d}} 13' 29''$ par année, plus grand de $8''$ que celui de M. Halley, & tous les soixante ans les erreurs devoient augmenter de $7' 18''$ en plus, en supposant exactes les Tables de M. Halley: par-là il seroit aisé de trouver les erreurs des mêmes Tables par rapport aux observations; mais la Table qui est à la suite de ce Mémoire peut faire voir aisément cette comparaison, en prenant seulement l'opposition de 1658 à la place de celle de 1657. On voit que l'erreur avoit augmenté de $4'$ dans le premier intervalle, & seulement

368 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 de $1' \frac{1}{2}$ dans le second ; cela ne s'écarte que de 2 à 3 minutes
 de la conclusion de M. le Monnier (page 217).

1598.	8 ^c 28 ^d	8 ^c 20 ^d	+ 0' 37"
1658.	9. 11	8. 29	+ 4. 40
1716.	8. 28	7. 29	+ 6. 15
1583.	3. 1	0. 3	+ 2. 11
1642.	3. 1	11. 22	+ 0. 43
1702.	3. 14	0. 3	— 6. 52
1761.	3. 14	11. 22	— 20. 52

Quant au second intervalle examiné par M. le Monnier, on trouve l'erreur négative augmentée de $4' \frac{1}{2}$ dans le second intervalle plus que dans le premier, & quand on y ajoute le troisième intervalle, on trouve $12' \frac{1}{2}$ d'augmentation plus que dans le premier intervalle ; la différence est énorme : on ne peut donc pas dire qu'à l'aide des observations antérieures & des configurations semblables de Saturne à l'égard de Jupiter, on puisse rectifier les Tables.

Ceux qui voudront continuer cette comparaison, n'ont qu'à jeter les yeux sur la Table suivante, j'y ai rassemblé cent huit oppositions ; j'ai placé à côté de chacune l'anomalie moyenne de Saturne, afin qu'on choisisse toujours des positions semblables de Saturne pour les comparer entr'elles ; j'y ai ajouté par la même raison l'angle au Soleil, ou la quantité qui reste en retranchant la longitude héliocentrique de Jupiter de celle de Saturne en opposition, pour qu'on se garantisse de l'effet des attractions de Jupiter, en examinant les inégalités de Saturne ; enfin j'y ai mis l'erreur des Tables de Halley, en moins lorsque les Tables donnent une longitude plus petite que l'observation, & avec un signe + quand la longitude calculée est plus grande que la longitude observée.

OPPOSITIONS

OPPOSITIONS DE SATURNE, observées & comparées
avec les Tables de Halley.

DATE DES OPPOSITIONS. <i>Nouveau style.</i>	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. \mp moins celle de h .	ERREUR des Tables de Halley.
1582. 30 Août.....23 ^h	2 ^f 18 ^d	11 ^f 12 ^d	+ 1' 56"
1583. 12 Septembre..22	3. 1	0. 3	+ 2. 11
1584. 25 Septembre.. 6	3. 13	0. 25	+ 5. 35
1585. 8 Octobre....10	3. 26	1. 16	+ 0. 20
1586. 22 Octobre.... 9	4. 8	2. 5	+ 2. 32
1587. 5 Novembre.. 7	4. 21	2. 23	+ 1. 20
1588. 18 Novembre.. 9	5. 4	3. 8	+ 0. 58
1589. 2 Décembre...12	5. 16	3. 24	+ 2. 23
1590. 16 Décembre..20	5. 29	4. 7	- 3. 38
1591. 30 Décembre...22	6. 12	4. 22	- 0. 54
1593. 13 Janvier.... 1	6. 24	5. 9	+ 0. 22
1594. 27 Janvier.... 3	7. 7	5. 27	+ 0. 27
1595. 9 Février....23	7. 20	6. 17	- 1. 11
1596. 23 Février....10	8. 2	7. 10	+ 1. 10
1597. 7 Mars.....19	8. 15	8. 0	- 1. 32
1598. 20 Mars.....23	8. 28	8. 20	+ 0. 37
1599. 2 Avril.....19	9. 13	9. 10	+ 0. 51
1658. 3 Avril.....17	9. 11	8. 29	+ 4. 40
1659. 16 Avril.....11	9. 23	9. 18	+ 2. 32
1660. 27 Avril.....22	10. 6	10. 5	+ 2. 58
1661. 19 Mai..... 6	10. 19	10. 22	+ 2. 34
1662. 22 Mai.....11	11. 1	11. 9	+ 2. 17
1663. 3 Juin.....14	11. 14	11. 28	+ 3. 9
1664. 14 Juin.....15	11. 26	0. 17	+ 3. 20
1665. 26 Juin.....17	0. 9	1. 8	+ 3. 34
1666. 8 Juillet.....20	0. 22	2. 0	+ 3. 44
1667. 21 Juillet.... 1	1. 4	2. 23	+ 3. 50
1668. 1 Août..... 8	1. 17	3. 16	+ 4. 19
1669. 13 Août.....19	1. 29	4. 7	+ 4. 43
1670. 26 Août.....11	2. 12	4. 26	+ 4. 42

Mém. 1765.

. A a a

370 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

DATE DES OPPOSITIONS. <i>Nouveau style.</i>		ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. de mois celle de ♄.	ERREUR des Tables de Halley.
1671.	8 Septembre... 9 ^h	2 ^r 25 ^d	5 ^r 14 ^d	+ 3' 48"
1672.	20 Septembre... 12	3. 7	6. 0	+ 3. 25
1673.	3 Octobre... 21	3. 20	6. 16	+ 3. 34
1674.	17 Octobre... 12	4. 3	7. 2	+ 3. 11
1675.	31 Octobre... 7	4. 15	7. 18	+ 2. 33
1676.	13 Novembre... 8	4. 28	8. 6	+ 1. 31
1677.	27 Novembre... 12	5. 11	8. 25	+ 0. 15
1678.	11 Décembre... 17	5. 23	9. 16	- 0. 42
1679.	25 Décembre... 23	6. 6	10. 6	- 1. 57
1681.	8 Janvier... 3	6. 19	10. 26	- 3. 5
1682.	22 Janvier... 4	7. 1	11. 14	- 3. 0
1683.	5 Février... 2	7. 14	0. 0	- 3. 22
1684.	18 Février... 18	7. 27	0. 16	- 3. 21
1685.	3 Mars... 5	8. 9	1. 1	- 3. 41
1686.	16 Mars... 11	8. 22	1. 17	- 3. 28
1687.	29 Mars... 11	9. 5	2. 4	- 4. 54
1688.	10 Avril... 6	9. 17	2. 23	- 5. 52
1689.	22 Avril... 21	10. 0	3. 13	- 7. 37
1690.	5 Mai... 7	10. 12	4. 5	- 7. 59
1691.	17 Mai... 13	10. 25	4. 27	- 8. 49
1692.	28 Mai... 17	11. 8	5. 20	- 9. 17
1693.	9 Juin... 20	11. 20	6. 12	- 9. 19
1694.	21 Juin... 21	0. 3	7. 2	- 9. 0
1695.	3 Juillet... 24	0. 15	7. 20	- 9. 11
1696.	15 Juillet... 3	0. 28	8. 8	- 9. 44
1697.	27 Juillet... 9	1. 11	8. 25	- 9. 35
1698.	8 Août... 8	1. 23	9. 12	- 9. 25
1699.	21 Août... 9	2. 6	10. 1	- 9. 25
1700.	3 Septembre... 3	2. 19	10. 20	- 8. 44
1701.	16 Septembre... 3	3. 1	11. 11	- 8. 0
1702.	29 Septembre... 8	3. 14	0. 3	- 6. 52
1703.	12 Octobre... 19	3. 26	0. 24	- 4. 56
1704.	25 Octobre... 12	4. 9	1. 14	- 4. 27

DATE DES OPPOSITIONS. <i>Nouveau style.</i>	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. π moins celle de ψ .	ERREUR des Tables de Halley.
1705. 8 Novembre... 9 ^h	4 ^f 22 ^d	2 ^f 3 ^d	- 2' 42"
1706. 22 Novembre... 10	5. 4	2. 19	- 0. 27
1707. 6 Décembre... 14	5. 17	3. 4	+ 0. 48
1708. 19 Décembre... 18	6. 0	3. 19	+ 2. 23
1710. 2 Janvier... 23	6. 12	4. 3	+ 2. 24
1711. 17 Janvier... 1	6. 25	4. 19	+ 4. 9
1712. 31 Janvier... 0	7. 8	5. 6	+ 4. 11
1713. 12 Février... 19	7. 21	5. 26	+ 4. 47
1714. 26 Février... 8	8. 3	6. 16	+ 6. 5
1715. 11 Mars... 17	8. 16	7. 8	+ 6. 10
1716. 23 Mars... 19	8. 28	7. 29	+ 6. 15
1717. 5 Avril... 16	9. 11	8. 19	+ 6. 51
1718. 18 Avril... 8	9. 24	9. 8	+ 5. 59
1719. 30 Avril... 20	10. 6	9. 26	+ 5. 16
<i>Temps moyen.</i>			
1733. 19 Octob.. 15 ^h 43 ^e	4. 3	6. 22	- 7. 9
1734. 2 Nov... 10. 46	4. 16	7. 8	- 5. 36
1735. 16 Nov... 12. 6	4. 28	7. 26	- 6. 15
1737. 13 Déc... 19. 31	5. 24	9. 5	- 6. 56
1738. 28 Déc... 1. 7	6. 6	9. 25	- 7. 49
1740. 11 Janvier. 4. 57	6. 19	10. 15	- 8. 40
1741. 24 Janvier. 5. 34	7. 2	11. 3	- 6. 2
1742. 7 Février. 3. 3	7. 14	11. 20	- 5. 9
1743. 20 Février. 18. 24	7. 27	0. 7	- 4. 12
1744. 5 Mars... 4. 42	8. 10	0. 22	- 3. 21
1745. 18 Mars... 12. 13	8. 22	1. 8	- 2. 31
1746. 31 Mars... 10. 51	9. 5	1. 24	- 4. 25
1747. 13 Avril.. 5. 2	9. 18	2. 13	- 4. 41
1748. 24 Avril.. 20. 0	10. 0	3. 3	- 7. 3
1749. 7 Mai... 6. 10	10. 13	3. 25	- 7. 55
1750. 19 Mai... 13. 8	10. 25	4. 17	- 9. 43
1751. 31 Mai... 16. 10	11. 8	5. 10	- 12. 14
1752. 11 Juin... 20. 7	11. 21	6. 2	- 11. 58

Aaa ij

DATE DES OPPOSITIONS. • <i>Temps moyen.</i>	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. ζ moins celle de ψ .	ERREUR des Tables de Halley.
1753. 23 Juin... 22. 6 ^h	0 ^l 3 ^d	6 ^l 22 ^d	-13' 4"
1754. 6 Juillet.. 1. 11	0. 16	7. 11	-15. 8
1755. 18 Juillet.. 4. 57	0. 28	7. 29	-15. 51
1756. 29 Juillet.. 12. 0	1. 11	8. 16	-17. 34
1757. 10 Août... 22. 17	1. 24	9. 3	-18. 22
1758. 23 Août... 12. 25	2. 6	9. 21	-20. 13
1759. 5 Sept... 7. 30	2. 19	10. 10	-21. 9
1760. 17 Sept... 8. 11	3. 2	11. 0	-22. 0
1761. 30 Sept... 14. 2	3. 14	11. 22	-20. 53
1762. 14 Octobr. 1. 32	3. 27	0. 13	-20. 56
1763. 27 Octobr. 18. 14	4. 10	1. 4	-19. 51
1764. 9 Nov... 16. 0	4. 22	1. 22	-19. 2
1765. 23 Nov... 17. 6	5. 5	2. 9	-17. 12

En changeant seulement de quelques secondes les six dernières erreurs, on peut les réduire aux quantités suivantes, $22'$, $21\frac{2}{3}$, 21 , 20 , $18\frac{2}{3}$ & 17 , dont la seconde différence est constante, c'est-à-dire, de 20 secondes; en prolongeant cette suite, on pourroit penser que dans l'opposition de 1767, l'erreur des Tables fera de $12\frac{2}{3}$, & de $10'$ seulement dans celle du mois de Janvier 1769.

Si l'on remonte au-delà de 1701, on a peine à trouver les vestiges de cette inégalité; car tandis que de 1701 à 1760, nous voyons le mouvement de Saturne & l'erreur des Tables en moins augmenter de 13 minutes, nous voyons qu'entre 1642 & 1701, la différence n'étoit que de 9 minutes, mais toujours dans le même sens. Je suppose qu'on prenne le milieu entre les deux observations du P. Riccioli, que M. le Monnier a calculées (*Mém. de l'Acad. 1746, page 701*) c'est-à-dire, qu'on suppose que le 28 Septembre 1642, à $8^h 45'$ temps moyen à Paris, la longitude héliocentrique de Saturne étoit de $11^l 22^d 4' 27''$, cette longitude par les Tables de Halley

est de $11^{\circ} 22^{\text{d}} 5' 10''$, la différence est de $43'$; mais M. le Monnier ayant trouvé $5'$ de différence entre deux observations du P. Riccioli, il reste toujours de l'incertitude dans la comparaison que nous venons de faire entre les observations de 1642 & de 1701 : on pourroit croire cependant que l'inégalité dont je parle, quelle qu'en puisse être la cause, avoit déjà commencé en 1701 & quelques années auparavant, puisqu'on trouve une différence de 8 minutes entre le mouvement observé pour lors dans Saturne & celui que les Tables donnoient, mais du moins cette inégalité n'est devenue bien sensible que dans ces dernières années, & dans le dernier siècle elle ne s'aperçoit presque point.

Je ne m'en suis pas tenu aux quatre années d'observations que j'ai examinées en commençant; je ne les ai même rapportées que pour servir d'exemple; toutes celles qui précèdent & qui suivent, quoique faites en différens lieux avec des instrumens fort différens, par des méthodes variées, & par comparaison à toutes sortes d'étoiles, donnent le même résultat; & jusqu'à 1760, l'erreur va toujours en croissant, elle est encore actuellement de 17 minutes; ce n'est même qu'à force de discuter toutes les observations faites depuis Tycho-Brahé jusqu'à présent, que je suis parvenu au résultat singulier qui fait l'objet de ce Mémoire; j'y revenois toujours malgré moi, & ne voyant rien dans la Physique céleste qui pût produire une semblable inégalité, je me refusois toujours à l'évidence de ces observations.

Mais il a fallu enfin reconnoître ce nouveau phénomène & lui soumettre nos théories. Il y a donc, indépendamment de l'attraction de Jupiter, une inégalité dans Saturne dont la cause est toute différente, qui n'avoit pas lieu dans le dernier siècle, qui produit à même distance de Jupiter un effet aussi considérable & même plus grand que celui qui résulte des plus grandes variétés dans la position de Saturne, & qui se réduit principalement à une accélération extraordinaire depuis vingt ans.

Je ne m'arrêterai point à chercher la cause d'un phénomène si singulier, elle me paroît difficile à trouver; peut-être ce

phénomène tient-il à une cause générale & constante dont la loi n'est pas connue; peut-être n'est-ce qu'un effet particulier dû à quelque cause accidentelle, comme l'attraction d'une Comète; les observations anciennes n'ont pu m'éclairer là-dessus; on verra dans la suite de quelle manière ce phénomène pourra se varier ou se perpétuer, & l'on parviendra peut-être alors à en connoître la cause.

Saturne est donc, quant à présent, de toutes les Planètes la moins connue; il sembloit jusqu'ici que la Lune fût la plus rebelle au calcul & à la théorie, cependant l'on est parvenu à représenter toutes ses inégalités à une minute près, par la seule attraction du Soleil. La Lune, disoit-on, est la plus voisine de toutes les Planètes: voilà pourquoi ses inégalités sont si sensibles & si multipliées. Je puis dire actuellement, par une raison contraire, Saturne est de toutes les Planètes la plus éloignée de nous; voilà pourquoi ses inégalités sont si considérables: nous ignorons ce qui se passe dans une sphère si élevée; le mouvement de Saturne est si lent, que la moindre cause suffit pour le troubler; la force du Soleil pour retenir Saturne dans son orbite est si fort diminuée par ce grand éloignement, qu'elle se trouve vaincue ou du moins modifiée par des forces assez médiocres, qui n'auroient peut-être aucune prise sur des Planètes plus voisines du Soleil; celles-ci sont entraînées d'un mouvement rapide, & elles échappent, pour ainsi dire, à des impressions passagères, forcées de rester dans leur orbite par l'intensité & l'énergie de la force centrale du Soleil.

Cette nouvelle inégalité rend très-difficile la détermination du moyen mouvement de Saturne; les oppositions observées par Tycho & comparées avec les nôtres, me paroissent être ce qu'il y a de mieux pour connoître le mouvement de Saturne au temps où nous sommes: les observations de 1582 & de 1583 s'accordent à donner 2 minutes pour l'erreur des Tables en excès; celles de 1759 & de 1760 s'accordent à donner $21\frac{1}{3}$ en défaut; la somme $23\frac{1}{3}$ est la quantité dont le moyen mouvement de Saturne, dans les Tables de Halley, doit être augmenté pour un intervalle de cent soixante-dix-sept

ans, ce qui donne $7''{,}91$ pour chaque année; ainsi le mouvement annuel seroit de $12^d 13' 29''{,}37$, mouvement qui paroît devoir être indépendant de l'action de Jupiter & des élémens de l'orbite de Saturne, puisque j'ai choisi des observations faites dans la moyenne distance de Saturne, & à même degré de commutation par rapport à Jupiter.

Ce mouvement est dans M. Cassini de $12^d 13' 36''$, en sorte que le résultat que je viens de trouver tient à peu-près le milieu entre ceux de M. Cassini & de M. Halley; mais on ne doit pas dissimuler que les observations intermédiaires s'écarteront toujours, quoiqu'on fasse, d'une quantité considérable.

Quand je compare les mêmes observations de Tycho avec celles de 1700 & 1701, ou celles de 1597 & 1599 avec les observations faites vers 1716, je ne trouve plus que 5 secondes, au lieu de 8, à ajouter au mouvement de Saturne qui est établi dans les Tables de Halley, parce que la nouvelle inégalité a été bien plus forte depuis vingt ans qu'elle n'étoit au commencement du siècle.

Il n'est donc pas possible d'assigner, quant à présent, une valeur probable au moyen mouvement de Saturne; il faut se contenter des conjectures que l'on peut tirer d'une année à l'autre pour prédire l'erreur des Tables, ainsi que je l'ai fait depuis quelques années dans la *Connoissance des mouvemens célestes*; j'ai lieu de croire, par exemple, qu'elle sera de 10 minutes en 1769; après cela je ne puis dire autre chose, sinon que depuis vingt ans le mouvement de Saturne a éprouvé une accélération extraordinaire dont on ne sauroit assigner la véritable cause.

CONCLUSION.

