MÉMOIRE SUR LES INÉGALITÉS DE MARS PRODUITES PAR L'ACTION DE LA TERRE, *En raiſon inverſe du carré de la diſtance.*

Par M. DE LA LANDE.

LES Équations qui ſont l'objet de ce Mémoire, étant très-ſenſibles, exigent toutes les conſidérations qui rendent long & délicat le calcul des attractions céleſtes; l'excentricité de Mars qui eſt fort grande, & celle de la Terre qui ne ſauroit ſe négliger, doivent entrer dans le calcul des diſtances, & les équations du centre dans le calcul des angles. Je n'ai pas cru devoir, dans ces premiers calculs, pouſſer la préciſion plus loin que M. Euler ne s'étoit cru obligé de le faire en calculant les troubles de Jupiter & de Saturne; & j'ai ſuppoſé que le carré de l'excentricité de Mars étoit une fraction négligeable: cependant ayant diſcuté quelques-uns des termes que le carré de l'excentricité pouvoit produire, j'en ai compoſé des formules ſéparées que je rapporterai dans un autre Mémoire. 24 Janvier 1761.

I. Parmi les notions préliminaires qu'exigent les recherches dont je vais rendre compte, je ſuppoſerai celles qui ſont dans un Mémoire ſur les inégalités de Vénus produites par l'attraction de la Terre, Mémoire que j'ai lû à l'Académie en 1760; ainſi il ſera inutile d'inſiſter aujourd'hui ſur l'évaluation de la formule $(h - \text{coſ.}\, x)^m$ par le moyen des quadratures; elle s'y trouve ſuffiſamment détaillée.

Soit donc l'expreſſion générale des coëfficiens de la ſérie, telle que M. Clairaut l'a donnée dans ſon Mémoire ſur les inégalités de la Terre, je déſignerai par $\dot{A}$ le premier terme de la ſérie, quand m eſt indéterminée, par A' lorſque m eſt égale à $\frac{-5}{2}$ comme elle le ſera *(art. XVI)*, & par A tout ſimplement lorſque $M = \frac{-3}{2}$, comme cela avoit lieu dans le Mémoire où il s'agiſſoit des inégalités de Vénus ; il en eſt de même des caractères $\dot{B}$, B' & B: voici donc l'expreſſion générale, quand m eſt indéterminée.

$$\dot{C} = \frac{2\dot{B}h + 2m\dot{A}}{m+2} \qquad \dot{D} = \frac{4\dot{C}h + (m-1)\dot{B}}{m+3}$$

$$\dot{E} = \frac{6\dot{D}h + (m-2)\dot{C}}{m+4} \qquad \dot{F} = \frac{8\dot{E}h + (m-3)\dot{D}}{m+5}$$

&c.

Je ſuppoſe que l'on veuille les employer dans le cas où $m = -\frac{5}{2}$ qui aura lieu ci après *(art. XVI)* on trouve

$$C' = 10A' - 4B'h$$

$$D' = 8C'h - 7B'.$$

$$E' = \frac{12D'h - 9C'}{3}$$

$$F' = \frac{16E'h - 11D'}{5}$$

$$G' = \frac{20F'h - 13E'}{7}, \text{ \&c.}$$

en ſorte qu'on trouvera tous les termes par le moyen des deux premiers.

II. Connoiſſant les termes A & B de la ſérie qui exprime $(h - \text{coſ.} x)^m$, & dont j'ai donné le calcul détaillé dans mon premier Mémoire, on a beſoin de connoître $(h - \text{coſ.} x)^{m-1}$; pour y procéder par la voie la plus facile, M. Clairaut commence par chercher les coëfficiens de $(h - \text{coſ.} x)^{m+1}$ par le moyen de ceux de $(h - \text{coſ.} x)^m$, & enſuite il renverſe la queſtion comme nous le dirons dans un moment: ſuppoſons donc $A' + B' \text{ coſ. } x, \&c. = (h - \text{coſ.} x)^{m+1}$ $= (h - \text{coſ.} x) \cdot (h - \text{coſ.} x)^m = hA + hB \text{ coſ.} x$ $+ hC \text{ coſ. } 2x, \&c. - \text{coſ.} x (A + B \text{ coſ.} x + C \text{ coſ. } 2x, \&c.)$ $= hA - \frac{B}{2} + (-A + hB - \frac{C}{2}) \text{ coſ.} x$

$+ (hC - \frac{B}{2})$ cos. $2x + (hD - \frac{C}{2})$ cos. $3x$, &c.
ainsi le premier terme tout constant est $hA - \frac{B}{2}$; nous l'avons nommé $A^{\backprime}$, & le second $hB - A - \frac{C}{2}$ que nous avons supposé $= B^{\backprime}$.

En général, comme on l'a vû dans le Mémoire cité, quelle que soit la valeur de m, on a $\dot{C} = \frac{2\dot{B}h - 2\dot{A}m}{2 + m}$: donc en substituant dans l'expression de $B^{\backprime}$ la valeur de $\frac{C}{2}$, on aura le second terme $B^{\backprime} = Bh - A - \frac{Bh + Am}{2 + m}$ $= \frac{(1 + m)}{2 + m}(Bh - 2A)$; ainsi nous avons les deux premiers termes de la série qui exprime $(h - \text{cos.}\,x)^{m+1}$.

III. Pour trouver les termes de $(h - \text{cos.}\,x)^{m-1}$ par le moyen des termes de $(h - \text{cos.}\,x)^{m}$, c'est précisément la même chose que de chercher les termes de $(h - \text{cos.}\,x)^{m}$ par le moyen de ceux de $(h - \text{cos.}\,x)^{m+1}$: on mettra dans les valeurs précédentes de $A^{\backprime}$ & $B^{\backprime}$, $m - 1$ à la place de m, & m à la place de $m + 1$, & supposant $(h - \text{cof.}\,x)^{m-1} = A' + B'\,\text{cos.}\,x + C'\,\text{cos.}\,2x$, &c. on mettra aussi dans les formules précédentes A pour A', B pour B', $A^{\backprime}$ pour A & $B^{\backprime}$ pour B, après avoir exprimé A & B, valeurs de $(h - \text{cos.}\,x)^{m}$, par le moyen de $A^{\backprime}$ & $B^{\backprime}$, valeurs de $(h - \text{cos.}\,x)^{m+1}$. Ainsi puisque $A^{\backprime} = hA - \frac{B}{2}$, on a $B = 2hA - 2A^{\backprime}$, & puisque $B^{\backprime} = \frac{(1 + m)Bh - 2A(1 + m)}{2 + m}$, on a aussi $B = \frac{B^{\backprime}(2 + m) + 2A(1 + m)}{(1 + m)h}$, & faisant une équation de ces deux valeurs de B,

on a $2hA - 2A^{\backprime} = \frac{B^{\backprime}(2 + m) + 2A(1 + m)}{(1 + m)h}$

$2hA\,(1 + m)\,h - 2A\,(1 + m) = B'\,(2 + m)$
$+ 2A'\,(1 + m)\,k$, & $A = \frac{B'\,(2 + m) + 2A'\,(1 + m)\,h}{2\,(hh - 1)\,(1 + m)}$.
C'eſt le premier terme de $(h - \text{coſ.}\, x)^m$ exprimé par le moyen de $(h - \text{coſ.}\, x)^{m+1}$; & faiſant les ſubſtitutions énoncées ci-deſſus, de m à la place de $m + 1$, & de $m + 1$ à la place de $m + 2$, de A à la place de A', de B au lieu de B' & de A' au lieu de A, on aura $A' = \frac{B\,(1 + m) + 2Amh}{2\,(hh - 1)\,m}$.
Pour avoir la valeur de B', il faut tout de même prendre deux valeurs de A, $A = \frac{B + 2A'}{2h}$, $A = \frac{B\,(1 + m)\,h - B'\,(2 + m)}{2\,(1 + m)}$, donc $B = \frac{B'h\,(2 + m) + 2A'\,(1 + m)}{(hh - 1)\,(1 + m)}$, & faiſant les ſubſtitutions précédentes, $B' = \frac{Bh\,(1 + m) + 2Am}{m\,(hh - 1)}$. Ce ſont les premiers termes de la valeur de $(h - \text{coſ.}\, x)^{m-1}$ exprimés par le moyen de ceux de $(h - \text{coſ.}\, x)^m$: c'eſt par le moyen de cette formule qu'on a déterminé les valeurs de C, D, qui ſont à la fin de l'article I.er

IV. Pour parvenir à l'expreſſion des diſtances de Mars à la Terre, ſoit la diſtance moyenne de la Terre au Soleil . . . a.
la diſtance moyenne de Mars au Soleil . . . . . . 1.
la diſtance vraie de Mars au Soleil . . . . r.
l'angle de commutation . . . . t.
l'anomalie vraie de Mars . . . . u.
l'anomalie vraie de la Terre . . . . z.
l'excentricité de Mars . . . . e.
l'excentricité de la Terre . . . . c.
la diſtance de Mars à la Terre . . . . s.

Suppoſons que le moyen mouvement de la Terre ſoit au moyen mouvement de Mars, comme $1 + n$ eſt à 1, il s'enſuit que lorſque le mouvement moyen de Mars eſt x, celui de la Terre dans le même temps eſt $(1 + n)x$, & nx leur différence ou l'angle de commutation compris entre les longitudes héliocentriques moyennes des deux Planètes; la valeur de u déduite des Tables de M. Halley, eft 0,88075, celle de a eft 0,6563, la valeur de e eft 0,086486, & celle de c eft 0,01682.

Suivant la manière ufitée d'exprimer le côté d'un triangle rectiligne par le moyen des deux autres & de leur angle compris, on aura $s = \sqrt{(a^2 + r^2 - 3ar \text{ cof. } t)}$. Subftituant dans cette expreffion à la place de r & de r^2, leurs valeurs approchées $1 + e \text{ cof. } u$ & $1 + 2e \text{ cof. } u$, elle devient

$$s = \sqrt{(a^2 + 1 + 2e \text{ cof. } u - 2a \text{ cof. } t - 2ae \text{ cof. } u \text{ cof. } t)},$$

ou $\sqrt{\left[2a\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{cof. } t\right) + 2ea\left(\frac{1}{a} - \text{cof. } t\right) \text{cof. } u\right]}$;

ainfi $\frac{1}{s^3} = \left[2a\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{cof. } t + 2ea\left(\frac{1}{a} - \text{cof. } t\right) \text{cof. } u\right]^{-\frac{3}{2}}$

$= 2a^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{cof. } t\right)^{-\frac{3}{2}} - 3ea \,.\, 2a^{-\frac{5}{2}}\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{cof. } t\right)^{-\frac{5}{2}} .$

$\left(\frac{1}{a} - \text{cof. } t\right) \text{cof. } u$: cette valeur de $\frac{1}{s^3}$ eft la principale quantité qu'il s'agit d'évaluer pour exprimer les forces perturbatrices que la Terre exerce fur la planète de Mars.

V. Soit $\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{cof. } t\right)^{-\frac{3}{2}} = A + B \text{ cof. } t + C \text{ cof. } 2t$, $+ D \text{ cof. } 3t$, &c. $= (1{,}090 - \text{cof. } t)^{-\frac{3}{2}}$, on aura

$$A = \int \frac{(1{,}09 - \text{cof. } t)^{-\frac{3}{2}} dt + \int (1{,}09 + \text{cof. } t)\, dt}{180^d}, \text{ \&}$$

$$B = \int \frac{\text{cof. } t\, (1{,}09 - \text{cof. } t)^{-\frac{3}{2}} dt - \int \text{cof. } t\, (1{,}09 + \text{cof. } t)^{-\frac{3}{2}} dt}{90^d}.$$

Si l'on fuppofe t de 0^d, 2^d, 4^d, 6^d, &c. & qu'on calcule ainfi quatre-vingt-dix termes pour la valeur de A, & autant pour la valeur de B, on trouvera les nombres rapportés dans la Table fuivante.

Pour le premier quart-de-cercle, t *étant depuis zéro jusqu'à 90 degrés.*

t	ÉLÉMENS de la valeur de A.	ÉLÉMENS de la valeur de B.	t	ÉLÉMENS de la valeur de A.	ÉLÉMENS de la valeur de B.
0	37,04	37,64	46	4,024	2,802
2	36,66	36,64	48	3,662	2,451
4	35,58	35,49	50	3,344	2,149
6	33,90	33,70	52	3,061	1,885
8	31,75	31,44	54	2,810	1,651
10	29,30	28,86	56	2,586	1,446
12	26,71	26,13	58	2,332	1,264
14	24,15	23,43	60	2,206	1,103
16	21,68	20,84	62	2,046	0,9605
18	19,32	18,37	64	1,904	0,8344
20	17,16	16,13	66	1,771	0,7201
22	15,22	14,12	68	1,653	0,6191
24	13,48	12,32	70	1,546	0,5287
26	11,96	10,75	72	1,449	0,4478
28	10,61	9,368	74	1,360	0,3750
30	9,433	8,169	76	1,280	0,3098
32	8,400	7,123	78	1,207	0,2510
34	7,457	6,182	80	1,140	0,1979
36	6,713	5,432	82	1,078	0,1501
38	6,026	4,748	84	1,022	0,1068
40	5,422	4,154	86	0,9707	0,0677
42	4,895	3,637	88	0,9229	0,0322
44	4,430	3,187	90	0,8787	0,0000

On pourroit dans ces sortes de calculs subdiviser encore les 90 degrés, & calculer un plus grand nombre d'élémens vers le commencement de l'angle t, où leur marche est la plus inégale.

Pour

Pour le second quart-de-cercle, la commutation t *étant de 90 à 180 degrés.*

t	ÉLÉMENS de la valeur de *A*.	ÉLÉMENS de la valeur de *B*.	t	ÉLÉMENS de la valeur de *A*.	ÉLÉMENS de la valeur de *B*.
90	0,8787	0,0000	136	0,4110	0,2956
92	0,8381	0,0293	138	0,4030	0,2995
94	0,8004	0,0558	140	0,3955	0,3030
96	0,7655	0,0802	142	0,3886	0,3062
98	0,7340	0,1021	144	0,3830	0,3099
100	0,7046	0,1223	146	0,3762	0,3119
102	0,6763	0,1406	148	0,3706	0,3143
104	0,6505	0,1574	150	0,3656	0,3166
106	0,6264	0,1727	152	0,3609	0,3186
108	0,6043	0,1868	154	0,3565	0,3204
110	0,5835	0,1996	156	0,3525	0,3226
112	0,5640	0,2113	158	0,3491	0,3237
114	0,5460	0,2221	160	0,3457	0,3249
116	0,5295	0,2321	162	0,3430	0,3262
118	0,5137	0,2412	164	0,3405	0;3273
120	0,4988	0,2494	166	0,3382	0,3282
122	0,4850	0,2570	168	0,3363	0,3289
124	0,4728	0,2644	170	0,3346	0,3295
126	0,4601	0,2704	172	0,3334	0,3301
128	0,4488	0,2763	174	0,3322	0,3303
130	0,4383	0,2818	176	0,3314	0,3306
132	0,4287	0,2868	178	0,3312	0,3310
134	0,4193	0,2913	180	0,3310	0,3310

VI. Pour avoir la valeur totale de *A*, on prendra le tiers des extrêmes qui sont 37,04 & 0,3310, quatre tiers des nombres pairs 36,66 . 33,90 . 29,30, *&c.* deux tiers des impairs 35,58 . 31,75, *&c.* on divisera la somme par 90, (ce seroit par 180 si l'on avoit calculé les ordonnées pour tous les degrés) & l'on aura la valeur de A, 5,1506. Quant à la valeur de B, l'opération eſt la même, en obſervant ſeulement de ne diviſer la ſomme que par 45, parce qu'elle ne doit ſe diviſer que par 90, en ſuppoſant que l'on ait des ordonnées pour chaque degré, & l'on aura pour la valeur de B, 8,6147; mais comme ces valeurs de $(1{,}090 - \text{coſ.}\,t)^{-\frac{3}{2}}$ ont beſoin d'être multipliées par $2a^{-\frac{3}{2}}$ pour pouvoir repréſenter $\frac{1}{s^3}$, on aura

$A = 3{,}425$

& $B = 5{,}729$, d'où l'on conclurra par les formules de l'art. I^er^, $C = 4{,}427$

$D = 3{,}320$

$E = 2{,}484$.

Des inégalités où les orbites peuvent être ſuppoſées circulaires.

VII. Commençons maintenant par l'expreſſion algébrique des inégalités qui ne renferment point l'excentricité des Planètes dont il s'agit, & pour leſquelles il ſuffit de connoître les coëfficiens précédens: les deux forces perturbatrices, ainſi que je l'ai démontré fort au long dans mon Mémoire ſur les inégalités de Mars par l'action de Jupiter, ſont exprimées par les quantités ſuivantes, $\varphi = \frac{N}{s^3} - N\left(\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2}\right)\text{coſ.}\,t$

$$\pi = -N\left(\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2}\right)\text{ſin.}\,t$$

$\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2} = aA - \frac{1}{a^2} + aB\,\text{coſ.}\,t + aC\,\text{coſ.}\,2t + aD\,\text{coſ.}\,3t$, *&c.* le reſte de la valeur de $\frac{1}{s^3}$ ſe trouvera diſcuté dans l'art. XV.

$\left(\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2}\right)\text{coſ.}\,t = \frac{aB}{2} + \left(aA - \frac{1}{a^2} + \frac{aC}{2}\right)\text{coſ.}\,t + \left(\frac{aB}{2} + \frac{aD}{2}\right)\text{coſ.}\,2t$, nous nous contenterons ici d'évaluer les termes cof. t & cof. $2t$, les autres étant confidérablement plus petits.

$$\varphi = N\left(\frac{1}{a^2} - aA + B - \frac{aC}{2}\right) \text{cof.}\, t + N\left(C - \frac{aB}{2} - \frac{aD}{2}\right) \text{cof.}\, 2t$$

$$\pi = - N \left[\left(aA - \frac{1}{a^2} - \frac{aC}{2}\right) \text{fin.}\, t + \left(\frac{aB}{2} - \frac{aD}{2}\right) \text{fin.}\, 2t\right]$$

$$\rho = \frac{N}{M} \left[\left(\frac{aA}{n} - \frac{1}{na^2} - \frac{aC}{2n}\right) \text{cof.}\, nu + \left(\frac{aB}{4n} - \frac{aD}{4n}\right) \text{cof.}\, 2nu\right]$$

$= \int \frac{\pi\, du}{M}$; car à la place de t, nous pouvons mettre nu, parce que l'excentricité eft fuppofée nulle, & dès-lors pour intégrer $-$ fin. $nudu$, il ne faut que mettre $+ \frac{\text{cofin.}\, nu}{n}$, nous examinerons enfuite *(art. XXVI)* ce qu'il peut y avoir de défectueux dans cette fuppofition.

VIII. La valeur de Ω qui en général eft $\dfrac{\frac{\varphi r^2}{M} + \frac{\pi r dr}{M du} - 2\rho}{1 + \rho}$, fe réduit dans le cas préfent à $\varphi - 2\rho$, parce que r eft fuppofé conftant & égal à l'unité, que dr eft nul & le divifeur $1 + \rho$ égal à l'unité à caufe de l'extrême petiteffe de ρ: ce n'eft que dans la théorie de la Lune où l'on a égard à ce divifeur, à caufe de la grandeur des équations que l'on cherche, qui exige une précifion beaucoup plus grande; ainfi Ω fera égal à $\frac{N}{M}$ multipliée par les deux termes fuivans,

$$+ \left(B - aA + \frac{1}{a^2} - \frac{aC}{2} - \frac{2aA}{n} + \frac{2}{na^2} + \frac{aC}{n}\right) \text{cof.}\, nu$$

$$+ \left(C - \frac{aB}{2} - \frac{aD}{2} - \frac{aB}{2n} + \frac{aD}{2n}\right) \text{cof.}\, 2nu.$$

IX. Dans cette expreffion, les trois dernières quantités du premier terme & les deux dernières quantités du fecond terme, ont des fignes contraires à ceux que M. Clairaut avoit trouvés pour la Terre *, parce que ces termes proviennent de ρ, que ρ dépend de la force π, & que π a un figne négatif quand la planète troublante eft plus éloignée du Soleil que la planète troublée; car alors la planète fupérieure qui eft

* *Mém. Acad. 1754, p. 553.*

aussi plus lente, tend évidemment à diminuer les aires décrites par la planète troublée, ces aires étant comptées d'un terme fixe quelconque; d'où l'on suppose que les deux planètes sont parties tout-à-la-fois.

X. Pour parvenir à la valeur de z qui est la correction de l'équation générale $\frac{p}{r} = 1 - e \text{ cos. } u$, on sait * que chaque terme de Ω dont la forme est cos. nu, produit un terme $\frac{\text{cos. } nu}{1 - nn}$; ainsi divisant les deux termes ci-dessus, le premier par $1 - nn$ & le second par $1 - 4nn$, on aura la valeur de z, qui se doublera & s'ajoûtera avec ρ; par ce moyen on trouve

$$
\left.\begin{array}{l}
2z + \rho = \frac{2}{1 - nn}\left(B - aA + \frac{1}{a^2} - \frac{aC}{2} - \frac{aC}{n} - \frac{2}{na^2} + \frac{2aA}{n}\right) \\
\qquad - \frac{aA}{n} + \frac{1}{na^2} + \frac{aC}{2n}
\end{array}\right\} \text{cos. } nu
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
\mp \frac{2}{1 - 4nn}\left(C - \frac{aB}{2} - \frac{aD}{2} - \frac{aD}{2n} + \frac{aB}{2n}\right) \\
\qquad - \frac{aB}{4n} + \frac{aD}{4n}
\end{array}\right\} \text{cos. } 2nu
$$

XI. La correction du temps ou de l'expression de la longitude moyenne étant $-\int(2z + \rho)\, du$, il ne faut pour avoir cette intégrale, que multiplier les deux termes précédens par du, & les intégrer, c'est-à-dire les diviser, le premier par n & le second par $2n$, & l'on aura enfin les deux expressions suivantes pour la valeur des équations cherchées, que je suppose toûjours multipliées par $\frac{N}{M}$, & dont j'ai changé les signes pour les raisons ci-après, *art. XIV.*

$$
\left.\begin{array}{l}
+ \frac{2}{(1 - nn)n}\left(B - aA + \frac{1}{a^2} - \frac{aC}{2} - \frac{aC}{n} - \frac{2}{na^2} + \frac{2aA}{n}\right) \\
\qquad - \frac{aA}{n^2} + \frac{1}{n^2 a^2} + \frac{aC}{2n^2}
\end{array}\right\} \text{sin. } nu
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
\mp \frac{2}{(1 - 4nn)2n}\left(C - \frac{aB}{2} - \frac{aD}{2} + \frac{aD}{2n} - \frac{aB}{2n}\right) \\
\qquad - \frac{aB}{8nn} + \frac{aD}{8nn}
\end{array}\right\} \text{sin. } 2nu
$$

* Théorie de la Lune, par M. Clairaut, & Mém. Académ. 1748.

XII. Pour convertir ces expreſſions en ſecondes, il ne faut rien de plus que les valeurs données ci-deſſus *(art. VI)* de A, B, C; on obſervera ſeulement qu'il faut multiplier le tout par la maſſe de la Terre $\frac{N}{M}$, dont le logarithme eſt 4,77139: il faut auſſi réduire les décimales en ſecondes, ce qui ſe fait en les multipliant par le nombre de ſecondes compris dans un arc de $57^d\ 17'\ 44'',8$ qui eſt égal au rayon, & dont le logarithme eſt 5,31442; ainſi l'on ajoûtera aux quantités trouvées par les formules précédentes, de même qu'à celles dont nous aurons à parler dans la ſuite de ce Mémoire, le logarithme compoſé & conſtant 0,08581.

XIII. Il eſt aiſé de concevoir la raiſon de cette dernière opération, ſavoir, la multiplication des quantités trouvées, par $57^d\ 17'\ 44'',8$, ſi l'on conſidère que l'équation $\frac{p}{r} = 1 - e \text{ coſ. } u + z$ eſt une expreſſion de la diſtance d'une Planète ou du rayon vecteur. Ainſi z eſt une fraction du rayon ou de la diſtance moyenne; de même, la quantité $p = \int \frac{\pi r^3 du}{a^2}$ eſt auſſi une fraction du rayon, puiſqu'elle renferme r qui eſt exprimé ci-devant en parties de la diſtance moyenne: donc la correction de la longitude moyenne qui en général eſt $\int rrdu\ (1 - p)$ ne peut être exprimée qu'en parties du rayon; donc ſi l'on veut l'exprimer en parties de la circonférence ou en ſecondes, il faut multiplier le réſultat par le nombre de ſecondes que contient le rayon. Si, par exemple, on avoit pour l'expreſſion de la longitude moyenne $0,0001 \text{ ſin. } t$, ou la dix millième du rayon, le rayon vaut 206265 ſecondes, donc il y aura $20'',6265$ pour la valeur en ſecondes de cette dix millième partie du rayon.

XIV. Par le moyen des réflexions précédentes, & évaluant en nombres les deux formules ci-deſſus, on trouve $+ 13'',3 \text{ ſin. } t - 1'',9 \text{ ſin. } 2t$ pour l'expreſſion de la longitude vraie: on pourroit m'obſerver néanmoins que l'expreſſion de la longitude vraie devroit avoir des ſignes contraires à ceux de la longitude moyenne qu'on a trouvés par les formules précédentes; mais comme l'expreſſion de la longitude moyenne devroit être $-\int(2z + p)\,du$, & que nous l'avons laiſſée poſitive *(art. XI)*, il faut employer les mêmes ſignes que ſi ces deux changemens n'exiſtoient pas.

Des inégalités qui dépendent de l'excentricité de Mars.

XV. Après avoir ainſi déterminé les équations qui auroient lieu ſi les deux orbites étoient concentriques & circulaires, nous allons paſſer à celles qui dépendent de l'excentricité de l'orbite de Mars: celles-ci ſeront les plus conſidérables, parce que cette excentricité étant fort grande, jette une grande variété ſur les diſtances de Mars à la Terre & ſur les directions des forces que la Terre exerce ſur Mars.

La conſidération de l'excentricité exigera premièrement qu'à la place de t qui eſt l'élongation vraie, & de u qui eſt le mouvement vrai de Mars, on ſubſtitue leurs expreſſions en mouvement moyen; ſecondement, que dans la valeur de $\frac{1}{s^3}$ donnée ci-deſſus *(art. IV)*, on évalue le terme qui étoit nul lorſque e étoit égal à zéro, ſavoir,

$$-3ea \cdot 2a^{-\frac{5}{2}}\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{cof.}\, t\right)^{-\frac{5}{2}}\left(\frac{1}{a} - \text{cof.}\, t\right)\text{cof.}\, u.$$

XVI. Pour cet effet, ſoit $\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{cof.}\, t\right)^{-\frac{5}{2}}$ $= A' + B' \text{ cof.}\, t + C' \text{ cof.}\, 2t + D' \text{ cof.}\, 3t$, *&c.* ſuppoſant $\frac{1+a^2}{2a} = h$ & $m = -\frac{3}{2}$ dans les valeurs de l'article III, on trouvera $A' = \frac{B + 6Ah}{6(hh-1)}$ $B' = \frac{Bh + 6A}{3(hh-1)}$, qui étant réduits en nombres & multipliés par $2a^{-\frac{5}{2}}$ dont le logar. eſt 9,704667 deviennent 18,987 & 36,1737, que nous appellerons encore A' & B' pour ſimplifier les expreſſions. On trouvera enſuite par les formules données dans les Mém. de l'Académie de 1760, & rapportées ci-deſſus *(art. I.er)* $C' = 10A' - 4hB' = 32,15$; $D' = 8C'h - 7B' = 27,132$; $E' = 4D'h - 3C = 21,84$.

Pour que l'on aperçoive mieux le progrès & la loi de ces différentes valeurs, on peut les exprimer ainsi.

$$C' = \frac{4B'h - 10A'}{-1}$$

$$D' = \frac{8C'h - 7B'}{+1}$$

$$E' = \frac{12D'h - 9C'}{3}$$

$$F' = \frac{16E'h - 11D'}{5}, \text{ \&c.}$$

XVII. Le terme de l'article XV que nous avons à évaluer, étant un peu trop compliqué pour pouvoir en calculer à la fois toutes les parties, on pourra le diviser en trois parties qui seront les produits de la série $A' + B'$ cos. t $+ C'$ cos. $2t + D'$ cos. $3t$, &c. 1.° par $- 3e$ cos. u, 2.° par $\frac{3}{2}ea$ cos. $(t - u)$, 3.° par $+ \frac{3}{2}ea$ cos. $(t + u)$; mais on ne prendra parmi ces produits que les termes u, $t - u$ & $2t - u$, les autres étant de beaucoup plus petits à cause des divisions qu'ils éprouvent dans la suite du calcul. Le produit de ces multiplications donnera $\frac{1}{s^3}$ qu'il faut encore multiplier par sin. t ou sin. nu qui lui est sensiblement égal, pour avoir $\frac{\text{sin. } t}{s^3} = (\frac{3}{4}eaB' - \frac{3}{2}eA')$ sin. $(n - 1)u$ $+ (- \frac{3}{8}eaB' + \frac{3}{8}eaD' + \frac{3}{4}eC')$ sin. $(n - 1)u$, qui est une portion de la valeur de π; la partie de ρ qui en dépend se trouvera en multipliant par a, divisant par $n - 1$, & changeant les signes: car on sait qu'en général l'intégrale de sin. $(n - 1)udu$ est $= - \frac{\text{cos. } (n-1)u}{n-1}$; ainsi $\rho = \frac{3ae}{2(n-1)}(A' - \frac{1}{4}aB' + \frac{1}{4}aD' - \frac{1}{2}C')$cos. $(n - 1)u$.

XVIII. De même on trouvera $\frac{a}{s^3}$ cos. $t = (\frac{3}{4}ea^2B'$ $- \frac{3}{2}eaA' + \frac{3}{8}ea^2B' - \frac{3}{8}ea^2D' - \frac{3}{4}eaC')$ cos. $(n - 1)u$, qui ôté de $\frac{1}{s^3}$, donnera la valeur de φ $[3eaA' + eB'(-\frac{3}{2} - \frac{9}{8}a^2) + \frac{3}{2}eaC - \frac{3}{8}ea^2D']$ cof. $(n - 1)u$; l'on aura donc facilement $\Omega = \varphi - 2\rho$, qui étant divifé par $1 - (n - 1)^2$, donnera la valeur de $z = \frac{3e}{1-(n-1)^2}$ $[(a - \frac{a}{n-1})A' + (\frac{a^2}{4(n-1)} - \frac{3}{8}a^2 - \frac{1}{2})B' + (\frac{a^2}{2(n-1)} + \frac{1}{2}a)C' + (\frac{-a^2}{4(n-1)} - \frac{1}{8}a^2)D']$ cof. $(n - 1)u$.

XIX. Connoiffant la valeur de z, on en formera celle de $2z + \rho$, qu'il fuffira de divifer par $n - 1$ pour avoir l'intégrale de $(2z + \rho)du$ ou l'expreffion de la longitude moyenne

$$\frac{6e}{(n-1)[1-(n-1)^2]}\Big[(a - \frac{a}{n-1})A' + (\frac{a^2}{4(n-1)} - \frac{3}{8}a^2 - \frac{1}{2})B' + (\frac{a}{2(n-1)} + \frac{1}{2}a)C' - (\frac{a^2}{4(n-1)} + \frac{a^2}{8})D'\Big] + \frac{3ae}{2(n-1)^2}(A' - \frac{1}{4}aB' - \frac{1}{2}C' + \frac{1}{4}aD').$$

XX. Et tel eft enfin le coëfficient de l'équation $(n - 1)u$ qui réfulte de l'excentricité de Mars, dans lequel il eft inutile d'avertir que nous avons omis la quantité $\frac{N}{M}$, c'eft-à-dire, la maffe de la Terre divifée par la fomme des maffes du Soleil & de la Terre, pour éviter l'embarras des parenthèfes, mais que l'on doit fuppléer par-tout depuis l'emploi de φ ou π.

Si l'on réduit en nombres cette expreffion, par le moyen des valeurs de A', B', C', D' (*art. XVI*) & des valeurs de a, de e & de n (*art. IV*), en obfervant auffi ce qui eft prefcrit (*art. XII*), on trouvera $- 19'',5$ fin. $(n - 1)u$ pour l'équation cherchée. Nous donnerons (*art. XXX*) un exemple de cette réduction des formules algébriques en fecondes de degré.

XXI. Cherchons par un calcul femblable le coëfficient de l'équation qui doit dépendre de $(2n - 1)u$; pour cet effet, en multipliant la férie par $- 3e$ cof. $u + \frac{3}{2}ea$ cof. $(n - 1)u + \frac{3}{2}ea$ cof. $(n + 1)u$, on choifira feulement ſeulement pour former $\frac{1}{s^3}$, les termes ſuivans, comme étant les ſeuls qui, multipliés par a ſin. nu, puiſſent donner des termes de la forme $(2n - 1)u$; par ce moyen l'on aura

$$\begin{aligned}\frac{1}{s^3} = &+ (\tfrac{3}{2}eaA' - \tfrac{3}{2}eB' + \tfrac{3}{4}eaC') \text{ coſ. } (n - 1)u \\ &+ (\tfrac{3}{4}eaB' - \tfrac{3}{2}eC' + \tfrac{3}{4}eaD') \text{ coſ. } (2n - 1)u \\ &+ (\tfrac{3}{4}eaC' - \tfrac{3}{2}eD' + \tfrac{3}{4}eaE') \text{ coſ. } (3n - 1)u\end{aligned}$$

Ayant multiplié cette quantité par a ſin. nu, pour avoir la valeur de π, on diviſera par $2n - 1$ pour avoir celle de ρ, en changeant les ſignes; ainſi $\rho = \frac{3ae}{2n-1}(-\frac{1}{4}aA' + \frac{1}{4}B' - \frac{1}{4}D' + \frac{1}{8}aE')$ coſ. $(2n - 1)u$. On multipliera auſſi par a coſ. t, & le produit étant retranché de $\frac{a}{s^3} = (\frac{3}{4}ea^2 B' - \frac{3}{2}eaC' + \frac{3}{4}ea^2 D')$ coſ. $(2n - 1)u$, donnera la valeur de φ $\frac{3ea}{2}(-\frac{1}{2}aA' + B' - \frac{C}{a} - \frac{1}{2}aC' + D' - \frac{1}{4}aE')$ coſ. $(2n - 1)u$; d'où il ſera facile de former $\varphi - 2\rho = \Omega$, qui, diviſé par $1 - (2n - 1)^2$, donnera la valeur de z que M. Clairaut appelle Ξ, $=$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{3ea}{2[1-(2n-1)^2]}\left(-\frac{1}{2}aA' + B' - \frac{C}{a} - \frac{1}{2}aC' + D' - \frac{1}{4}aE'\right) \\ &\frac{3ea}{2(2n-1)[1-(2n-1)^2]}\left(aA' - B' + D' - \frac{1}{2}aE'\right)\end{aligned}\right\} \text{coſ.} (2n-1)u$$

XXII. Cette valeur multipliée par 2, ajoûtée avec ρ, & la ſomme étant diviſée par $2n - 1$, à cauſe de l'intégration de $\int(2z + \rho)\,du$, on aura la valeur de l'équation cherchée $(2n - 1)u$ contenue dans la quantité ſuivante.

$$\begin{aligned}&\frac{3ea}{(2n-1)[1-(2n-1)^2]}\left[-\tfrac{1}{2}aA' + B' - C(\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{2}a) + D' - \tfrac{1}{4}aE'\right] \\ &+ \frac{3ea}{(2n-1)^2[1-(2n-1)^2]}(aA' - B' + D' - \tfrac{1}{2}aE') \\ &+ \frac{3ea}{4(2n-1)^2}(-aA' + B' - D' + \tfrac{1}{2}aE');\end{aligned}$$

& cette valeur étant réduite en nombres comme la précédente, en obſervant ce qui eſt preſcrit *(art. XII)*, ſe trouvera être $+ 8'',0 \text{ ſin. } (2n - 1)u$.

XXIII. On peut voir dans la pièce de M. Clairaut, ſur la théorie de la Lune, dans les Mémoires de l'Académie de 1754, & dans mes deux Mémoires précédens ſur cette matière, qu'outre les termes de Ω, qui renferment φ & ρ, il y en a encore un, ſavoir $\frac{\pi r dr}{M du}$, dont nous n'avons point fait uſage dans le calcul précédent : or, puiſque $r = 1 + e \text{ coſ. } u$, $dr = - e \text{ ſin. } u\, du$, $\frac{dr}{du} = - e \text{ ſin. } u$, on auroit $\frac{\pi r dr}{M du} = - \frac{e \pi \text{ ſin. } u}{M}$, en en faiſant le calcul, on verroit qu'il n'en réſulte que des termes $(n + 2)u$, $(n - 2)u$, qui ſont tous très-petits, ou des termes nu, $2nu$, que nous avons diſcutés *(art. XIV)*; ainſi nous n'entrerons dans aucun détail à ce ſujet.

XXIV. La première partie de $\frac{1}{s^3}$, diſcutée dans l'article V & les ſuivans; ſavoir, $A + B \text{ coſ. } t + C \text{ coſ. } 2t + D \text{ coſ. } 3t$, peut auſſi produire quelques termes affectés de l'excentricité, & cela pour deux raiſons; la première, c'eſt que la valeur de t, en moyens mouvemens, ſuppoſe des termes dans leſquels entre l'excentricité; la ſeconde, c'eſt que la correction du temps, ou l'expreſſion de la longitude moyenne, renferme une partie dont nous n'avons pas encore tenu compte, ſavoir, $- 2e\int(3z + \rho) \text{ coſ. } u\, du$. Nous allons diſcuter ſéparément ces deux objets, en commençant par ce dernier.

Si l'on reprend les valeurs de z & de ρ, qui ont été trouvées *(art. X)*, on aura facilement

$$3z + \rho = \left[\frac{3}{nn}\left(B + \frac{1}{a^2} - aA - \frac{Ca}{2}\right) + \frac{6}{n(1 - nn)}\left(aA - \frac{Ca}{2} - \frac{1}{a^2}\right) + \frac{1}{n}\left(\frac{aC}{2} + \frac{1}{a^2} - Aa\right)\right] \text{coſ. } nu;$$

multipliant par $2e \text{ coſ. } u$, & diviſant par $n - 1$ pour l'intégration, on aura $\int 2e(3z + \rho) \text{ coſ. } u\, du$

$$= \left[\frac{3ae}{(1-nn)(n-1)} \left(\frac{B}{a} + \frac{1}{a^3} - A - \frac{C}{2} + \frac{6ea}{n(1-nn)(n-1)} \right. \right.$$
$$\left. \left. (A - \frac{C}{2} - \frac{1}{a^3}) + \frac{ae}{n.(n-1)} \left(\frac{C}{2} + \frac{1}{a^3} - A \right) \right] \text{fin.}\,(n-1)\,u;$$

équation cherchée, qui, réduite en nombres, donne $-12'',8$ fin. $(n-1)\,u$.

XXV. La même confidération produit auffi une équation de la forme fin. $(2n-1)\,u$; quoiqu'elle foit beaucoup plus petite, & même, pour ainfi dire, négligeable ici, nous allons en chercher l'expreffion générale, elle fervira du moins à nous raffurer fur la valeur de l'équation, & pourra s'employer dans les recherches des inégalités de Jupiter ou de Saturne.

$$\pi = \left(Aa - \frac{1}{a^2} - \frac{aC}{2} \right) \text{fin.}\, t + \left(\frac{aB}{2} - \frac{aD}{2} \right) \text{fin.}\, 2t$$

$$\rho = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{aC}{2} - Aa \right) \text{cof.}\, u + \frac{1}{2n} \left(\frac{aD}{2} - \frac{AB}{2} \right) \text{cof.}\, 2nu$$

$$\varphi = \left(B - aA + \frac{1}{a^2} - \frac{aC}{2} \right) \text{cof.}\, nu + \left(C - \frac{aB}{2} - \frac{aD}{2} \right) \text{cof.}\, 2nu$$

$$\Omega = \left(C - \frac{aB}{2} - \frac{aD}{2} + \frac{aB}{2n} - \frac{aD}{2n} \right) \text{cof.}\, 2nu$$

$$3z + \rho = \left[\frac{3a}{1-4nn} \left(\frac{C}{a} - \frac{B}{2} - \frac{D}{2} + \frac{B}{2n} - \frac{D}{2n} \right) \right.$$
$$\left. + \frac{a}{2n} \left(\frac{D}{2} - \frac{B}{2} \right) \right] \text{cof.}\, 2nu$$

$$2e\int (3z + \rho)\, \text{cof.}\, u\, du = \left[\frac{3ae}{2(n-1)(1-4nn)} \left(\frac{2C}{a} - B \right. \right.$$
$$\left. \left. - D + \frac{B}{n} - \frac{D}{n} \right) + \frac{ae}{4n(2n-1)} (D - B) \right] \text{fin.}\,(2n-1)\,u;$$

expreffion qui, réduite en nombres, fe réduit à $-0'',6$ fin. $(2n-1)\,u$.

XXVI. Paffons aux termes qui proviennent de la valeur de t, développée dans la férie $A + B$ cof. t, *&c.* en ne fuppofant plus, comme nous l'avons fait *(art. VII)* que nu foit la même chofe que t; c'en eft à la vérité la valeur moyenne, mais il s'agit actuellement d'employer la quantité vraie de l'angle t avec fon inégalité, provenante de l'équation du centre. Si u eft l'anomalie vraie de Mars, $u + 2e$ fin. u fera ſon anomalie moyenne ; donc $(1+n)u+2e(1+n)$ ſin. u eſt le mouvement moyen de la Terre, nous le ſuppoſons ici égal au mouvement vrai : ôtant donc du mouvement de la Terre celui de Mars qui eſt u, il reſtera pour la valeur de t, $nu + 2e(1+n)$ ſin. u; donc ſin. $t =$ ſin. nu $+ e(1+n)$ ſin. $(n+1)u - e(1+n)$ ſin. $(n-1)u$;

$$\text{coſ.}\, t = \text{coſ.}\, nu - e(1+n)\,\text{coſ.}(n-1)u + e(1+n)\,\text{coſ.}(n+1)u,$$
$$\text{coſ.}\, 2t = \text{coſ.}\, 2nu - 2e(1+n)\,\text{coſ.}(2n-1)u + 2e(1+n)\,\text{coſ.}(2n+1)u.$$

XXVII. Puiſque $\frac{1}{s^3} = A + B$ coſ. $t + C$ coſ. $2t$ $+ D$ coſ. $3t$, *&c.* (*art. V*), on aura

$$\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2} = aA + aB\,\text{coſ.}\, t + aC\,\text{coſ.}\, 2t, \text{ en}$$
$$- \frac{1}{a^2}$$

multipliant par coſ. t nous n'emploierons d'abord que les termes qui peuvent donner une équation de la forme ſin. $(2n-1)u$, ainſi nous aurons

$$\left(\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2}\right)\text{coſ.}\, t = ae(1+n)\left(\frac{C}{2} - A + \frac{1}{a^3}\right)\text{coſ.}(n-1)u,$$

qui ôtée de la valeur de $\frac{1}{s^3}$ que l'on voit aiſément devoir être $- Be(1+n)$ coſ. $(n-1)u$, il reſte pour la valeur de $\frac{1}{s^3}$, $-\left(\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2}\right)$ coſ. t, ou pour la valeur de φ

$$ae(1+n)\left(A - \frac{C}{2} - \frac{B}{a} - \frac{1}{a^3}\right)\text{coſ.}(n-1)u.$$

Il faut multiplier à ſon tour $\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2}$ par la valeur de

$$\text{ſin.}\, t = \text{ſin.}\, nu + e(1+n)\,\text{ſin.}(n+1)u - e(1+n)\,\text{ſin.}(n-1)u,$$

& l'on aura $\pi = ea(1+n)\left(\frac{1}{a^3} - A - \frac{C}{2}\right)$ ſin. $(n-1)u$, en n'employant ici que les termes dont la forme ſera ſin. $(n-1)u$; donc $\rho = \int \pi\, du$ ſe trouvera en diviſant ſeulement la quantité précédente par $(n-1)$, mettant coſinus pour ſinus, & en changeant les ſignes, car on a vû que c'étoit-là l'effet de l'intégration; donc $\rho = \frac{ea(1+n)}{n-1}\left(A + \frac{C}{2} - \frac{1}{a^3}\right)$ cof. $(n-1)u$; ainfi la valeur de $\varphi - 2\rho$ ou de Ω fera la quantité fuivante,

$$\frac{2ae(1+n)}{n-1}\left(\frac{1}{a^3} - A - \frac{C}{2}\right) \text{cof.} (n-1)u + \frac{2ae(nn-1)}{n-1}\left(\frac{A}{2} - \frac{C}{4} - \frac{B}{2A} - \frac{1}{2a^3}\right)\text{cof.}(u-1)u.$$

XXVIII. De même la valeur de z fe trouvera en divifant celle de Ω par $1-(n-1)^2$: on en formera aifément $2z - \rho$; & comme pour avoir la correction de la longitude moyenne que nous cherchons, on a vû qu'il falloit feulement divifer $2z - \rho$ par $n-1$ (*art. XI & XVII*), il fuit qu'on aura pour l'équation cherchée ou le coëfficient de fin. $(n-1)u$,

$$\frac{4ae}{(n-1)^2[1-(n-1)^2]}\left[(1+n)\left(\frac{1}{a^3} - A - \frac{C}{2}\right) + \frac{nn-1}{2}\left(A - \frac{C}{2} - \frac{B}{a} - \frac{1}{a^3}\right)\right] + \frac{ae(1+n)}{(n-1)^2}\left(A - \frac{1}{a^3} + \frac{C}{2}\right),$$ le tout égal à $-35'',26$ fin. $(n-1)u$.

XXIX. Après avoir difcuté les termes $n-1$ qui provenoient de la valeur de t employée plus exactement, paffons aux termes $2n-1$ qui proviennent de la même confidération.

$$\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2} = aA - \frac{1}{a^2} + aB \text{ cof. } t + aC \text{cof. } 2t + aD \text{ cof. } 3t, \text{ \&c.}$$

Il faut multiplier cette valeur par cof. t, ou pluftôt par les termes de cof. t qui renferment l'excentricité e, car les autres termes ont été employés ci-devant; ces termes qui renferment l'excentricité font $-e(1+n)$ cof. $(n-1)u$ $+e(1+n)$ cof. $(n+1)u$. Si l'on ne prend dans le produit que les termes $(2n-1)$ dont il eft queftion préfentement, on aura $\left(\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2}\right)$ cof. $t = (1+n)$ $\left(\frac{eaD}{2} - \frac{eaB}{2}\right)$ cof. $(2n-1)$; on emploiera auffi dans la valeur de $\frac{1}{s^3} = A + B$ cof. $t + C$ cof. $2t$ les termes de cof. $2t$ qui renferment l'excentricité; ils fe réduifent à $\frac{1}{s^3} = -2eC(1+n)$ cof. $(2n-1)u$, dont il faut ôter l'expreffion précédente pour avoir la valeur de $\varphi = (1+n)(\frac{eaB}{2} - \frac{eaD}{2} - 2eC)$ cof. $(2n-1)u$.

Si l'on multiplie auffi $\frac{a}{s^3} - \frac{1}{a^2}$ par fin. t, pour avoir la valeur de π, on trouvera $\pi = (1+n)(\frac{-eaB}{2} - \frac{eaD}{2})$ fin. $(2n-1)u$,

$$\int \pi du = \rho = \frac{1+n}{2(2n-1)}(eaB + eaD) \text{ cof. } (2n-1)u,$$

$$\Omega = \varphi - 2\rho = \frac{1+n}{2}(eaB - eaD - 4eC) \text{ cof. } (2n-1)u$$

$$+ \frac{1+n}{2n-1}(-eaB - eaD) \text{ cof. } (2n-1)u,$$

d'où l'on tirera la valeur de z en divifant cette quantité par $1-(2n-1)^2$.

XXX. Lorfqu'on aura trouvé la valeur de z, il fera aifé de former $2z+\rho$, qui étant divifé par $2n-1$, fera la correction du temps ou l'équation de la longitude moyenne $=$

$$\left(\frac{(1+n)ea}{2(2n-1)^2} - \frac{2(1+n)ea}{(2n-1)^2[1-(2n-1)^2]}\right)(B+D)$$

$$+ \frac{ea(1+n)}{(2n-1)[1-(2n-1)^2]}\left(B - D - \frac{4C}{a}\right).$$

On réduira cette formule en fecondes, comme toutes les précédentes; nous allons en donner le détail pour qu'elle puiffe fervir d'exemple.

L'ufage des logarithmes des fractions décimales eft connu actuellement de tous les Géomètres; j'en ai dit quelque chofe dans mon *Expofition du Calcul aftronomique :* il fuffira de fe rappeler que fi une fraction décimale ne contient que des centièmes, la caractériftique de fon logarithme doit être 8; pour des millièmes elle fera 7, & ainfi des autres.

Réduction de la formule en secondes de degrés.

Logarithme C....... 0,64614
Logarithme 4....... 0,60206

1,24820

Logarithme a....... 9,81710

Logarithme $\frac{4C}{a}$.... 1,43110

B................ 5,7284
D................ 3,3200

$B + D$........... 9,0484

$B - D$........... 2,4084

$- \frac{4C}{a}$........ $-$ 26,9840

$B - D - \frac{4C}{a}$ $-$ 24,5756

Logarithme $1 + n$... 0,27433
Logarithme ea...... 8,78557

Logarithme $(1 + n)ea$ 9,05990

Logarith. $(2n - 1)^2$ 9,76334
Logarith. 2......... 0,30103

0,06437

Logarith. $\frac{(1 + n)ea}{2(2n - 1)^2}$ 8,99553

nombre..... 0,09898
2.me partie... 0,94237

Coëfficient de $B + D$. 1,04135

Logarith. du coëfficient. 0,01745
Logarith. $B + D$.... 0,95655

Logarith. du 1.er terme. 0,97400

Premier terme....... 9,419.

Logarithme $1 + n$.............. 0,27433
Logarithme e.................. 8,96847
Logarithme a.................. 9,81710
Logarithme 2.................. 0,30103

9,36093

Logarithme $1 - (2n - 1)^2$..... 9,62337 négat.
Logarithme $(2n - 1)^2$.......... 9,76334

9,38671

9,97422 logarith.

$\frac{2(1 + n)ea}{(2n - 1)^2 [1 - (2n - 1)^2]}$ 0,94237 nombre.

Logarithme $ea(1 + n)$.... 9,05990
Logarithme $2n - 1$....... 9,88167
Logarithme $1 - (2n - 1)^2$ 9,62337

$\frac{\text{Log. } ea(1 + n)}{(2n - 1)[1 - (2n - 1)^2]}$ 9,55486

Log. $B - D - \frac{4C}{a}$.... 1,39058

0,94544

+ 8,819, 2.d terme.
+ 9,419, 1.er terme.

+ 18,238, somme ou coëfficient tout entier de l'équation cherchée.

Logarithme 18,238.................. 1,26102
Logarithme de la masse de la Terre...... 4,77139
Logarithme de l'arc égal au rayon........ 5,31442

Somme des trois logarithmes.... 1,34683

Nombre + 22″,2, équation cherchée en secondes de degré.

XXXI. Si l'on rassemble actuellement les trois nombres qui ont été trouvés séparément pour chacune des deux équations $n - 1$ & $2n - 1$, on aura $- 67'',6$ sin. $(n - 1)u$ $+ 29'',6$ sin. $(2n - 1)u$ pour les deux principales équations qui dépendent de l'excentricité de Mars.

Ces deux équations peuvent faire ensemble une inégalité de $1' 23''$ lorsque Mars est en quadrature vers le milieu de Juin, parce qu'alors son anomalie moyenne est d'environ 19 degrés; il est évident qu'on ne sauroit faire usage des observations pour la théorie de Mars, & négliger des quantités aussi considérables, à moins qu'on ne voulût s'exposer à des écarts de plusieurs minutes dans les résultats du lieu de l'aphélie & de la plus grande équation.

Des inégalités qui dépendent de l'excentricité de l'orbite de la Terre.

XXXII. La distance de la Terre au Soleil que nous avons appelée a dans tous les calculs précédens, est la distance moyenne; mais la distance vraie, ou le rayon vecteur de la Terre dans son orbite, varie de près d'une vingtième partie; quantité qu'il n'est pas permis de négliger. De même, lorsqu'il a fallu déterminer l'angle t, nous avons supposé le mouvement vrai de la Terre égal au mouvement moyen, quoiqu'il en diffère quelquefois d'environ 2 degrés en plus & en moins.

Dans une orbite dont a est la distance moyenne, c l'excentricité, z l'anomalie vraie, le rayon vecteur $r = \frac{a}{1 - c \text{ cof. } z}$; par conséquent $r^2 = a^2 + 2a^2 c \text{ cof. } z$, en négligeant les termes qui renfermeroient le quarré de l'excentricité c.

La valeur de t sera aussi différente de celle que nous avons employée; car si z est l'anomalie vraie de la planète troublante, son anomalie moyenne sera $z + 2c$ sin. z, en négligeant encore le quarré de c, comme nous le négligerons dans toute la suite de ce calcul.

$\frac{z}{1 + n}$

$\frac{z}{1+n} + \frac{2c}{1+n}$ sin. z sera donc l'anomalie moyenne de Mars, car nous avons vû que le moyen mouvement de la Terre est à celui de Mars comme $1 + n$ est à 1; donc le moyen mouvement de Mars est égal à celui de la Terre divisé par $1 + n$.

XXXIII. Nous supposerons actuellement l'anomalie vraie de Mars égale à son anomalie moyenne, ou son mouvement uniforme; & nous le pouvons supposer sans erreur, car puisqu'il ne s'agit ici que des inégalités produites par la Terre, en tant que son orbite est excentrique, il ne doit pas y avoir de différence dans ces petites inégalités, soit que l'orbite de Mars soit excentrique ou concentrique.

On ôtera donc du mouvement vrai de la Terre z le mouvement de Mars $\frac{z}{1+n} + \frac{2c}{1+n}$ sin. z, & l'on aura la valeur de l'angle $t = (1 - \frac{1}{1+n})z - \frac{2c}{1+n}$ sin. z. Supposons $pz = (1 - \frac{1}{1+n})z$, c'est-à-dire, au mouvement de la Terre moins celui de Mars $= 0{,}468297$, & nous aurons $t = pz - \frac{2c}{1+n}$ sin. z,

$$\text{sin. } t = \text{sin. } pz + \frac{c}{1+n} \text{ sin. } (p+1)z - \frac{c}{1+n} \text{ sin. } (p-1)z,$$

$$\text{cos. } t = \text{cos. } pz - \frac{c}{1+n} \text{ cos. } (p-1)z + \frac{c}{1+n} \text{ cos. } (p+1)z,$$

$$\text{cos. } 2t = \text{cos. } 2pz - \frac{2c}{1+n} \text{ cos. } (2p-1)z + \frac{2c}{1+n} \text{ cos. } (2p+1)z,$$

$$\text{cos. } 3t = \text{cos. } 3pz - \frac{3c}{1+n} \text{ cos. } (3p-1)z + \frac{3c}{1+n} \text{ cos. } (3p+1)z.$$

XXXIV. Reprenons la valeur de s (*art. IV*) qui étoit $\sqrt{(a^2 + 1 + 2e \text{ cos. } u - 2a \text{ cos. } t - 2ae \text{ cos. } u \text{ cos. } t)}$, & substituons à la place de a^2 l'expression plus exacte $a^2 + 2a^2 c \text{ cos. } z$, & à la place de $2a$ la quantité $2a + 2ac \text{ cos. } z$.

alors nous aurons au lieu de $1 + a^2 - 2a\,\text{coſ.}\,t$ la quantité $1 + a^2 - 2a\,\text{coſ.}\,t + (2a^2c - 2ac\,\text{coſ.}\,t)\,\text{coſ.}\,z$, parce que nous négligeons ici les termes $2e\,\text{coſ.}\,u$ & $2ae\,\text{coſ.}\,u\,\text{coſ.}\,t$ comme affectés de l'excentricité de Mars; nous aurons $\frac{1}{s^3} =$

$$(1 + a^2 - 2a\,\text{coſ.}\,t)^{-\frac{3}{2}} - \tfrac{3}{2}(1 + a^2 - 2a\,\text{coſ.}\,t)^{-\frac{5}{2}}$$

$$(2a^2c - 2ac\,\text{coſ.}\,t\,\text{coſ.}\,z) = 2a^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{coſ.}\,t\right)^{-\frac{3}{2}}$$

$$- 3ac\left[2a^{-\frac{5}{2}}\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{coſ.}\,t\right)^{-\frac{5}{2}}(a\,\text{coſ.}\,z - \text{coſ.}\,t\,\text{coſ.}\,z)\right].$$

XXXV. Dans cette valeur de $\frac{1}{s^3}$ on voit que le premier terme eſt le même que lorſque nous ſuppoſions les orbites concentriques, & que le ſecond a la même forme que celui qui provenoit de l'excentricité de Mars *(art. IV)*: ce ſera donc encore la ſérie $A' + B'\,\text{coſ.}\,t + C'\,\text{coſ.}\,2t$, *&c.* qu'il faudra multiplier par $-3ac\,(a\,\text{coſ.}\,z - \text{coſ.}\,t\,\text{coſ.}\,z)$, ou par $-3a^2c\,\text{coſ.}\,z + \tfrac{3}{2}ac\,\text{coſ.}\,(t + z) + \tfrac{3}{2}ac\,\text{coſ.}\,(t - z)$, ainſi que dans l'art. XVII; à la place de t on peut mettre pz. Bornons-nous premièrement à prendre dans ce produit les termes qui peuvent fournir une équation de cette forme $(2p - 1)z$, parce que l'on ſait aſſez par l'exemple de la Lune & de Saturne, que ce doit être la plus conſidérable: ces termes ſont ceux qui, dans le produit que nous venons d'indiquer, auront la forme $p - 1$, $2p - 1$ & $3p - 1$; par ce moyen nous

aurons $$\frac{1}{s^3} = \left\{\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} + \tfrac{3}{2}acA' \\ - \tfrac{3}{2}a^2cB' \\ + \tfrac{3}{4}acC' \end{array}\right\}\text{coſ.}\,(p - 1)\,z. \\ \left.\begin{array}{l} + \tfrac{3}{4}acB' \\ - \tfrac{3}{2}a^2cC' \\ + \tfrac{3}{4}acD' \end{array}\right\}\text{coſ.}\,(2p - 1)\,z. \\ \left.\begin{array}{l} + \tfrac{3}{4}acC' \\ - \tfrac{3}{2}a^2cD' \\ + \tfrac{3}{4}acE' \end{array}\right\}\text{coſ.}\,(3p - 1)\,z. \end{array}\right.$$

$$\pi = \frac{a}{s^3}\,\text{fin.}\,pz = \tfrac{3}{4}a^2c\left(A' - aB' + aD' - \frac{E'}{2a}\right)\text{fin.}\,(2p-1)z.$$

XXXVI. Pour en conclurre la valeur de ρ, il ne faut que divifer par $2p - 1$, changer les fignes de la valeur précédente, & mettre cofinus au lieu de finus; ainfi l'on aura

$$\rho = \frac{3a^2c}{4(2p-1)}\left(aB' + A' - aD' + \frac{E'}{2a}\right)\text{cof.}\,(2p-1)z;$$

pour parvenir auffi à la valeur de φ, on formera le terme $\frac{a}{s^3}\,\text{cof.}\,pz = \frac{3a^2c}{4}\left(A' - aB' + C' - aD' + \frac{E'}{2}\right)\text{cof.}\,(2p-1)z$, qui ôté de $\frac{1}{s^3}$, donnera $\varphi = \frac{1}{s^3} - \frac{a}{s^3}\,\text{cof.}\,pz = \frac{3}{4}a^2c\left(-A' + \frac{B'}{a} + aB' - 3C' + \frac{D'}{a} + aD' - \frac{E'}{2}\right)\text{cof.}\,(2p-1)z$; d'où il eft aifé de déduire la valeur de $\Omega = \varphi - 2\rho$, & cette valeur divifée par $1 - (2p-1)^2$, donnera celle de Z. Nous prendrons ici la lettre capitale Z à la place de z, qui, dans l'article X, exprimoit la correction du rayon vecteur.

$$Z = \frac{3a^2c}{4[1-(2p-1)^2]}\left(\frac{B'}{a}aB' - A' - 3C + \frac{D'}{a} + aD' - \frac{E'}{2}\right)$$
$$+ \frac{3a^2c}{2(2p-1)[1-(2p-1)^2]}\left(A' - aB' + aD' - \frac{E'}{2a}\right.$$

XXXVII. De cette valeur de Z, on déduira la valeur de $2Z + \rho$; cette valeur doit être multipliée par du ou par $\frac{dz}{1+n}$, & enfuite intégrée; ainfi pour avoir cette intégrale, nous diviferons la valeur de $2Z + \rho$ par $(1+n)(2p-1)$, & nous aurons ainfi pour l'équation cherchée, qui dépend de l'excentricité de la Terre, la quantité fuivante

$$\left.\begin{aligned}&\frac{3a^2c}{2(1+n)(2p-1)[1-(2p-1)^2]}\left(\frac{B'}{a} + aB' - A' - 3C + \frac{D'}{a} + aD' - \frac{E'}{2}\right)\\&\frac{+\,3a^2c}{(2p-1)^2(1+n)[1-(2p-1)^2]}\left(A' - aB' + aD' - \frac{E'}{2a}\right)\\&\frac{+\,3a^2c}{4(1+n)(2p-1)^2}\left(aB' - A' - aD' + \frac{E'}{2a}\right)\end{aligned}\right\}\text{fin.}\,(2p-1)z.$$

Cette quantité étant réduite en nombres, donne $+ 17'',0$ fin. $(2t - z)$, mais ce n'eſt encore là qu'une partie de l'équation cherchée.

XXXVIII. Nous n'avons point eu égard dans les calculs précédens à la première partie de la valeur de $\frac{1}{s^3}$, ſavoir, $2a^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{coſ.}\, t\right)^{-\frac{3}{2}}$; cependant cette même partie, qui eſt ſuppoſée égale à $A + B$ coſ. $t + C$ coſ. $2t$, &c. donnera auſſi des termes affectés de l'excentricité c de la Terre, lorſque nous ſubſtituerons à la place de coſ. t ſa valeur coſ. $pz - \frac{c}{1+n}$ coſ. $(p-1)z + \frac{c}{1+n}$ coſ. $(p+1)z$; & à la place de coſ. $2t$, coſ. $3t$, des valeurs ſemblables, car alors on aura

$$\begin{aligned}\frac{1}{s^3} = A &+ B \text{ coſ. } pz - \frac{Bc}{1+n} \text{ coſ. } (p-1)z + \frac{Bc}{1+n} \text{ coſ. } (p+1)z \\ &+ C \text{ coſ. } 2pz - \frac{2Cc}{1+n} \text{ coſ. } (2p-1)z + \frac{2Cc}{1+n} \text{ coſ. } (2p+1)z \\ &+ D \text{ coſ. } 3pz - \frac{3cD}{1+n} \text{ coſ. } (3p-1)z + \frac{3cD}{1+n} \text{ coſ. } (3p+1)z\end{aligned}$$

Multiplions par ſin. $pz + \frac{c}{1+n}$ ſin. $(p+1)z - \frac{c}{1+n}$ ſin. $(p-1)z$, en ne prenant du produit que les termes qui auront la forme $(2p-1)z$, & nous aurons la valeur de $\frac{a}{s^3}$ ſin. $t = \left(\frac{acD}{1+n} - \frac{aBc}{1+n}\right)$ ſin. $(2p-1)z$; donc $\rho = \frac{ac}{(1+n)(2p-1)}(B-D)$ coſ. $(2p-1)z$.

Multiplions auſſi la valeur de $\frac{1}{s^3}$ par coſ. $pz - \frac{c}{1+n}$ coſ. $(p-1)z + \frac{c}{1+n}$ coſ. $(p+1)z$; & le produit étant ôté de $\frac{1}{s^3}$, nous aurons $\varphi = \frac{c}{1+n}(aB + AD - 2C)$ coſ. $(2p-1)z$. Ayant donc formé la valeur de $\varphi - 2\rho$, on la divisera par $1 - (2p - 1)^2$ pour avoir la valeur de Z, qui sera la quantité suivante,

$$\frac{ac}{(1+n)[1-(2p-1)^2]}\left(B + D - \frac{2C}{a}\right)$$
$$+ \frac{2ac}{(1+n)(2p-1)[1-(2p-1)^2]}(D - B).$$

XXXIX. La valeur de $2Z + \rho$ se multiplie par du ou $\frac{dz}{1+n}$, & pour l'intégration, se divise par $2p - 1$; d'où résulte enfin la valeur de $\int(2Z + \rho)\,du$, qui dépend des termes que nous venons de considérer : c'est une autre partie des équations ou de l'expression de la longitude vraie en longitude moyenne, que M. Clairaut appelle la *correction du temps*, parce que la longitude moyenne est proportionnelle au temps.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2ac}{(2p-1)(1+n)^2[1-(2p-1)^2]}\left(B + D - \frac{2C}{a}\right) \\ \frac{+4ac}{(1+n)^2(2p-1)^2[1-(2p-1)^2]}(D - B) \\ \frac{+ac}{(1+n)^2(2p-1)^2}(B - D) \end{array}\right\}\text{fin. } 2t - z$$

Cette quantité étant réduite en nombres par le moyen des valeurs de a, c, p, n, A, B, &c. que l'on a vû dans les articles IV, VI & XXXIII, se trouve être $+ 10'',9$, qu'il faut ajoûter avec les $17''$ de l'article XXXVII, & il en résulte l'équation $+ 27'',9$ fin. $(2t - z)$ que l'on cherchoit.

XL. Après avoir déterminé l'équation $2t - z$, nous aurions entrepris de calculer aussi l'équation $t - z$, mais malheureusement cela se trouve impossible dans toutes les solutions essayées jusqu'à présent du problème des trois corps, en voici la raison : dans les calculs précédens pz est l'angle de commutation entre Mars & la Terre, formé au centre du Soleil; z est le mouvement de la Terre, celui de Mars est supposé l'unité, ainsi l'on a $z - pz = 1$, ou $(p - 1)z = -1$, ainsi dans l'équation cherchée, lorsqu'on passeroit de Ω à z, on auroit pour diviseur $1 - (p - 1)^2$ qui est égal à zéro;

& si l'on avoit égard aux inégalités de la Terre, ce seroit encore une quantité extrêmement petite, en sorte qu'il faudroit dans le calcul une précision totalement impossible. On peut voir dans la théorie de la Lune de M. Clairaut *(page 52)*, & dans la Pièce sur les inégalités de Saturne de M. Euler *(page 67)*, des difficultés d'une espèce toute semblable; ainsi nous laisserons cette équation au nombre des élémens que les observations seules doivent déterminer.

XLI. L'équation dont la forme seroit $t + z$ ou $(p + 1)z$, est si petite qu'il ne vaut pas la peine de s'en occuper; car puisque $p = 0,47$, le diviseur $(p + 1)^2 . [1 - (p + 1)^2]$ seroit environ $= 2\frac{1}{2}$, tandis que pour l'équation $2v - 1$, que nous avons calculée ci-devant, il n'est que d'environ 0,004, c'est-à-dire, 650 fois moindre; ainsi l'équation qui en proviendroit seroit d'une quantité absolument négligeable.

XLII. Si l'on résume les équations trouvées dans le cours de ce Mémoire, on verra que nommant t la commutation moyenne, ou la longitude héliocentrique de la Terre, moins celle de Mars, u l'anomalie moyenne de Mars, & z celle de la Terre, il faudra ajoûter à la longitude héliocentrique de Mars, calculée par les Tables, les termes suivans,

$$+ 13'',3 \text{ sin. } t - 67'',6 \text{ sin. } t - u + 27'',9 \text{ sin. } 2t - z.$$
$$- 1,9 \text{ sin. } 2t + 29,6 \text{ sin. } 2t - u.$$

Je ne doute pas que si l'on eût été à portée d'employer ces équations dans les recherches qui ont été faites pour déterminer les élémens de l'orbite de Mars, on ne fût parvenu à concilier beaucoup mieux qu'on ne l'a fait, les différentes observations.

Des termes qui dépendent du carré de l'excentricité de Mars.

XLIII. J'ai dit au commencement de ce Mémoire, que pour abréger les calculs, je me contenterois dans cette première approximation de faire entrer la considération de l'excentricité simple, sans y faire entrer son carré; mais quoique ce carré qui est 0,086486 soit aussi petit en comparaison de l'excentricité elle-même, que celle-ci l'est par rapport au rayon de l'orbite de Mars, il ne laisse pas d'être sensible dans une orbite aussi alongée; il est à peu-près égal à une douzième partie du rayon, & ce n'est pas là, à beaucoup près, une quantité infiniment petite.

Il y a plusieurs parties dans les calculs précédens où ce carré auroit dû s'employer, mais son effet y seroit plus ou moins grand à raison des quantités par lesquelles il seroit multiplié ou divisé. Je vais donner pour exemple un des termes les plus forts qui puisse en résulter, cela fera voir que les autres doivent être assez petits pour être négligeables dans l'état actuel de l'Astronomie, mais qu'il sera nécessaire un jour de les discuter soigneusement, comme on l'a fait pour la théorie de la Lune; alors chaque Planète exigera pour le moins autant de calculs & de soins qu'on en a mis à construire les Tables de la Lune, qui sont enfin parvenues à l'exactitude d'une minute qu'on n'avoit pas osé s'en promettre.

Dans l'art. VII, nous avons supposé $\frac{1}{s^3} = A + B$ cos. t, &c. si l'on met à la place de cos. t, cos. $2t$, &c. les quantités de l'article XXVI, on aura $\frac{1}{s^3} = A + B$ cos. $nu + C$ cos. $2nu$ $- Be(1 + n)$ cos. $(n - 1)u + Be(1 + n)$ cos. $(n + 1)u$ $- 2eC(1 + n)$ cos. $(2n - 1)u + 2eC(1 + n)$ cos. $(2n + 1)u$, &c. qu'il faut multiplier par a sin. t pour avoir une partie de la valeur de π. J'avois supposé en faisant cette multiplication que sin. t étoit égal à sin. nu, mais il faut ici en prendre une valeur plus exacte qui est sin. $nu + e(1 + n)$ sin. $(n + 1)u$ $- e(1 + n)$ sin. $(n - 1)u$; ne prenons dans le produit que les termes de cette forme sin. nu, qui se trouveront multipliés par e^2, & nous aurons $- 2ae^2C(1 + n)^2$ sin. nu; donc $- 2\rho = - \frac{4ae^2C}{n}(1 + n)^2$ cos. nu, ce sera une partie de Ω.

Pour avoir enfin la partie de Ω dépendante de φ, multiplions $\frac{1}{s^3}$ par a & par cof. t, c'eſt-à-dire, par cof. nu $+ e(1+n)$ cof. $(n+1)u - e(1+n)$ cof. $(n-1)u$, & ne prenant que les termes nu qui feront multipliés par e^2, & qui font véritablement les plus forts, nous aurons $\varphi = -2ae^2C(1+n)^2$ cof. nu; donc $\varphi - 2\rho = \Omega = -2ae^2C(1+n)^2 \frac{-4ae^2C(1+n)^2}{n} = -2ae^2C(1+n)^2(1+\frac{2}{n})$; donc $Z = \frac{-2ae^2C(1+n)^2(1+\frac{2}{n})}{1-nn}$.

XLIV. La correction de la longitude vraie ſera donc enfin $\int(2Z+\rho)\,du = \frac{-4ae^2C(1+n)^2(1+\frac{2}{n})}{n(1-nn)} + \frac{2ae^2C(1+n)^2}{nn}$, le tout multiplié par fin. nu que j'ai omis dans la ſuite du calcul pour plus de facilité. Ces deux termes donnent l'équation $-6'',9$ fin. nu, c'eſt-à-dire, qu'il faudroit ajoûter encore près de 7 ſecondes à l'équation de 11 ſecondes trouvée.

XLV. Ayant fait part des calculs précédens à M. Mayer, célèbre Aſtronome de Gottingen, il m'envoya dans une lettre le réſultat d'un ſemblable travail qu'il avoit fait par les méthodes de M. Euler.

Soit ω la longitude vraie de Mars moins celle de la Terre, p l'anomalie moyenne de Mars, s l'anomalie moyenne du Soleil ou de la Terre, il trouve les équations ſuivantes.

$-10'',9$ fin. ω	$+1'',6$ fin. 2ω	$+0'',3$ fin. 3ω
$-1'',2$ fin. $p-\omega$	$+10'',2$ fin. $2\omega+p$	
$+68'',6$ fin. $\omega+p$	$-1'',0$ fin. $3\omega+p$	

Ces équations s'accordent avec les miennes, excepté l'équation $2\omega+p$ qui me paroît être trop petite, & dans laquelle je penſe que M. Mayer n'a pas employé autant de termes que moi.

MÉMOIRE