NOUVELLE MÉTHODE POUR CALCULER RIGOUREUSEMENT LES ÉCLIPSES DE SOLEIL,

Et pour en conclure les Longitudes géographiques dans le Sphéroïde aplati, avec de nouvelles remarques pour ſimplifier l'uſage des Projections.

Par M. DE LA LANDE.

LE calcul & l'obſervation d'une éclipſe de Soleil & d'une éclipſe d'Étoile par la Lune, ſe réduiſent à trouver la diſtance apparente en ligne droite du centre de la Lune au centre du Soleil ou de l'Étoile. Lorſque cette diſtance eſt égale au demi-diamètre de la Lune ou à la ſomme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, c'eſt l'inſtant du commencement ou de la fin d'une Éclipſe.

Toutes les méthodes exactes, employées juſqu'ici dans le calcul des Éclipſes, ſuppoſent qu'on ne puiſſe trouver cette diſtance apparente que par le moyen des parallaxes de longitude & de latitude; je m'en ſuis ſervi long-temps moi-même dans le calcul des Éclipſes de la Connoiſſance des Temps: mais ayant cherché à perfectionner la méthode, j'ai reconnu que c'étoit ajouter au calcul une longueur ſuperflue que de chercher la longitude & la latitude apparente pour parvenir à la diſtance.

La méthode que j'ai donnée dans les Mémoires de 1756, pour tenir compte de l'aplatiſſement de la Terre dans le calcul des parallaxes, par le moyen des angles parallactiques, deviendra, par les nouvelles conſidérations que je vais y ajouter, d'une ſimplicité encore plus grande; ſon exactitude ſurpaſſe celle des méthodes ordinaires, & cependant abrège encore le calcul.

Soit S (*fig. 1*) le Soleil ou l'Étoile dont on calcule une Éclipse; ZS le vertical de l'Étoile que je prends pour exemple; PS le cercle de latitude qui passe par l'Étoile & qui forme, avec le vertical, un angle ZSE que j'appelle proprement l'*angle parallactique :* souvent on appelle aussi de ce nom l'angle du vertical avec le cercle de déclinaison ou cercle horaire; mais il faut alors en avertir.

Lorsqu'on demande pour un instant quelconque la distance apparente de la Lune à l'Étoile, on connoît, par les Tables ordinaires de la Lune, la différence de longitude & celle de latitude entre la Lune & l'Étoile: la différence de longitude étant multipliée par le cosinus de la latitude de la Lune, donne la perpendiculaire AE abaissée de la Lune A sur le cercle de latitude PS; & la différence entre les latitudes de la Lune & de l'Étoile donne la distance ES, mesurée sur le cercle de latitude SEP.

Dans le triangle AES, on connoît les deux côtés; il est aisé de trouver l'hypothénuse AS & l'angle ASE, que j'appelle *angle de conjonction*, parce que je serai obligé de le désigner souvent: cet angle est véritablement la mesure de la distance à la conjonction, & il s'évanouit dans le point de la conjonction; ainsi l'on ne peut le désigner par un terme plus approprié que celui d'angle de conjonction.

La différence entre l'angle de conjonction & l'angle parallactique donne l'angle ASZ, formé par le vertical & par la ligne de distance; je l'appellerai *angle de distance*, parce qu'il mesure la distance de la Lune au vertical de l'Étoile: ainsi dans le triangle ASZ, on connoîtra AS & l'angle ASZ; il sera facile de trouver ZS différence de hauteur entre la Lune & l'Étoile, & AZ différence d'azimuth.

La quantité SZ, comparée à la hauteur de l'Étoile que l'on est obligé de connoître par avance, donne la hauteur vraie de la Lune; on trouvera donc la parallaxe de hauteur suivant la méthode ordinaire, en multipliant la différence des parallaxes horizontales, d'abord par le cosinus de la hauteur vraie, ensuite par le cosinus de la hauteur apparente.

Soit prise AL égale à ZB, égale à la parallaxe de hauteur; on en retranchera ZS, & l'on aura SB, différence des hauteurs apparentes de la Lune & de l'Étoile: la différence d'azimuth BL étant égale à AZ, du moins à très-peu près, on connoîtra dans le triangle BSL les deux côtés SB, BL; on trouvera donc l'hypothénuse SL, qui est la distance apparente cherchée du centre de la Lune au centre de l'Étoile.

Si l'on veut mettre dans le calcul une extrême précision; on sera obligé d'appliquer à la différence d'azimuth AZ deux petites corrections pour avoir BL; mais elles sont beaucoup plus faciles dans ma méthode que dans toute autre, & l'on peut très-souvent les négliger.

La première correction vient de ce que le vertical ZB de l'Étoile & le vertical AL de la Lune ne sont pas rigoureusement parallèles; car ces deux verticaux concourent au zénith, & par conséquent leur distance est un peu plus grande en B qu'en Z, parce que le point B est à une plus grande distance du zénith: ainsi il faudra ajouter quelques secondes à la valeur de AZ pour avoir celle de BL.

La seconde correction vient de la parallaxe d'azimuth, qui, dans le sphéroïde, fait paroître la Lune dans un vertical différent de celui où on la verroit si l'on étoit au centre de la Terre; cette correction a été suffisamment expliquée dans le Mémoire que j'ai cité il n'y a qu'un instant. *(Voyez Mém. de l'Academie 1756, page 366 & suiv. & mon ASTRONOMIE, page 649, art. 1309).*

A l'égard de la première correction, elle n'est pas difficile à employer: je vais donner la manière d'en calculer la valeur; & j'en ai publié une Table dans la *Connoissance des mouvemens célestes pour 1764*, au moyen de laquelle il n'y aura dans le calcul aucune difficulté.

Soit Z le zénith *(fig. 2)*, HO l'horizon, ZDB le vertical de l'Étoile, ZAL celui de la Lune, AL la parallaxe de hauteur: ayant tiré deux perpendiculaires AD, LB sur le vertical ZDB de l'Étoile, l'une par le lieu vrai A de la Lune, l'autre par le lieu apparent L; la seconde surpassera la première d'une petite quantité CL, qu'il s'agit d'exprimer algébriquement d'une manière commode. Dans le petit triangle ALC, qui est sensiblement rectiligne, on a $CL = AL$ cos. L; mais par la Trigonométrie sphérique, on a cos. $L = \frac{\text{tang. } BL}{\text{tang. } ZL}$; donc $CL = \frac{AL \text{ tang. } BL}{\text{tang. } ZL}$: mais nommant p la parallaxe horizontale, on a $AL = p$ sin. ZL; donc $CL = p$ tang. $BL \frac{\text{sin. } ZL}{\text{tang. } ZL}$ $= p$ cos. ZL tang. BL. Ainsi la correction que nous cherchions pour l'azimuth vrai BL, est égale au produit de la parallaxe horizontale & de la tangente de la différence apparente d'azimuth, multiplié par le sinus de la hauteur de la Lune.

Supposons la hauteur de la Lune de 60 degrés, sa parallaxe horizontale de 57 minutes, & la différence d'azimuth de 30 minutes ou un demi-degré; on trouveroit 26 secondes pour l'excès CL de la différence apparente d'azimuth BL sur la vraie différence d'azimuth AD, & cette correction ne sauroit guère être plus grande: elle est toujours additive à la vraie différence d'azimuth, pour avoir la différence apparente.

Il n'en est pas de même de la correction dépendante de l'aplatissement de la Terre. Elle est additive, si le vertical de la Lune est du même côté que le pôle élevé, par exemple, du côté du nord pour nous, qui sommes dans l'hémisphère boréal: mais elle est soustractive toutes les fois que le vertical de la Lune est au midi de celui du Soleil ou de l'Étoile, dans les régions boréales; ou au nord, dans les régions méridionales.

Par cette méthode, on trouve la distance apparente SL des deux astres par la seule parallaxe de hauteur, sans employer les parallaxes de longitude & de latitude, qui exigeroient la résolution de plusieurs autres triangles & qui diminueroient la précision du calcul précédent.

Lorsqu'on connoît à peu-près le commencement & la fin d'une Éclipse, c'est-à-dire les distances SC & SF (*fig. 3*) avec les angles CSA, FSA, que forment les signes de diſtances avec le cercle de latitude: on peut trouver, par une expreſſion aſſez ſimple, combien la diſtance apparente de la Lune à l'Étoile ou le rayon CS, diminue en une minute de temps; ce qui ſert à trouver exactement le temps du commencement & de la fin de l'Écliþſe, par le moyen d'une ſeule diſtance apparente calculée rigoureuſement pour chaque phaſe.

On connoît la durée de l'Écliþſe, & par conſéquent le temps que la Lune a employé ſur ſon orbite apparente à aller de C en F; on diviſera une minute par le nombre de minutes que l'Écliþſe doit durer; j'appelle m le quotient qui ſeroit, par exemple, $\frac{1}{100}$ ſi l'Écliþſe devoit durer $1^h\,40'$ ou $100'$: ſi on vouloit avoir le petit changement de diſtance pour $1'\frac{1}{2}$, pour 2 minutes ou tout autre intervalle; on diviſeroit de même cet intervalle par la durée de l'Écliþſe. Cela étant, je dis que m, multiplié par CS & par le ſinus verſe de l'angle CSF, donnera la petite variation que l'on cherche.

En effet, la demi-durée de l'Écliþſe eſt à une minute, comme DC eſt à CG: $CG = 2m \,.\, DC$; mais $DC = CS$ ſin. CSD, & $CH = CG$ ſin. $CGH = CG$ ſin. CSD; donc $CH = 2m \,.\, DC$ ſin. $CSD = 2m \,.\, CS \,.$ ſin. $CSD^2 = m \,.\, CS\,(1 -$ coſ. $2\,CSD) = m \,.\, CS \,.$ ſin. verſe CSF.

Nous ſuppoſons que CS eſt égal à SF; mais dans une Écliþſe ils ne peuvent différer l'un de l'autre, ſi ce n'eſt par l'augmentation du demi-diamètre apparent de la Lune, à raiſon de ſa hauteur plus grande ou plus petite au commencement qu'à la fin de l'Écliþſe; ainſi il ne ſauroit y avoir d'erreur dans une pareille ſuppoſition.

EXEMPLE. Je ſuppoſe que la durée d'une écliþſe de Soleil ſoit de $1^h\,40'$ & $m = \frac{1}{100}$; la ſomme SC des demi-diamètres du Soleil & de la Lune $30'$ ou $1800''$; l'angle FSB de 70^d, & l'angle CSA de $84^d\,10'$, en ſorte que la ſomme CSF ſoit de $154^d\,10'$: le ſinus verſe de $154^d\,10'$ eſt 1,90; en ajoutant au rayon le ſinus de 64 degrés, on aura donc CH ou la petite variation de diſtance en une minute de temps $= \frac{1}{100} \,.\, 1{,}9 \,.\, 1800 = 34'',2$. C'eſt la quantité dont la Lune ſe rapproche du Soleil dans l'eſpace d'une minute.

La même formule ſe démontre encore en tirant du point F une perpendiculaire FK ſur le côté CS prolongé. Alors $CK = CS$ ſin. verſe CSF; mais $CF : CK :: CG : CH$; donc $CH = \frac{CG}{CF}\, CS$ ſin. verſe CSF; & puiſque $CG = m \,.\, CF$, on a $CH = m \,.\, CS$. ſin. verſe CSF. On trouve les logarithmes des ſinus verſes dans pluſieurs Tables de logarithmes; ainſi cette méthode eſt auſſi facile à employer que ſi elle ne renfermoit que des ſinus ſimples ou des tangentes.

Quand on a trouvé les temps du commencement & de la fin d'une Éclipſe, il reſte à en trouver la grandeur, c'eſt-à-dire à trouver la diſtance apparente au temps du milieu de l'Éclipſe. Pour cela, on peut ſuppoſer ſans erreur ſenſible que le temps qui tient un milieu entre le commencement & la fin eſt le temps du milieu de l'Éclipſe : la petite erreur qu'il y a dans cette ſuppoſition ne peut ſe corriger qu'avec beaucoup de calculs, & ne mérite pas qu'on y ait égard ; parce qu'il ne peut en réſulter que quelques ſecondes de différence dans la grandeur de l'Éclipſe : ainſi l'on calculera la diſtance apparente des centres pour ce moment intermédiaire, & l'on en conclura la grandeur de l'Eclipſe avec une exactitude ſuffiſante.

Ayant ainſi la diſtance apparente des centres pour un temps très-voiſin du milieu de l'Éclipſe ; on peut demander de connoître exactement le moment du milieu, c'eſt-à-dire le temps de la plus grande phaſe ; & la diſtance des centres pour ce moment-là, c'eſt-à-dire la plus courte diſtance des centres de la Lune & du Soleil (ou de l'Étoile). Pour cela, il faut chercher l'inclinaiſon de l'*orbite apparente* que la Lune paroît décrire, par l'effet des parallaxes, aux environs du temps que l'on cherche : ſi la Lune eſt près du méridien où la parallaxe varie fort inégalement, cette orbite apparente n'eſt ſenſiblement rectiligne que pendant quelques minutes de temps ; mais pour l'ordinaire on peut la ſuppoſer rectiligne pendant une heure de temps ſans erreur ſenſible.

Lorſqu'on a calculé la diſtance apparente de la Lune au Soleil *SL* (*fig. 1*), il eſt aiſé d'achever la réſolution du triangle *BSL* pour avoir l'angle *S*, qui, retranché de l'angle parallactique *DSB*, donnera l'angle *ESD*, formé par le cercle de latitude & par la ligne de diſtance *SL*. Soit *SG* (*fig. 4*) le cercle de latitude, *SC* la diſtance apparente; ſi, pour un autre inſtant, on cherche auſſi la valeur de *SD*, on trouvera l'angle *DSF*. Connoiſſant la différence de ces angles ou l'angle *DSC* avec les deux côtés *SD* & *SC* du triangle *DSC*, il ſera aiſé de connoître les angles *C*, *D*, & le côté *CD*, qui eſt le mouvement apparent de la Lune dans l'intervalle des deux inſtans.

Ayant abaiſſé une perpendiculaire *SM* ſur l'orbite apparente *DCM*, elle marquera le milieu *M* de l'Éclipſe; ſoit que cette perpendiculaire tombe en dedans du triangle *CSD* ou qu'elle tombe en dehors, il ſera aiſé d'en trouver la valeur: car dans le triangle *CSM*, on connoît *CS* & l'angle *C*, on trouvera *SM* & en même temps *CM*; la ligne ou le ſegment *CM*, ſoit intérieur ſoit extérieur, nous fera connoître le temps où la Lune doit paroître en *M*, c'eſt-à-dire au point de la plus grande phaſe ou du milieu de l'Éclipſe; pour cela, connoiſſant la longueur de *CD* & le temps qui s'eſt écoulé entre les deux poſitions de la Lune en *C* & en *D*, on fera cette proportion, *CD* eſt à l'intervalle de temps qu'il y a entre les deux calculs, comme *CM* eſt au temps écoulé entre le moment où la Lune étoit en *C* & le moment où elle étoit en *M*, c'eſt-à-dire au milieu de l'Éclipſe; cet intervalle de temps qui répond à *CM* étant combiné par addition ou ſouſtraction avec le temps du point *C*, donnera le temps du point *M* ou le temps du milieu de l'Éclipſe.

Après avoir donné la méthode qui ſert à calculer une Éclipſe, je paſſe à celle qui ſert à faire uſage de l'obſervation. De même qu'on a trouvé la diſtance apparente de la Lune à une Étoile par la diſtance vraie, on peut trouver la diſtance vraie lorſqu'on a obſervé la diſtance apparente, c'eſt-à-dire trouver encore la parallaxe de diſtance; c'eſt ce problème

dont

dont la solution nous intéresse, principalement lorsqu'il s'agit de trouver les Longitudes géographiques par le moyen de l'observation d'une Éclipse.

La méthode la plus naturelle consiste à trouver l'heure de la conjonction vraie par le moyen de l'observation des phases de l'Éclipse; quand on a trouvé l'heure de la conjonction vraie en deux endroits différens, l'intervalle de temps entre les deux résultats est la différence des méridiens en temps, que l'on peut convertir à raison de 15 degrés par heure, si l'on veut avoir la différence de longitude en degrés.

Trouver le temps de la conjonction vraie, par l'observation de deux distances de la Lune à une Étoile.

Ce problème est général; il peut s'appliquer à deux phases quelconques qu'on auroit observées dans une Éclipse de Soleil, & le cas où l'on auroit l'immersion & l'émersion d'une Étoile cachée de la Lune, n'en est qu'un cas particulier.

Soit S l'Étoile dont on a observé la distance à la Lune; SC & SD les deux distances observées: on calculera pour les deux instans d'observations les parallaxes de hauteur AC, BD; les distances apparentes SC, SD; & les distances vraies SA, SB de la manière indiquée ci-dessus; & la différence entre chaque distance apparente & chaque distance vraie, que j'appelle *parallaxe de distance*, étant appliquée à la distance observée & apparente, donnera la distance vraie qui répond à la distance apparente: ainsi on connoîtra les distances vraies SA & SB; mais on connoît aussi le mouvement vrai de la Lune AB dans le même intervalle de temps; ainsi l'on a les trois côtés du triangle SAB: l'on cherchera l'angle BAS; on en ôtera l'angle BAE, inclinaison de l'orbite lunaire sur l'écliptique trouvée par le mouvement en longitude & en latitude; & l'on aura l'angle SAE: enfin connoissant SA & l'angle SAE, l'on cherchera SE, différence de latitude, & AE, qui, divisée par le cosinus de la latitude vraie de la Lune, donnera la différence vraie de longitude entre la Lune & l'Étoile; d'où il est aisé de déduire l'heure de la conjonction vraie en longitude. C. Q. F. T.

REMARQUES sur la Méthode des Projections.

Toutes les fois qu'on veut calculer une Éclipse par les méthodes rigoureuses & exactes, telles que la méthode que je viens d'expliquer, il est commode & même nécessaire de faire un calcul préliminaire à 2 ou 3 minutes près, par le moyen de la projection; le résultat de la projection est même suffisant pour prédire une Éclipse, car à quoi sert la grande précision que l'on met dans ces sortes de calculs? il vaudroit bien mieux employer le même temps à tirer des conséquences de l'observation de quelque Éclipse.

L'avantage & la facilité que nous offre la méthode graphique des projections m'ont fait desirer de la rendre plus universelle & plus commode encore qu'elle ne l'étoit avant moi. J'ai fait voir dans mon ASTRONOMIE, comment on peut décrire de grandes ellipses, les faire servir pour différentes parallaxes & pour différens pays: j'ajouterai à ce Mémoire la figure de plusieurs ellipses divisées en heures & en douzièmes d'heures, c'est-à-dire de 5 en 5 minutes; elles serviront à calculer des Éclipses, suivant la méthode que j'ai expliquée dans mon ASTRONOMIE, en annonçant les figures que je joins actuellement à ce Mémoire (*ASTRONOMIE, art. 1456*).

Je n'ai représenté qu'un quart de ces ellipses, parce que les trois autres quarts pourront aisément se calquer sur un seul quart; la demi-longueur de ces ellipses est divisée en 1000 parties, & leur demi-largeur est le sinus de la déclinaison du Soleil ou de l'Étoile, pris dans les Tables ordinaires des sinus; les demi-largeurs des douze ellipses qui sont à la fin de ce Mémoire, sont marquées dans la Table ci-jointe. On en peut conclure que pour un degré de déclinaison, ce demi-petit axe ne varie que de 17 parties, & l'étendue de ces 17 parties ne peut faire sur l'orbite de la Lune ou sur le cercle de latitude qu'environ 1′ 20″ d'erreur: il suffiroit

DÉCLIN.	PETIT AXE.
0	0
3	52
6	105
9	156
12	208
15	259
18	309
21	358
24	407
27	454
30	500

donc d'avoir ces ellipses tracées de degré en degré pour qu'il n'y eût jamais 40 secondes d'erreur à se servir de l'ellipse la plus voisine du degré de déclinaison donné : or l'on ne peut jamais répondre dans ces opérations-là, ni même dans des calculs rigoureux, d'une erreur de 40 secondes sur la longitude de la Lune ou sur sa latitude. Ainsi, à cet égard, on a dans ces figures une précision très-suffisante ; il suffira donc à ceux qui voudront étendre l'usage des ellipses que je donne ici, de les achever de degré en degré. Cette opération est facile, car les perpendiculaires abaissées sur le grand axe commun de ces ellipses, passent par les mêmes points horaires de toutes les ellipses ; par exemple, la ligne *AB fig. 6*, abaissée sur le grand axe *CD* à 500 parties du centre, marque 3 heures sur toutes les ellipses, comme *FAD, EGD;* & en subdivisant les parties de cette ligne droite, on auroit les points de trois heures pour toutes les ellipses intermédiaires : par exemple, en divisant l'espace *EF* & l'espace *AG* chacune en trois parties, on aura les points par où doivent passer deux ellipses intermédiaires entre les ellipses *FAD, EGD.*

Ces ellipses peuvent servir indifféremment ponr toutes les latitudes, c'est-à-dire pour tous les pays de la terre; il suffit de placer le centre de la projection à la distance convenable. J'ai démontré dans mon ASTRONOMIE, *art. 1465*, que cette distance est égale à la tangente de la latitude multipliée par le cosinus de la déclinaison, en prenant pour unité le demi-diamètre du parallèle ou le demi-axe de l'ellipse; d'où il a été facile de construire la Table suivante, qui suppose le demi-axe de l'ellipse divisé en 1000 parties. L'on verra dans cette Table combien il faut prendre de parties sur l'échelle du grand axe; on portera ce nombre de parties sur le petit axe prolongé au-dessous de l'ellipse, en partant du centre de l'ellipse; & l'on aura le centre de la projection pour la latitude donnée.

LATIT. géograph.	DÉCLINAISON DU SOLEIL OU DE L'ÉTOILE.										RAYON de projection.
	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
10	176	176	175	174	172	170	168	165	161	157	1015
20	364	363	362	359	356	352	346	340	332	324	1064
30	577	577	575	570	565	558	549	539	527	514	1155
40	839	838	834	829	821	810	798	783	766	748	1305
45	1000	999	995	988	978	966	951	934	914	891	1414
50	1192	1190	1185	1175	1166	1151	1133	1113	1089	1062	1556
55	1422	1426	1420	1410	1397	1380	1358	1333	1305	1272	1743
60	1732	1730	1723	1711	1694	1673	1647	1617	1582	1543	2000

Du centre trouvé, l'on décrira un cercle avec un rayon égal à la ſécante de la latitude du lieu que j'ai miſe dans la dernière colonne de cette Table, & l'on aura le cercle de projection (*Astronomie, art. 1477 & 1616*). Si l'on veut conſerver le même rayon de projection pour toutes les valeurs poſſibles de la parallaxe horizontale de la Lune, il faudra faire une échelle ſemblable à celle que j'ai donnée dans mon *Astronomie, fig. 117,* dont les lignes ſoient entr'elles en raiſon inverſe des parallaxes qui y ſont marquées; & cette échelle devra être différente pour les différentes latitudes des lieux où l'on ſe ſervira de ces ellipſes: par exemple, ayant pris pour Londres la ſécante de $51^d\ 31'$, qui eſt 1607, on ſuppoſera que cette ligne exprime la parallaxe de 60 minutes, & on la diviſera en 60 parties; on fera enſuite cette proportion 53 eſt à 60 comme 1607 eſt à 1819; c'eſt la longueur de la ligne qui devra ſervir d'échelle quand la parallaxe ſera de 53 minutes: on aura de même l'échelle convenable à toute autre parallaxe.

Les erreurs que l'on peut commettre dans les opérations graphiques ſont aiſées à calculer, & je vais en donner une eſtimation qui puiſſe raſſurer ſur la préciſion de cette méthode tous ceux qui euſſent été tentés de la dédaigner.

Commençons par eſtimer la préciſion que comporte l'étendue de ces figures: on voit ſur l'échelle du grand axe, qu'une

Pla. I.

Fig. 1.

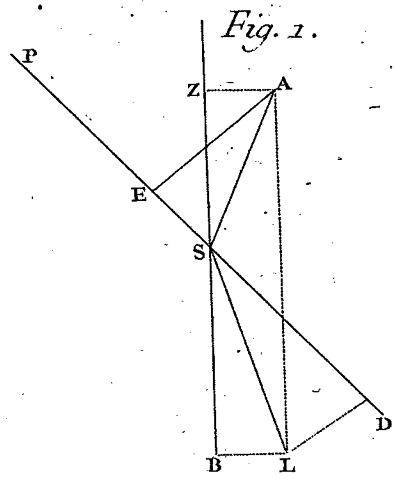


Fig. 4.

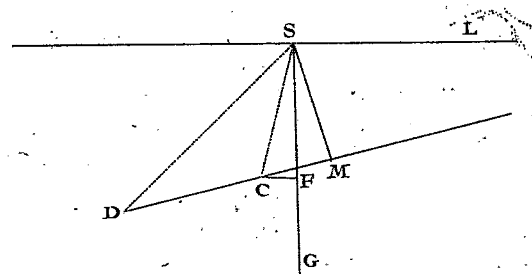


Fig. 2.

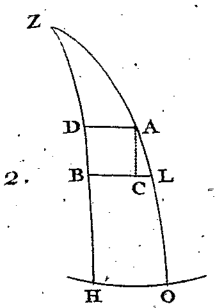


Fig. 5.

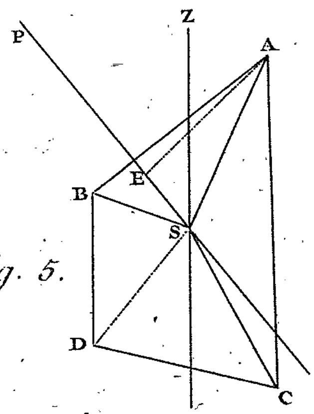


Fig. 3.

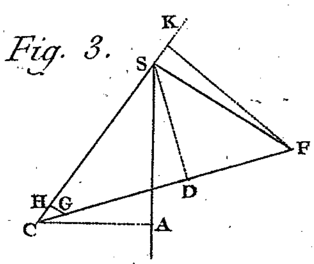
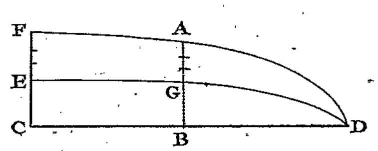
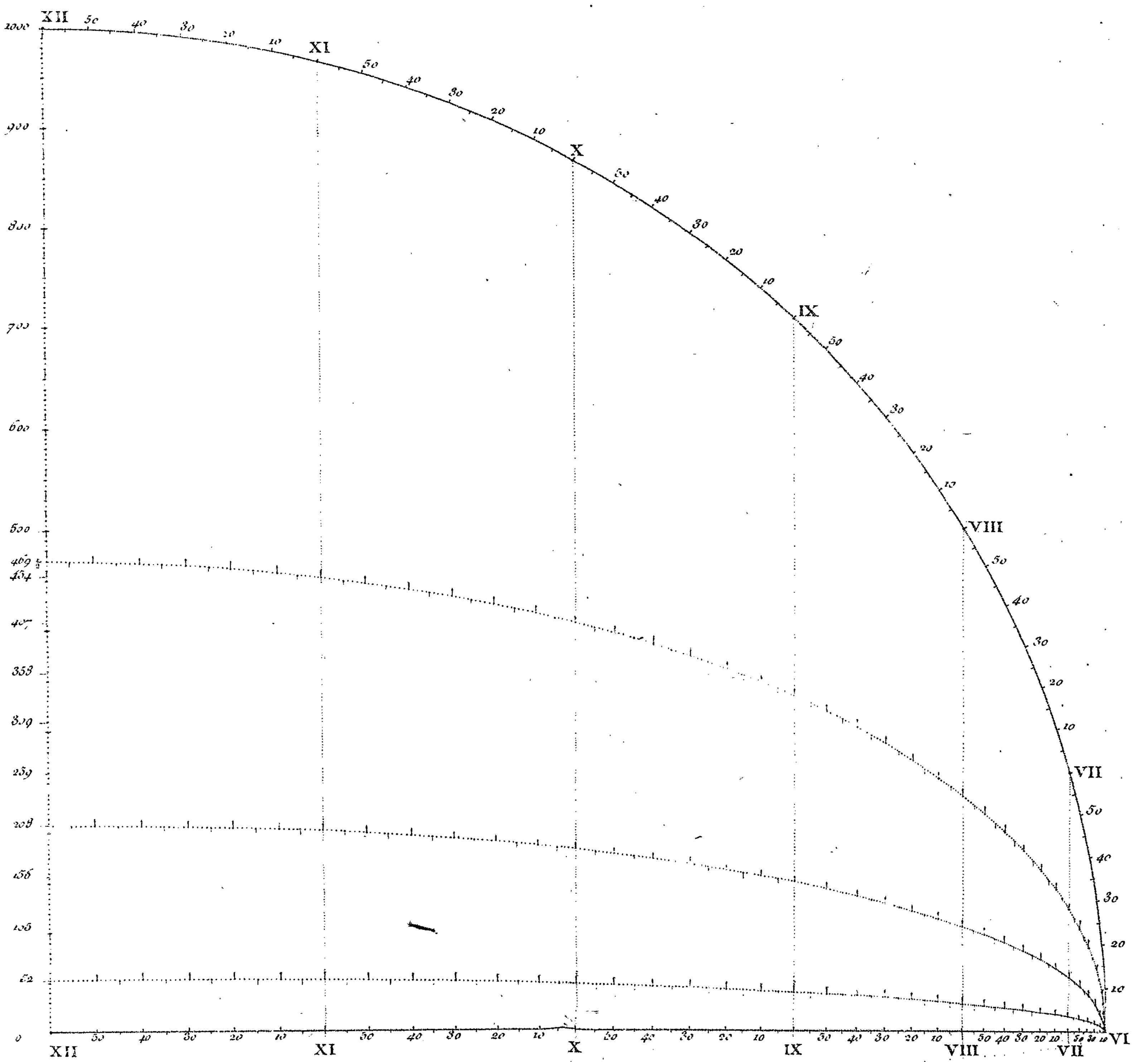


Fig. 6.



Pla. II.


XII
XI
X
IX
VIII
VII
VI
1000
900
800
700
600
500
469 ½
454
407
353
309
259
208
156
105
52
0

des divisions, qui vaut 5 parties ou 5 millièmes du demi-axe, est très-sensible; & si l'on veut opérer bien exactement, on ne fera guère d'erreur plus grande: or les 5 parties n'occupent jamais plus d'environ 24 secondes sur l'orbite de la Lune: ainsi l'on ne doit pas se tromper de plus de 24 secondes sur la grandeur de l'Eclipse, quantité absolument insensible dans la prédiction que l'on en fait, puisque l'erreur des Tables peut être cinq à six fois plus grande.

Passons donc à l'erreur de la méthode, qui consiste principalement en ce que l'on y suppose la parallaxe proportionnelle au cosinus de la hauteur vraie du Soleil, tandis qu'elle est proportionnelle au cosinus de la hauteur apparente de la Lune: dans les plus grandes hauteurs, la parallaxe ne varie que d'une minute par degré; il ne peut y avoir qu'un demi-degré de distance entre le Soleil & la Lune dans une Éclipse; ainsi quand les deux Astres seroient dans le même vertical & que ce seroit le commencement de l'Éclipse ou la fin, il n'y auroit que 30 secondes d'erreur sur leur distance apparente, prise dans la figure.

Cette erreur ajoutée avec la première ne fait pas une minute; & comme l'erreur de nos Tables va souvent aussi loin, on peut dire que dans la prédiction d'une Éclipse, la précision de la méthode égale celle des élémens qu'on y emploie. Il est donc prouvé que l'opération graphique suffit pour annoncer les Éclipses avec l'exactitude que comporte l'état actuel de l'Astronomie; c'est pourquoi je pense que sans vouloir se piquer d'une inutile exactitude dans la prédiction des Éclipses, on devroit réserver le travail qu'il y a dans le calcul des parallaxes à des observations déjà faites & dont on pourroit tirer des conséquences utiles: il y a beaucoup de points de la Terre dont la longitude est mal connue, parce qu'on n'a pas encore pris la peine de calculer les Éclipses qui y ont été observées.

Les douze Ellipses dont on trouvera les figures ci-après, sont tracées pour 3 degrés, 6 degrés $\frac{1}{3}$, 9 degrés, 12 degrés, 15 degrés, 17 degrés, 18 degrés, 19 degrés, 20 degrés $\frac{1}{2}$, 22 degrés $\frac{1}{3}$, 23 degrés $\frac{1}{3}$, & 28 degrés.