MÉMOIRE

Sur quelques phénomènes qui résultent de l'attraction que les Planètes exercent sur la Terre, & en particulier sur le changement de latitude des Étoiles fixes.

Par M. DE LA LANDE.

LA gravitation générale & réciproque de tous les Corps célestes n'a plus besoin de démonstration parmi les Astronomes, c'est une loi universelle dont nous comptons les effets par le nombre des phénomènes que l'on découvre; & chaque pas que nous faisons dans la théorie des planètes, nous fait apercevoir l'attraction où nous l'aurions le moins soupçonnée. 3 Mars 1762.

La Terre même, que nous habitons, éprouve à chaque instant de toutes parts cette influence universelle des autres planètes qui l'environnent; elle cède, elle obéit à leur action de mille façons différentes; & tandis que chacun voit l'Océan deux fois le jour s'élancer, pour ainsi dire, vers la Lune, les Astronomes reconnoissent à d'autres signes que la masse entière de la Terre obéit également à l'attraction de toutes les planètes, & que son mouvement est sans cesse altéré par leur effort. Il en résulte nécessairement plusieurs sortes d'inégalités, les unes sont périodiques, les autres vont long-temps en croissant & ne se rétablissent qu'après un grand nombre de siècles; les premières ont été calculées par M.rs Euler & Clairaut; elles font partie des nouvelles Tables du Soleil que M. l'abbé de la Caille a publiées, & que j'emploie chaque année dans les calculs du Livre de la Connoissance des mouvemens célestes; mais comme ces inégalités périodiques sont très-petites, elles ne s'observent pas avec autant d'évidence que celles dont l'effet croissant toujours, ne peut manquer de devenir, avec le temps, très-ſenſible : ces dernières nous ſont plus connues par l'obſervation, les autres par le calcul.

Les obſervations anciennes, comparées avec les nôtres, font voir dans les étoiles fixes un changement de latitude qui n'eſt point équivoque; la plupart des Aſtronomes l'ont négligé, les autres l'ont regardé comme douteux, n'y voyant qu'une irrégularité bizarre dont ils ne ſoupçonnoient pas la cauſe; mais il n'en eſt que plus ſingulier de la trouver aujourd'hui dans l'attraction que toutes les planètes exercent ſur la Terre.

M. Euler a déjà remarqué l'influence de Jupiter & de Vénus à cet égard; qu'il me ſoit permis d'ajouter à ſes recherches l'extrait d'un Travail ſuivi, qui m'a donné des réſultats différens & de nouvelles conſéquences : l'hiſtoire même de la choſe, ſi l'on remonte juſqu'à Képler, offre des traits de génie qui ſont la gloire & la ſatisfaction de l'eſprit humain.

Parmi les attractions que la Terre éprouve des cinq Planètes principales, les plus fortes ſont celles de Jupiter, planète douze cents fois plus groſſe que la Terre, & de Vénus, qui, bien qu'égale ſeulement à la Terre, eſt aſſez proche de nous pour avoir une force encore plus grande que celle de Jupiter : les trois autres planètes ont un effet ſemblable, mais beaucoup moins ſenſible.

On n'avoit point remarqué avant Tycho-Brahé que les latitudes des étoiles fixes étoient variables; on trouve dans un Ouvrage poſthume * de ce célèbre Obſervateur, un aſſez long détail du mouvement en latitude qu'il avoit remarqué dans pluſieurs étoiles; il avoit très bien reconnu que ce mouvement étoit d'accord avec celui de l'obliquité de l'écliptique, qu'il étoit preſque nul dans les étoiles voiſines des équinoxes, le plus grand dans les étoiles ſituées vers les ſolſtices, & que dans les lieux intermédiaires le changement étoit proportionnel au mouvement de l'écliptique depuis le temps d'Hipparque. Ces déterminations parurent à Tycho-Brahé auſſi importantes que nouvelles; elles étoient néceſſaires pour connoître les lieux des étoiles fixes aux différentes époques d'obſervations, & il

* *Aſtronomiæ inſtauratæ progymnaſmata*, *1610*, pag. 233.

fit toutes les recherches qui lui parurent néceſſaires pour établir que le changement de latitude des étoiles fixes étoit exactement tel que l'exigeoit le changement obſervé de l'obliquité de l'écliptique.

Les latitudes des étoiles, telles qu'elles ſe trouvent dans le catalogue de Ptolémée * au VII.e livre de ſon Almageſte, *chap. 3*, ne lui parurent pas ſuffiſantes pour cet effet: elles ſont, dit-il, pour la plupart fautives, ſoit par l'inexactitude des Copiſtes, ſoit par la négligence de l'Auteur. Tycho employa donc un procédé particulier, il prit les déclinaiſons de pluſieurs étoiles qui avoient été déterminées autrefois par Tymocharis, Hipparque & Ptolémée, avec les longitudes qu'elles avoient alors, & il calcula par ce moyen les latitudes que ces étoiles devoient avoir au temps de ces anciens Aſtronomes, pour les comparer à celles qu'il avoit obſervées. A l'égard des longitudes des étoiles pour le temps d'Hipparque, Tycho les déduiſoit de la déclinaiſon de l'épi de la Vierge, établie par les trois anciens Obſervateurs; de ce changement de déclinaiſon il en concluoit le changement de longitude; & appliquant ce mouvement en longitude à la différence de longitude que lui-même obſervoit entre l'épi de la Vierge & différentes étoiles, Tycho en déduiſoit la longitude de ces différentes étoiles pour le temps des anciennes obſervations.

Tout ce procédé étoit fondé ſur la ſuppoſition que les différences de longitudes ne changeoient point; Tycho-Brahé croyoit prouver cette propoſition par le raiſonnement ci-après; mais nous verrons que les prémices & la conſéquence étoient également défectueuſes.

Les étoiles que Ptolémée rapporte avoir été de ſon temps ſur une même ligne droite ou à peu près, ſe retrouvent encore, dit-il, dans la même ſituation, & il en rapporte pluſieurs exemples, il aſſure même que tous ceux qui voudront, au moyen d'un fil tendu ou d'une règle, meſurer les directions des étoiles,

* Pluſieurs Auteurs écrivent *Ptolomée*, pour diſtinguer l'Aſtronome, des Rois d'Égypte, mais nous ſuivrons les exemplaires grecs de l'Almageſte, où il y a toujours un ε à la cinquième lettre.

que Ptolémée & Hipparque ont remarqué être en ligne droite, les trouveront encore sur une même ligne; Tycho-Brahé s'étonnoit qu'après cela il y eût des gens assez hardis ou assez peu instruits pour soutenir que les étoiles ne conservoient pas toujours entre elles la même position.

Ce savant Astronome n'avoit pas une idée juste du déplacement de l'écliptique & du mouvement circulaire de son axe, qui produit tout à la fois des inégalités dans leurs longitudes & dans leurs latitudes; en conséquence il supposoit que l'axe de l'écliptique avoit un simple balancement dans le plan du colure des solstices, au lieu d'un mouvement circulaire que l'attraction nous y fait voir; je dis mouvement circulaire en ne considérant que l'action d'une seule planète, car chaque planète séparément faisant décrire à l'axe ou au pôle de l'orbite terrestre un cercle autour du pôle de l'orbite de la planète; il résulte de tous ces cercles, qu'il tend à décrire séparément autour de différens centres une courbe à plusieurs nœuds, dont l'équation algébrique seroit très-compliquée, mais qui s'exprime fort aisément par des formules de sinus & de co-sinus *(Voyez les Mém. de l'Acad. pour 1761)*. Au reste la différence de longitud en'est sensible que pour les étoiles qui ont une grande latitude; ainsi la supposition de Tycho-Brahé s'écarte assez peu de la vérité, pour que j'aie cru pouvoir rapporter ici ce qu'il dit à ce sujet, & en tirer quelques conséquences.

Ptolémée rapporte que Tymocharis avoit observé la déclinaison de l'épi de la Vierge de $1^d\ 24'$ boréale; Hipparque de $36'$ seulement, & que lui-même la trouvoit de $30'$ méridionale; Tycho-Brahé suppose la latitude de cette étoile de $2'$, comme tous les anciens Astronomes la supposèrent: & il est à remarquer qu'on n'a pas besoin à cet égard d'une extrême précision, parce que cette étoile est située vers l'équinoxe d'Automne, où le changement de latitude est très-petit.

De ces deux élémens, la latitude & la déclinaison de l'étoile, il conclut que la longitude de l'épi de la Vierge étoit au temps de Tymocharis à $21^d\ 53'$ de la Vierge; au temps d'Hipparque à $23^d\ 53'$; & enfin au temps de Ptolémée à $26^d\ 38'$.

Sur ces fondemens, Tycho-Brahé passe à l'examen du changement de latitude des étoiles voisines des tropiques, dans lesquelles il doit être le plus sensible. La tête boréale des Gemeaux, Apollon ou Castor, différoit en longitude de l'épi de la Vierge de $3^s\ 3^d\ 35'$; ainsi vers ces temps reculés la longitude de cette étoile devoit être comme dans la table suivante, où est également marquée la déclinaison, telle que Ptolémée la rapporte.

	Longit. de Cast.	*Décl. de Castor.*	*Années.*
Tymocharis	$18^d\ 18'$ ♊	$33^d\ 0'$	295 avant J. C.
Hipparque	20. 18.	33. 10	128 avant J. C.
Ptolémée	23. 3.	33. 24	138 après J. C.

De-là il est aisé de conclure par la Trigonométrie sphérique la latitude pour ces trois époques; Tycho la trouve de $9^d\ 42'\ \frac{3}{4}$, $9^d\ 42'$, $9^d\ 44'\ \frac{3}{4}$, tandis que par ses observations elle étoit de $10^d\ 2'$, plus grande de $20'$ que dans le temps des anciens Astronomes: les dernières observations de M. l'Abbé de la Caille la donnent encore plus grande, savoir $10^d\ 4'\ 33''$, ce qui prouve de plus en plus l'augmentation de latitude. Augmentation dans la latitude de Castor.

Par un semblable calcul, Tycho-Brahé trouve que la luisante du Vautour volant ou l'Aigle β devoit avoir, au temps d'Hipparque, $29^d\ 40'$ de latitude; tandis qu'il ne la trouvoit lui-même que de $29^d\ 21'\ \frac{1}{2}$, & elle est encore moindre de notre temps, puisque M. de la Caille ne l'établit que de $29^d\ 18'\ 46''$, plus petite de $21'$ qu'au temps d'Hipparque. Diminution de la latitude de l'Aigle.

L'épaule gauche d'Orion γ devoit avoir $17^d\ 8'$ de latitude au temps d'Hipparque; on ne lui trouve actuellement que $16^d\ 50'\ 53''$, latitude plus petite de $17'$.

L'épaule droite d'Orion α devoit avoir, au temps d'Hipparque, une latitude de $16^d\ 20'$, elle n'est plus que de $16^d\ 3'\ 32''$, plus petite de $16'\ \frac{1}{2}$.

Le cœur du Lion, *Regulus*, que Ptolémée dit avoir observé avec plus de soin que les autres étoiles, avoit alors $10'$ de latitude boréale; elle étoit actuellement de $27'\ 33''$, plus grande de $17'\ \frac{1}{2}$.

Le cœur du Scorpion, *Antarès*, au temps de Tymocharis

& d'Hipparque, devoit avoir 4^d 14′ de latitude; elle a actuellement 4^d 32′ 12″, c'est-à-dire 18′ de plus.

La luisante des Pléïades η, que Tymocharis trouva, par le moyen de la Lune, à 3^d 40′ de latitude, & qu'Agrinus ou Agrippa observa en Bythinie à la même latitude, a maintenant 4^d 1′ 33″ de latitude, c'est-à-dire 21′ $\frac{1}{2}$ de plus.

La plus boréale des trois, au front du Scorpion β, parut à Tymocharis avoir 1^d 20′ de latitude boréale; Menelaüs, Mathématicien, qui observa à Rome trois cents ans après, la trouva encore de même: elle n'est plus aujourd'hui que de 1^d 2′ 24″, en sorte qu'elle a diminué de 17′ $\frac{1}{2}$. On discutera plus bas ces observations d'Agrippa & de Menelaüs, pour démontrer qu'en effet elles prouvent le changement de latitude.

Irrégularité d'*Aldebaran*.

La comparaison que Tycho-Brahé voulut faire de même pour l'œil du Taureau, *Aldebaran*, lui donna des résultats si différens & si peu d'accord, que je n'en parlerois pas ici, si ce n'étoit une occasion de rappeler, au sujet de cette Étoile, un fait assez digne de remarque, savoir qu'elle paroît n'être point aussi fixe que les autres, & qu'indépendamment des variations générales qui ont lieu, suivant certaines loix, dans toutes les Étoiles, elle éprouve des variations irrégulières, dont on ne connoît ni la cause ni la mesure.

Suivant les observations de Tycho, cette étoile est éloignée en longitude de l'épi de la Vierge, de 4^f 14^d 4′ (M. de la Caille a trouvé en effet 4^f 14^d 3′ 33″); d'où il conclut que les longitudes de cette étoile ont été, au temps de Tymocharis, à 7^d 49′ du Taureau; au temps d'Hipparque, 9^d 49′; & au temps de Ptolémée, 12^d 34′: mais les déclinaisons observées par ces trois Astronomes, ont été 8^d 45′, 9^d 45′ & 11^d 0′: de-là, en supposant l'obliquité de l'écliptique 23^d 51′ $\frac{1}{3}$, Tycho-Brahé trouve pour la latitude, qui devroit être à peu près la même, les quantités 5^d 56′ $\frac{1}{4}$, 5^d 33′ & 5^d 7′ $\frac{3}{4}$; il s'étonne avec raison d'une si grande différence, nous trouvons actuellement cette latitude de 5^d 29′ 0″; & celle-ci, comparée à celle qui tient un milieu entre les latitudes de Tymocharis & d'Hipparque, indique une diminution qui s'accorde s'accorde avec le changement des autres étoiles; au reste, la latitude d'*Aldebaran*, marquée dans Ptolémée, n'est pas la même dans les différentes Tables, en sorte qu'on peut croire qu'elle a été altérée par les Copistes; c'est pourquoi Tycho-Brahé préfère les déterminations qui se tirent de Tymocharis & d'Hipparque. Il faut en effet, ou que Ptolémée se soit trompé de beaucoup dans la détermination de cette latitude *d'Aldebaran*, ou que l'étoile ait éprouvé un changement réel & particulier, indépendamment de tout le reste des étoiles; car ce qu'en rapporte Ptolémée ne s'accorde point avec ses autres observations: par exemple, Ptolémée donne $2^d \frac{1}{4}$ pour le changement de déclinaison depuis Tymocharis jusqu'à lui, quoique cette étoile soit à plus d'un signe de l'équinoxe, & que le plus grand changement de latitude, qui a lieu dans les équinoxes mêmes, soit un peu moindre que 2 degrés, suivant Ptolémée.

Ce qui prouve encore l'erreur à l'égard d'*Aldebaran*, c'est la latitude de l'autre étoile qui forme l'œil boréal du Taureau, que Ptolémée met de 3 degrés exactement dans son Catalogue: or, nous trouvons la latitude de cette étoile $2^d\ 35'\ 34''$, plus petite de $24' \frac{1}{2}$ que celle de Ptolémée, & cette diminution s'accorde avec le systême général, tandis qu'il y auroit au contraire une augmentation, si on employoit la latitude que Ptolémée donne à l'étoile d'*Aldebaran*.

Enfin, la distance de ces deux étoiles, qui forment les yeux du Taureau, a été souvent mesurée par Tycho, qui l'a trouvée exactement de $3^d\ 10'\ 15''$: si on calcule par les déterminations de Ptolémée, on ne trouve que $2^d\ 19'$; en sorte que pour augmenter cette distance de 51 minutes, il faut augmenter de beaucoup la latitude d'*Aldebaran*. Cette distance, que Tycho donnoit de $3^d\ 10'\ 15''$, se trouve de $3^d\ 10'\ 50''$ par de nouvelles observations; la différence est presqu'insensible, ce qui prouve au moins que les inégalités d'*Aldebaran*, s'il y en a eu de si grandes que semblent le prouver les anciennes observations, ne sont pas toujours les mêmes & se ralentissent actuellement. La latitude d'*Aldebaran*, que nous trouvons de $5^d\ 29'\ 0''$, est de $5^d\ 29'\ 15''$ dans le Catalogue de Flamsteed, fait il y a soixante-dix ans, ce qui semble n'indiquer aucune variation dans ce même espace de temps; cependant M. l'abbé de la Caille m'a dit que dans le grand nombre de réductions qu'il avoit faites de ses observations sur cette étoile, il y avoit toujours trouvé des inégalités, des bizarreries, des sauts de 15 à 20 secondes, qu'il ne pouvoit attribuer qu'à des variations particulières à cette étoile, sans aucune loi ni aucune régularité.

On doit trouver dans la plupart des latitudes des étoiles rapportées par Ptolémée, ce changement relatif à celui de l'obliquité de l'écliptique, parce que, selon les apparences, ces latitudes furent déduites des hauteurs méridiennes ou des distances à l'équateur.

En effet, nous voyons que Ptolémée voulant prouver dans le VII.e livre de son Almageste, que le mouvement des étoiles en longitude étoit d'un degré par siècle, & que les latitudes étoient constantes, se servoit des déclinaisons observées par Hipparque, & il les comparoit avec les siennes pour montrer que ces déclinaisons avoient éprouvé le changement qui convenoit au mouvement sur l'écliptique, dont il vouloit donner la preuve: or, pour conclure les latitudes des étoiles par le moyen des déclinaisons observées, il falloit employer l'obliquité de l'écliptique; il est donc évident que si l'obliquité de l'écliptique, supposée par Ptolémée de $23^d\ 51'$, eût été trop grande, les latitudes des étoiles rapportées dans son Catalogue, seroient toutes affectées du même vice, les différences entre ces latitudes & celles que nous observons, ne prouveroient rien de plus que la différence des suppositions faites par Ptolémée & par nous pour l'obliquité de l'écliptique.

Cependant je ne crois pas que l'on puisse réduire à cela seul les différences de latitude que nous remarquons entre le Catalogue de Ptolémée & les nôtres: il y a beaucoup de latitudes d'étoiles qui n'avoient pas été déterminées par les déclinaisons, mais par le moyen de leurs conjonctions avec la Lune. Or, les mouvemens de la Lune avoient été déterminés par la comparaison immédiate de cette planète avec le Soleil, ainſi les latitudes des étoiles, trouvées par le moyen de la Lune, ne dépendoient pas de la ſituation de l'équateur & de l'obliquité de l'écliptique. Le troiſième chapitre du VII.^e Livre de Ptolémée, qui me paroît un des plus intéreſſans de tout l'Almageſte, contient ſept obſervations de la Lune en conjonction avec les Pléïades, l'épi de la Vierge & les étoiles au front du Scorpion, qui donnent des latitudes indépendantes de l'obliquité de l'écliptique, & dont le changement eſt confirmé par celui des autres étoiles.

Suivant les calculs qui ſeront rapportés ci-après, les Pléïades ont dû éprouver une variation en latitude de 38 ſecondes par ſiècle, auſſi-bien que l'étoile ρ boréale au front du Scorpion, ce qui fait 1,1 minutes en dix-huit cents ans: ces mouvemens ſont en ſens contraire, puiſque les Pléïades ſe rapprochent du pôle boréal de l'écliptique, tandis que l'étoile au front du Scorpion s'en éloigne, la latitude boréale augmentant pour les Pléïades & diminuant pour l'étoile du Scorpion; ainſi il y a plus de 26 minutes de différence entre la différence en latitude de ces étoiles au temps de Ptolémée & leur différence actuelle; quantité ſur laquelle on ne peut guère ſe méprendre, en examinant les obſervations des Anciens.

Les obſervations que nous allons rapporter d'après le troiſième chapitre du VII.^e livre de l'Almageſte, étant celles que Ptolémée employa pour démontrer le mouvement des étoiles, nous ne pouvons en avoir de plus authentiques, ou dont on doive préſumer une plus grande exactitude. Si elles prouvent le changement de latitude, il ſera d'autant mieux prouvé que ces mêmes obſervations ſervirent à Ptolémée pour prouver le contraire, c'eſt-à-dire pour montrer que les latitudes des étoiles ne changeoient pas.

Obſervations rapportées par Ptolémée.

I. L'an 295 avant J. C. le 20 Décembre, à $3^h\ 24'$ après minuit *(horâ æquali)*, à Alexandrie, Tymocharis vit la Lune toucher par ſon extrémité boréale, la boréale au front du Scorpion, & Ptolémée en conclut que le lieu apparent de la Lune étoit $2^d\ 0'$ dans le Scorpion, avec $1^d\ 12'$ de latitude boréale. *(Longomontanus lib. 1. Theoric. cap. 2. Astronomia Britannica, pag. 272 ; Astronomia reformata, pag. 152. Lambergius, Thes. observ. lunarium, classe 7).*

II. Le 8 Mars 294 avant J. C. à 8^h du soir, Tymocharis observa à Alexandrie, que le bord oriental de la Lune couvrit l'épi de la Vierge, & l'étoile passa de manière qu'elle séparoit un tiers du diamètre de la Lune du côté du Septentrion: Ptolémée en conclut que le lieu apparent de la Lune étoit à $22^d\ 12'$ de la Vierge, avec $2^d\ 0'$ de latitude.

III. Le 29 Janvier 284 avant J. C. à $8^h\ 30'$ du soir, Tymocharis observa à Alexandrie, que le milieu de la partie australe de la Lune touchoit à la troisième ou moyenne suivante des Pléïades : Ptolémée en conclut que le lieu apparent de la Lune étoit à $29^d\ 20'$ du Bélier, avec $3^d\ 40'$ de latitude.

IV. Le 9 Novembre 283 avant J. C. à $2^h\ 30'$ du matin, à Alexandrie, Tymocharis observa l'épi de la Vierge toucher le bord boréal de la Lune qui se levoit alors : Ptolémée en conclut le lieu apparent de la Lune & de l'étoile, à $22^d\ 30'$ de la Vierge, & la latitude de la Lune $2^d\ 15'$. *Longomontanus (lib. I, Theoricorum, cap. 2. comment. de fixis),* dit que l'heure corrigée étoit $3^h\ 54'$.

V. Le 29 Novembre 92 de J. C. au commencement de la troisième heure de la nuit, ou à 7^h du soir (Ptolémée dit $7^h\ 40'$ du soir) à Alexandrie, Agrippa observa en Bithynie, à 43^d de latitude, & 55^d de longitude, que la corne australe de la Lune touchoit la partie suivante & australe des Pléïades: Ptolémée dit que le lieu apparent de la Lune étoit à $3^d\ 15'$ du Taureau, avec $3^d\ 40'$ de latitude boréale.

VI. Le 10 Janvier 98 de J. C. Menelaüs observa à Rome, que la Lune couvrit l'épi de la Vierge : Ptolémée dit que la conjonction se fit à $6^h\ 20'$ après minuit, au méridien d'Alexandrie, & que la Lune étoit à $25^d\ 45'$ de la Vierge, avec une latitude de $2^d\ 0'$.

VII. Le 13 Janvier 98 de J. C. $6^h\ 10'$ à Rome, ou $7^h\ 30'$ après minuit, réduit au méridien d'Alexandrie, Menelaüs vit la corne auftrale de la Lune en ligne droite avec la moyenne, & l'auftrale au front du Scorpion; le centre de la Lune étoit éloigné de cette ligne autant que la moyenne étoit éloignée de l'auftrale, & elle paroiffoit avoir caché la boréale: Ptolémée conclut que le centre de la Lune & la boréale du Scorpion étoient à $5^d\ 55'$ du Scorpion, avec $1^d\ 20'$ de latitude.

Parmi ces fept obfervations, la feconde, la quatrième & la fixième font peu propres à l'objet que nous nous propofons; car l'épi de la Vierge étant fort près de l'équinoxe, elle change peu de latitude, & fon mouvement en longitude ne paroît pas pouvoir fe déterminer par de femblables obfervations avec toute la précifion que nous avons en vue.

Les quatre autres obfervations feroient très-propres à nos recherches, fi nous pouvions favoir exactement l'heure où elles ont été faites, mais il ne laiffe pas que d'y avoir quelques incertitudes fur l'heure & fur les époques, tant du Soleil que de la Lune, au temps de Tymocharis.

CALCUL de l'Obfervation de Tymocharis, 295 ans avant J. C.

Le 19 Décembre 295 avant J. C. ou 294, fuivant la manière aftronomique de compter les années, à $15^h\ 24'$, temps vrai à Alexandrie, ou $13^h\ 32'$ au méridien de Paris, la longitude moyenne de la Lune étoit de $7^f\ 0^d\ 36'$, fa longitude vraie $6^f\ 29^d\ 32'$, fa latitude boréale $1^f\ 17^d\ 25'$, l'angle horaire ou l'angle au pôle $71^d\ 23'$, la diftance au pôle $101^d\ 0'$, la diftance du pôle au zénit, ou le complément de la latitude $59^d\ 2'$, la hauteur de la Lune $9^d\ 50'$, l'angle du vertical avec le méridien $55^d\ 34'$, l'angle du vertical avec le cercle de latitude 76^d, la parallaxe horizontale $54'\ \frac{1}{2}$, la parallaxe de latitude $13'$, la latitude apparente du centre de la Lune $1^d\ 4'$; celle du bord boréal étoit donc de $1^d\ 19'$, tandis qu'elle fe trouve actuellement de $1^d\ 2'$, ainfi la latitude auroit diminué, fuivant cette obfervation, de $17'$ en vingt fiècles

& demi, ou presque 50″ par siecle, ce qui favorise un peu la théorie qui donne 38″; on doit même observer que cette quantité supposeroit une minute par siècle, pour la diminution de l'obliquité de l'écliptique, ainsi que M. de Louville l'avoit trouvée, & que la donnent les observations de Ptolémée comparées avec les nôtres; mais on verra ci-après qu'il faut ôter environ un quart de cette quantité.

Calcul de l'Observation de Menelas, 98 ans après J.C.

Le 13 Janvier de l'an 98 de l'ère vulgaire, à $18^h\ 9'$, temps vrai au méridien de Rome, $19^h\ 30'$ au méridien d'Alexandrie, $17^h\ 38'$ au méridien de Paris, la longitude moyenne de la Lune étoit, suivant mon calcul, $6^s\ 29^d\ 35'\frac{1}{2}$, la longitude vraie $7^s\ 5^d\ 42'$, la latitude vraie $2^d\ 1'$, la parallaxe horizontale $55'\frac{1}{3}$, l'angle horaire de la Lune $8^d\ 45'$, sa distance au pôle $102^d\ 20'$, la distance du pôle au zenit $41^d\ 54'$ à Rome, la hauteur de la Lune $35^d\ 10'$, la parallaxe de hauteur $45'\ 36''$, l'angle du vertical avec le méridien $7^d\ 57'$, l'angle du vertical avec le cercle de latitude $27^d\ 20'$, la parallaxe de latitude $40'\frac{1}{2}$, la latitude apparente de la Lune $1^d\ 20'\frac{1}{2}$; ainsi supposant avec Ptolémée que le centre de la Lune concouroit avec l'étoile, on trouve que la latitude de l'étoile étoit de $1^d\ 20'\frac{1}{2}$, au lieu de $1^d\ 19'$, que nous avons trouvé par l'observation précédente; ainsi cette seconde observation confirme la première; cependant son résultat n'est pas aussi sûr, parce que l'étoile ne se voyoit point dans la seconde observation.

Les deux conjonctions des Pléïades observées par Tymocharis à Alexandrie, & par Agrippa en Bithynie, étant calculées de même m'ont paru ne point s'accorder avec le résultat de Ptolémée, ni avec celui que je viens de tirer des deux autres observations: j'espère les discuter séparément pour chercher, s'il est possible, la cause de cette différence.

Si nous comparons le catalogue de Ptolémée inséré dans l'Astronomie réformée du P. Riccioli, *pages 208 & suivantes*, avec le catalogue britannique de M. Flamsteed, nous verrons le changement de latitude dans toutes les étoiles qui sont situées vers les ſolſtices; prenons pour exemple les étoiles des Gemeaux, en ſuivant l'ordre de Ptolémée.

	Ptolémée.		Flamsteed.		Différence.
	D.	M.	D.	M.	M.n.
1.	9.	30.	10.	4. B	+ 34.
	9.	40.			+ 24.
2.	6.	15.	6.	39. B	+ 24.
	6.	19.			+ 20.
10.	1.	30.	2.	$1\frac{1}{2}$ B	+ $31\frac{1}{2}$
11.	2.	30.	2.	5. A	— 25.
12.	0.	30.	0.	13. A	— 17.
14.	1.	30.	0.	56. A	— 34.
15.	2.	15.	0.	51. A	— 24.
16.	3.	30.	3.	6. A	— 24.
17.	7.	30.	6.	47. A	— 43.
informe.	0.	40.	0.	12. A	— 28.

On voit par cette comparaiſon, que l'écliptique s'eſt abaiſſée vers le midi, dans la région du ſolſtice d'été; en ſorte qu'elle eſt plus éloignée du pôle du monde & des étoiles qui ont une latitude boréale, au contraire elle eſt rapprochée des étoiles qui ont une latitude méridionale; en ſorte que toutes les latitudes méridionales ſont devenues plus petites, & toutes les latitudes boréales plus grandes au moins d'un tiers de degré, comme dans les recherches de Tycho-Brahé.

M. Halley, dans les Tranſactions philoſophiques, n.° CCCLV, *page 736,* après avoir remarqué que le pôle du monde paroît s'être rapproché du pôle de l'écliptique, quand on conſidère les latitudes de la plupart des étoiles placées dans l'ancien catalogue, ajoute enſuite que les trois étoiles principales *Palilicium* ou *Aldebaran*, *Syrius* & *Arcturus*, s'éloignent de cette règle; en effet, la latitude de *Palilicium*, dans le catalogue de Ptolémée, eſt de $5^d\ 10'$ *A*. tandis que dans celui de Flamſteed elle eſt de $5^d\ 30'$. *Syrius* a dans Ptolémée $39^d\ 10'$ *A*. de latitude,

& dans M. Flamſteed $39^d\ 31'$. Ces deux étoiles ſembleroient contredire la règle précédente, & ce ne peut pas être erreur dans les nombres ou dans les manuſcrits, car ces latitudes marquées dans Ptolémée s'accordent avec les déclinaiſons rapportées dans d'autres endroits de ſon livre.

La latitude d'*Arcturus* varie également d'une manière ſenſible, & qui lui eſt particulière; on s'en aperçoit parfaitement, au moyen d'une très-petite étoile qui eſt tout près d'*Arcturus*, & qui n'ayant pas éprouvé le même changement, eſt ſituée d'une manière très-différente (par rapport à *Arcturus*) de ce qu'elle étoit dans le dernier ſiècle. M. Caſſini a trouvé pour le changement d'*Arcturus* en latitude $2'\ 38''$ en ſoixante-ſix ans (*Mém. Ac. 1738*). M. le Monnier, dans ſa théorie des Comètes, trouve $2'\ 5''$ en cinquante-cinq ans, ce qui fait $2'\ 30''$ en ſoixante-ſix ans, ou $8''$ de moins que M. Caſſini.

On a eſſayé de trouver le changement de l'obliquité de l'écliptique par la différence de déclinaiſon entre le Soleil au ſolſtice d'été & *Arcturus*, meſurée avec grand ſoin, & comparée avec celle qui avoit été meſurée autrefois; mais la variation d'*Arcturus* en latitude empêche qu'on ne puiſſe tirer aucune lumière d'une ſemblable comparaiſon; en effet, cette variation d'*Arcturus* en latitude qu'il faut d'abord connoître, ne peut ſe déterminer exactement ſans y faire entrer l'obliquité de l'écliptique, puiſque les latitudes des Aſtres ſe rapportent eſſentiellement à l'écliptique; ainſi ce ſeroit un cercle vicieux, que de déterminer le changement de l'obliquité de l'écliptique, par la diſtance du Soleil à *Arcturus*, après avoir cherché les variations d'*Arcturus*, en le comparant au Soleil, ou ce qui revient au même, à l'écliptique.

Les étoiles dont j'ai parlé plus haut, quoique de la première grandeur, ſont en trop petit nombre, & ſemblent devoir céder au grand nombre des étoiles moindres, qui prouvent une même règle uniforme; on ſoupçonne avec grand fondement que comme les étoiles de la première grandeur ſont plus près de nous, leurs déplacemens phyſiques, les dérangemens qu'elles peuvent éprouver par différentes attractions, ou par d'autres cauſes encore peu connues,

connues, deviennent plus ſenſibles & plus conſidérables pour nous. *Arcturus*, la brillante de l'épaule d'Orion, autres étoiles de la première grandeur, ont également des latitudes fort différentes de celles que Ptolémée leur aſſigna: M. Halley, au lieu cité, & M. Caſſini dans les Mémoires de l'Académie, pour 1738, *page 335*, ont remarqué ces variations.

On pourra juger des changemens obſervés dans la latitude de *Syrius*, par la comparaiſon ſuivante des différentes déterminations que l'on en trouve dans les Auteurs. Augmentation dans la latitude de *Syrius*.

Ptolémée	39^d	$10'$	$0''$	Hiſtoire céleſte de Flamſteed, *Tome III.*
Ulug-beg	39.	30.	0.	
Tycho-Brahé	39.	30.	0.	
Le Prince de Heſſe	39.	30.	50.	
Hevelius	39.	30.	5.	
Flamſteed	39.	32.	8.	
M. Halley	39.	32.	8.	Tables aſtronomiques.
M. de la Hire	39.	32.	35.	Tables aſtronomiques.
M. Maraldi	39.	33.	0.	dans ſon Catalogue.
M. Caſſini	39.	33.	0.	dans ſes Tables.
M. de Louville	39.	32.	10.	dans ſes Manuſcrits.
Les Perſans	39.	10.	0.	Riccioli, Aſtronomie réformée, *page 216.*
Le Cardinal Cuſa	39.	50.	0.	
Le Prince de Heſſe	39.	28.	0.	
Riccioli	39.	32.	5.	
Ali Abolcaſimo	39.	20.	0.	M. Bernard, Tranſact. Philoſ. *n.° CLVIII, page 567.*
Ebnolalamo	39.	20.	0.	
Canon Hacimicæ	39.	30.	0.	
Tabul. Ilchan	39.	10.	0.	

Enfin, par les dernières obſervations de M. l'abbé de la Caille, nous voyons que cette latitude eſt $39^d\ 32'\ 58'',5$, plus grande de $50''$ que celle de Flamſteed, & plus grande de $3'$ que celle de Tycho & d'Hévélius, quoiqu'elle dût diminuer de $45''$ par ſiècle, ſuivant la théorie générale dont il s'agit dans ce Mémoire; car elle eſt ſituée à $3^{f}\ 10^{d}$ de longitude, aſſez près du colure des ſolſtices ; donc l'écliptique s'éloignant du pôle boréal du monde, & s'abaiſſant vers le midi, auroit dû rendre cette latitude plus petite. Il faut cependant remarquer une circonſtance qui rend la différence un peu moindre à l'égard de Tycho-Brahé : ſavoir, qu'il a fait la réfraction à la hauteur de *Syrius*, $1'\ 20''$ environ, *(Progymn. T. I. p. 280)* au lieu d'environ $3'\ 0''$ qu'elle doit être ; ainſi il faut ajouter $1'\ 40''$ à la latitude qu'il a conclu des hauteurs méridiennes, & elle ne différera plus que de $1'\ 18''$ de celle qu'on obſerve actuellement, à quoi ajoutant $1'\ 12''$, dont elle auroit dû diminuer, on voit qu'il y a $2'\ \frac{1}{2}$ d'augmentation irrégulière dans la latitude de *Syrius*, quantité qu'il faut attribuer à un mouvement propre, particulier à cette étoile, & dont la cauſe eſt inconnue. Au reſte, les étoiles de la première grandeur, & ſur-tout *Syrius*, devant être beaucoup plus voiſines de la Terre que les autres étoiles, ſont par-là même moins propres à nous faire connoître la loi générale de leurs variations ; les dérangemens particuliers qu'elles éprouvent deviennent trop ſenſibles pour nous par la proximité, & défigurent la loi des mouvemens généraux qui affectent tout le ciel : il me ſuffit donc d'avoir obſervé que dans le fait les latitudes de toutes les étoiles diffèrent de celles qu'on obſerve aujourd'hui, comme l'obliquité de l'écliptique qu'ils obſervèrent, diffère de celle qui a lieu actuellement : paſſons à l'explication phyſique du phénomène.

Avant que de parler de celle de Képler, qui remontoit juſqu'à la cauſe phyſique de ces variations, nous dirons un mot de la manière dont M. Godin en concevoit les phénomènes ; il cherchoit à reconnoître non la cauſe, mais la diſpoſition ou la manière dont ces variations ſe produiſoient ; il examinoit ſi c'étoit le mouvement de l'écliptique ou celui de l'équateur qui produiſoit la différence obſervée dans l'écliptique, & il jugea, comme Képler, que c'étoit le mouvement de l'écliptique. Le Mémoire de M. Godin a pour titre, *Que l'obliquité de l'écliptique diminue, & de quelle manière :* l'Auteur trouve une manière ingénieuſe de prouver, que ce n'eſt pas l'équateur qui s'eſt approché de l'écliptique, en comparant la poſition du nœud de Jupiter, obſervée deux cents quarante un ans avant J. C. avec celle qu'obſerva M. de la Hire dans le dernier ſiècle; mais il ſuppoſe que le mouvement des nœuds des Planètes n'a rien de réel, & qu'il vient uniquement de ſa variation ou du déplacement de l'écliptique. J'ai ſuffiſamment prouvé dans mes Mémoires ſur le mouvement des nœuds des Planètes, que cette prétention ne peut ſe ſoutenir; la même cauſe qui fait varier l'écliptique (& elle varie de l'aveu même de M. Godin) ne peut manquer de produire dans les orbites planétaires un mouvement ſemblable, & par conſéquent un changement dans les nœuds; ſi Street & Whiſton ont méconnu ce changement, c'eſt qu'il eſt trop peu ſenſible pour avoir pu être bien démontré dans le ſiècle dernier, mais il n'eſt plus équivoque aujourd'hui.

Les quatre conſéquences que M. Godin tire de ſes recherches, dans le Mémoire dont il s'agit, ſont 1.° que l'obliquité de l'écliptique diminue, 2.° que ce mouvement ſe fait ſur les deux points équinoctiaux, 3.° que c'eſt l'écliptique qui s'approche de l'équateur, 4.° que les nœuds des planètes n'ont aucun mouvement propre; de ces quatre choſes, la première & la troiſième ſont vraies en elles-mêmes, mais non par les raiſons qu'en donnoit M. Godin: la ſeconde & la quatrième ne ſauroient ſubſiſter avec la théorie de l'attraction, & avec les obſervations qui la prouvent même dans cette partie.

Je reviens à l'explication de Képler: ce génie vaſte & hardi qui vit preſque un nouveau ciel ſe former entre ſes mains, cherchoit des rapports entre les effets pour remonter aux cauſes, & ſes conjectures furent ſouvent des découvertes. Képler vit, comme Tycho-Brahé, que les latitudes des étoiles, voiſines des ſolſtices, différoient de plus d'un demi-degré des latitudes marquées dans l'ancien catalogue de Ptolémée, tandis que les latitudes des étoiles, voiſines des équinoxes, étoient encore les mêmes; dès-lors il conçut que l'orbite entière de la Terre devoit ſouffrir quelque déplacement, & être tranſportée, à la ſuite des temps, par quelque agent phyſique, d'un lieu à l'autre; il ne ſuffiſoit pas d'avoir découvert un effet, il lui falloit une cauſe, Képler la trouva dans le Soleil : il s'étoit déjà accoutumé à regarder le Soleil comme le centre du monde, & comme l'agent principal de la Nature, il trouva le moyen de le faire servir à ce nouveau phénomène; il lui sembla que la force de rotation du Soleil pouvoit à la suite des temps entraîner la Terre par un mouvement insensible, & faire prendre à son orbite une nouvelle position *(Epitomes Astronomiæ, lib. VII, p. 912).*

Képler appela *écliptique royale*, un cercle immobile incliné de $1^d\ 48'$ à l'écliptique, ou à l'orbite annuelle de la Terre, qui étoit coupé par celle-ci vers les points solstitiaux, & il imagina que l'écliptique décrite par la Terre, étoit entraînée sur l'écliptique immobile par la rotation du Soleil. Dans la suite, la découverte de l'attraction universelle & réciproque des Corps célestes a justifié, pour ainsi dire, Képler, puisque l'action des planètes sur la Terre produit l'effet qu'il attribuoit à l'équateur du Soleil, & le produit avec la quantité d'inclinaison qu'il lui avoit attribuée. Il résulte des calculs que j'ai faits pour chacune des cinq planètes séparément, rapportés dans les Mémoires de 1758, que le cercle appelé par Képler, *Ecliptica regia*, est une orbite composée, qui tient comme une espèce de milieu entre celles de toutes les planètes; elle coupe l'écliptique au 22.^{e} degré du Sagittaire & des Gemeaux, fort près des points solstitiaux où Képler la supposoit & sous le même angle qu'il lui donnoit.

On pourroit dire encore, à la louange de ce grand homme, que la cause même dont nous faisons aujourd'hui une si heureuse application, je veux dire la gravitation universelle, est presque son ouvrage.

Képler fut le premier qui eut une idée de l'attraction, il en parla dans presque tous ses Ouvrages; il lui attribuoit les inégalités de la Lune, le flux & le reflux de la mer; & il comparoit sans cesse les mouvemens célestes à l'attraction de l'aimant *(Nova physica cœlestis, in introd.).* Newton fut le premier qui en reconnut la loi & la mesure, mais il faut convenir qu'elle étoit un corollaire bien naturel, & bien simple pour un grand Géomètre, de cette autre loi fondamentale, découverte par Képler, que les quarrés des temps périodiques des planètes sont comme les cubes des distances au Soleil : c'est donc à celle-ci que nous devons remonter pour connoître la généalogie de nos idées & mesurer les progrès de l'esprit.

Cette règle fameuse, qui nous a conduit à tant de découvertes, fut trouvée le 15 Mai 1618 ; l'auteur même a pris soin de nous en conserver la date; la joie qu'il en conçut fut si grande, qu'il en parle dans le V.e livre de ses *Harmoniques* avec une espèce d'enthousiasme qui doit nous paroître bien naturel.

Képler, par de très-longs calculs, déduits des observations de Tycho-Brahé, avoit trouvé les rapports des distances des planètes au Soleil ; il avoit ensuite examiné ces distances, il les avoit combinées & retournées de mille façons différentes pendant près de dix-sept ans, pour trouver quelque analogie vraisemblable entre la grandeur des orbites & le temps employé à les parcourir, c'est-à-dire entre les distances des Planètes au Soleil, & les durées de leurs révolutions. Il voyoit, par exemple, que Jupiter éloigné du Soleil cinq fois plus que la Terre, met douze fois plus de temps à parcourir cette orbite, qui est seulement cinq fois plus grande : c'est cette différence dont Képler cherchoit à découvrir le mystère.

Il n'avoit encore rien imaginé de satisfaisant, lorsque le 6 Mars 1618, plus occupé que jamais de l'objet de sa curiosité & de son impatience, formant des quarrés & des cubes presque au hasard, il s'avisa de comparer les quarrés des temps avec les cubes des distances, il les trouva d'accord dans un cas ; il essaya promptement le calcul sur un autre; mais trop de vivacité, trop de joie peut-être, l'égarèrent dans des fautes de calcul & l'éloignèrent de ce qu'il cherchoit, il crut trouver enfin que cette proportion n'étoit pas générale.

Ce ne fut que deux mois après, & le 15 Mai 1618, que toujours échauffé sur son objet, Képler reprit l'essor une seconde fois ; il examina de nouveau comment la proportion qu'il avoit soupçonnée s'accordoit avec les observations; il calcula mieux, & il trouva ce rapport exactement le même pour toutes les Planètes. Dans ce moment, dix-sept années de

Découverte de la plus fameuse loi de Képler.

méditations & de calculs produisirent un éclat de lumière, & il en fut ébloui; je craignois, dit-il, de me faire illusion à moi-même & d'avoir supposé ce qu'il falloit chercher: *Denique 15 Maii reversa novo capto impetu expugnavit mentis meæ tenebras tantâ comprobatione & laboris mei septemdecennalis in observationibus Braheanis, & meditationis hujus in unum conspirantium, ut somniare me & præsumere quæsitum inter principia primo crederem.*

Jo. Kepleri harmonices mundi. Lincii 1619, pag. 189.

Mais enfin Képler, rassuré par un nouveau calcul, fut convaincu de sa découverte, & s'écria, comme Virgile;

. . . . Sera quidem respexit inertem,
Respexit tamen & longo post tempore venit.

L'attraction en est un corollaire

Ce fut-là véritablement l'origine de tout ce qui s'est fait depuis un siècle dans la Physique céleste, & sur-tout de la découverte de l'attraction.

En effet, si l'on nomme r la distance d'une Planète au Soleil, & t le temps périodique de cette Planète, l'un & l'autre étant exprimés en parties de la distance & du temps périodique de la Terre, on aura $r^3 = t^2$ par la règle de Képler; mais dans un cercle le sinus verse d'un petit arc ou l'écart de la tangente, qui est l'effet & l'expression de la force centrale, est comme le quarré de l'arc & le rayon, ou, ce qui revient au même, d'autant plus grand que la distance est plus grande & le quarré du temps périodique plus petit. Ainsi l'on a cette expression de la force centrale φ dans une orbite circulaire $\varphi = \frac{r}{t^2}$, mais de ce que $r^3 = t^2$, il s'ensuit que $\frac{r}{t^2} = \frac{1}{r^2}$; donc $\varphi = \frac{1}{r^2}$; ainsi de la loi découverte par Képler, il étoit aisé de conclure que la force centrale du Soleil devoit être en raison inverse du quarré de la distance, sur-tout après que le D.r Hook eut proposé formellement à tous les Géomètres, de trouver quelle étoit la loi suivant laquelle le Soleil attiroit les Planètes.

An attempt to prove the motion of the earth, 1674, p. 27.

L'attraction une fois admise, Newton ne pouvoit manquer d'apercevoir que le mouvement des Nœuds de la Lune, qui en dix-huit ans leur fait parcourir tout le Ciel, étoit une suite de l'attraction du Soleil, & M. Clairaut a trouvé, par un calcul rigoureux, comme on le voit dans sa Théorie de la Lune, que le mouvement moyen & rétrograde observé dans les Nœuds de la Lune, étoit absolument d'accord avec le calcul de l'attraction.

Il étoit naturel d'en conclure que toute Planète attirée par une autre qui tourne autour d'un même centre & dans un plan différent, devoit avoir des nœuds également variables, & que l'orbite de la Planète troublée devoit toujours rétrograder sur l'orbite de la Planète troublante; il restoit à savoir si cette quantité étoit assez sensible pour devoir entrer, quant à présent, dans nos calculs. M. Euler fit voir en 1748, dans sa Pièce sur les inégalités de Saturne, qu'en effet le mouvement de ses nœuds sur l'orbite de Jupiter étoit une quantité fort sensible; & il a donné ensuite dans les Mémoires de Berlin un plus grand détail sur la même matière, quoique sans démonstrations: la Terre doit donc éprouver de la part des Planètes une attraction sensible, en vertu de laquelle les nœuds de l'écliptique sur l'orbite de Vénus, par exemple, rétrogradent sur l'orbite de Vénus, ou, ce qui revient au même, une attraction qui fait tourner l'axe de l'écliptique autour de l'axe de l'orbite de Vénus; en sorte que le pôle de l'écliptique décrit un petit cercle autour du pôle de cette orbite. *(Voy. Mém. Acad. 1758 & 1761).*

Pour montrer d'une manière palpable le changement qui résulte dans la position des étoiles du mouvement que le pôle de l'écliptique est obligé de prendre autour du pôle de l'orbite d'une planète, nous supposerons que le cercle *PC* est la projection, sur le plan de l'écliptique, du cercle parallèle à l'écliptique qui passe par le pôle septentrional de l'équateur; *A* représentera le pôle de l'écliptique, *A* ♈ le colure des équinoxes, *AP* le colure des solstices, *P* le pôle du monde ou le pôle de l'équateur, qui a trois signes de longitude: le nœud ascendant de Vénus ayant 2^{s} 13^{d} de longitude, le pôle boréal de Vénus aura 11^{s} 13^{d}; ayant donc fait l'angle ♈ *AV* de 17^{d}, & prenant

AV de $3^d\ 23'\ 20''$, distance des pôles de Vénus & de l'écliptique, ou inclinaison de l'orbite de Vénus, le point V sera le pôle de l'orbite de Vénus ; & le cercle ABD sera celui que le pôle de Vénus décrit autour du pôle de l'écliptique, l'arc AB étant de $5'',147$ par année, contre l'ordre des signes.

Le pôle de l'écliptique s'étant reculé en un an de la quantité AB dans son cercle autour de Vénus, le colure des solstices PA, qui passe essentiellement par le pôle du monde, c'est-à-dire, par le pôle de l'équateur & par celui de l'écliptique A, se trouvera dans la position PB, parce que le pôle du monde P ne participe point à ces variations produites par l'attraction des Planètes; ainsi la précession des équinoxes aura variée de la quantité de l'angle APB, & l'obliquité de l'écliptique qui étoit égale à PA, deviendra égale à PB.

Par la situation actuelle des trois pôles P, A, V, on voit que l'obliquité de l'écliptique diminue, puisque PB est moindre que PA; l'on voit aussi que la précession des équinoxes diminue; en effet le colure PA s'avance selon l'ordre des signes, pour venir du côté de la ligne $P\Upsilon$, qui répréfente la section du Bélier, d'où se comptent les longitudes ; or ce mouvement, selon l'ordre des signes, diminue nécessairement la précession totale des équinoxes, qui est un mouvement contre l'ordre des signes, d'environ 50 secondes par an, produit par une cause toute différente.

Pour déterminer aisément la quantité, dont la précession des équinoxes & l'obliquité de l'écliptique diminuent par l'action de Vénus sur l'écliptique, il suffit de considérer que dans le triangle PVA formé par les trois pôles, du Monde, de Vénus & de l'Écliptique; les deux côtés PV & VA sont constans, tandis que tout le reste varie par le mouvement du pôle A dans la circonférence ABD : alors la variation de l'angle V doit être à la variation de l'angle P, comme le sinus de PA est au sinus de VA multiplié par le co-sinus de l'angle A; prenant la lettre d pour exprimer, comme dans le calcul différentiel, la petite variation des quantités changeantes, on aura

$$dP = \frac{dV.\,\text{sin.}\,AV.\,\text{cos.}\,A}{\text{sin.}\,PA} = \frac{5''\ \text{sin.}\ 3^d\ \text{sin.}\ 17^d}{\text{sin.}\ 23^d} = 0'',25.$$

Cette

Cette formule fait voir clairement, comment l'écliptique, avec un mouvement de 5″ par année sur l'orbite de Vénus, en a cependant très-peu sur l'équateur; premièrement, parce que la longitude du nœud de Vénus approche trop de 90 degrés, ce qui rend le co-sinus de l'angle A très-petit; secondement, parce que l'inclinaison de Vénus sur l'écliptique est fort petite par rapport à celle de l'équateur, ce qui rend $\frac{\text{sin. } AV}{\text{sin. } PA}$ une fraction très-petite; ainsi lorsque la longitude du Nœud de Vénus aura diminué, aussi-bien que l'obliquité de l'écliptique, le résultat de cette attraction sera plus considérable, & la précession des équinoxes sera beaucoup plus altérée par l'attraction de Vénus.

On trouvera également dans la même figure le changement qu'éprouve l'obliquité de l'écliptique PA; car dans le triangle PVA, dont les deux côtés PV, VA, sont connus, on a $dPA = dV$ sin. VA sin. $A = 5''$ sin. 3^d sin. $73^d = 0'',29$, qui est la diminution annuelle de l'obliquité de l'écliptique par l'action de Vénus, ainsi l'obliquité de l'écliptique diminue de 29 secondes par siècle, en vertu de l'attraction que Vénus exerce sur la Terre. *(Voy. ci-devant page 264)*.

Ce résultat suppose, comme dans mon Mémoire sur les nœuds des Planètes, que la masse de Vénus soit seulement $\frac{42}{100}$ de celle de la Terre; car je supposai pour lors, avec M. Euler, que le volume de Vénus étoit seulement le tiers de celui de la Terre, & que sa densité étoit un peu plus grande dans le rapport des racines des moyens mouvemens de Vénus & de la Terre. Il suffiroit de doubler cette masse pour doubler le résultat de l'attraction de Vénus, alors la diminution séculaire de l'obliquité de l'écliptique augmenteroit de 28 secondes, & il en résulteroit $23^d\,49'$ pour le temps des observations égyptiennes, ainsi que Ptolémée nous l'a transmise. *(Voy. ci-devant p. 260)*.

Or il me paroît probable que la masse de Vénus est en effet double, ou à peu près, de celle que je supposai avec M. Euler dans mon 1.er Mémoire, *p. 259*. Le célèbre passage de Vénus sur le Soleil nous ayant procuré une détermination de son diamètre, que je crois préférable à toute autre, je vais en faire usage pour déterminer à peu près la masse de Vénus: le contact intérieur de Vénus, que j'observai avec le plus grand soin & dans les circonstances les plus favorables, arriva le 6 Juin à $8^h\ 28'\ 26''$ du matin; le contact extérieur des deux bords de Vénus & du Soleil, ou la sortie totale à $8^h\ 46'\ 50''$; la durée de la sortie de Vénus fut donc $18'\ 24''$; cette durée dut paroître trop longue à Paris de 14 secondes, par l'effet de la parallaxe, suivant le calcul que j'en ai fait; ainsi la durée de la sortie, vue du centre de la Terre, auroit été de $18'\ 10''$; or la distance perpendiculaire de l'orbite de Vénus au centre du Soleil, que j'ai déterminée de $9'\ 31''\frac{1}{2}$, étant combinée avec le rayon du Soleil qui étoit de $15'\ 46''\frac{1}{2}$, suivant les observations que je rapportai l'année dernière, je trouve que dans l'espace de $18'\ 10''$, Vénus s'éloignoit du centre du Soleil de

Diamètre de Vénus.

$57'',8$; donc le diamètre apparent de Vénus étoit en effet de $57'',8$, le jour du passage de Vénus: ce diamètre se réduit à $16'',5$, si on le suppose à la même distance que le Soleil; & si l'on suppose la parallaxe du Soleil de 9 secondes, il est aisé d'en conclure que le diamètre de Vénus exprimé en parties

Son volume.

de celui de la Terre est 0,917, & par conséquent son volume 0,771; pour en conclure sa masse ou sa force attractive, il faut faire sur la densité de Vénus quelque supposition arbitraire; il paroît vraisemblable, puisque nous connoissons les densités de trois planètes, qui croissent en approchant du Soleil, de supposer que celle de Vénus augmente aussi, & qu'elle est un peu plus grande que celle de la Terre, Vénus étant un peu plus près du Soleil; pour savoir dans quel rapport, j'examine quelle fonction la distance de Jupiter au Soleil, exprimée par celle de la Terre, se trouve être de sa densité, exprimée par celle de la Terre, je vois que sa distance est 5,2, sa densité $\frac{1}{42}$, les logarithmes sont 62 & 72; le rapport de ces logarithmes, que je prendrai pour celui de 6 à 7, m'apprend que la densité de Jupiter est égale à un divisé par la racine septième de la sixième puissance de sa distance au Soleil; prenant donc les $\frac{6}{7}$ du complément du logarithme de la

distance de Vénus au Soleil, je trouve pour la densité de Vénus, Sa densité.
qui lui répond, le nombre 1,32, qui multiplié par son volume 0,77, donne pour sa masse à peu près 1; ainsi la masse de Vénus se trouve égale à celle de la Terre: cette supposition que je viens de faire sur la densité de Vénus, quoique conjecturale, semble autorisée par cela même que son résultat s'accorde avec l'obliquité de l'écliptique $23^d\ 51'$, transmise dans les anciens livres d'Astronomie. *(Voy. ci-devant page 260).*

Avant que d'être entré dans le détail du calcul, on croiroit que 5 secondes par année de mouvement dans l'écliptique doivent produire 5 secondes de changement dans les étoiles fixes & dans les points équinoctiaux; pour voir d'une manière encore plus palpable la raison pour laquelle l'effet devient si peu sensible, considérons la disposition des trois cercles qui représentent l'écliptique, l'équateur & l'orbite de Vénus: soit CB l'équateur *(fig. 2)*, CN l'écliptique, NB l'orbite de Vénus; l'écliptique étant transportée de CN en cn par l'action de Vénus, l'arc Nn est de 5 secondes par année; mais NB étant beaucoup plus inclinée sur l'écliptique NC que ne l'est cB, la quantité Cc qui en résulte le long de l'équateur est beaucoup plus petite que Nn; si l'angle N étoit plus grand ou l'angle C plus petit, la quantité Cc prise sur l'équateur CB approcheroit beaucoup plus de Nn, c'est à-dire que le changement de la précession des équinoxes, le mouvement du colure des équinoxes, & le changement de longitude des étoiles fixes, seroient beaucoup plus sensibles.

Puisque $dBC = \frac{dAB \cdot \text{fin.} N \cdot \text{cof.} NC}{\text{fin.} C}$ est le changement de la précession des équinoxes, compté sur l'équateur CB; si on le multiplie par cof. C, on aura ce même changement sur l'écliptique $CN = dAB \cdot \text{fin.} N \cdot \text{cof.} NC \cdot \text{cotang.} C$, c'est la quantité Cm, dont le point équinoctial C a changé le long de l'écliptique: à l'égard de la quantité Np, dont l'arc NC de l'écliptique a changé par son autre extrémité N, elle n'affecte point les étoiles, puisque leur longitude se compte du point C: cette quantité $Np = Nn$ cof. N est la partie constante que j'avois appelée M cof. I dans mon premier Mémoire fur le mouvement des nœuds des Planètes, où je remarquois déjà que cette quantité étant commune à tous les points du Ciel, aux étoiles & aux points équinoctiaux, il ne devoit en réfulter aucun changement fur la fituation des étoiles.

Après avoir donné ces éclairciffemens, que je croyois encore néceffaires dans une matière que les Aftronomes ont fi peu examinée jufqu'ici, je paffe à l'examen des inégalités périodiques dont cette variation en latitude doit être accompagnée.

Pour démontrer qu'il y a dans la longitude des étoiles des variations périodiques dépendantes de l'action des Planètes, je reprendrai la formule du mouvement du nœud de la Terre fur l'orbite de Vénus, qui eft démontrée dans mon Mémoire fur le mouvement des Nœuds des Planètes *. Soit f la diftance moyenne de Vénus au Soleil, en fuppofant celle de la Terre au Soleil égale à l'unité, foit u le mouvement de la Terre, nu ou t l'angle de commutation, c'eft-à-dire, l'angle au Soleil entre la Terre & Vénus; foit S la diftance de Vénus à la Terre, & $\frac{1}{S^3} = A + B$ cof. $t + C$ cof. $2t + D$ cof. $3t$, fi V défigne le point où fe trouve Vénus, S le Soleil, T la Terre, ☊ la ligne d'interfection des orbites de Vénus & de la Terre ou le nœud de Vénus, il faut, pour avoir la différencielle du mouvement du Nœud, multiplier la quantité $\left(\frac{1}{f^2} - fA\right) du - fB$ cof. $nudu - fC$ cof. $2nudu - fD$ cof. $3nudu$ par $\frac{1}{2}$ cof. $(VS☊ - TS☊)$ $- \frac{1}{2}$ cof. $(VS☊ + TS☊)$; lorfqu'on aura fait la multiplication, il faudra divifer chaque terme par fon coëfficient pour l'intégrer. Voici une Table des premiers termes que produit cette multiplication; j'ai mis à côté de chaque terme le coëfficient par lequel il doit être divifé lorfqu'on veut l'intégrer.

* Voy. ci-deffus, p. 252.

Fig. 3.

$$
\begin{array}{ll|c}
+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{f^2}-fA\right) & \text{cos.}\,(VS\Omega - TS\Omega)\ldots\ldots & n \\
-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{f^2}-fA\right) & \text{cos.}\,(VS\Omega + TS\Omega)\ldots\ldots & 2+n \\
+\frac{1}{4}fB & \left\{\begin{array}{l}
-\text{cos.}\,(VS\Omega - TS\Omega + t) \\
-\text{cos.}\,(VS\Omega - TS\Omega - t) \\
+\text{cos.}\,(VS\Omega + TS\Omega + t) \\
+\text{cos.}\,(VS\Omega + TS\Omega - t)
\end{array}\right. & \begin{array}{c} 2n \\ 0 \\ 2(1+n) \\ 2 \end{array} \\
+\frac{1}{4}fC & \left\{\begin{array}{l}
-\text{cos.}\,(VS\Omega - TS\Omega + 2t) \\
-\text{cos.}\,(VS\Omega - TS\Omega - 2t) \\
+\text{cos.}\,(VS\Omega + TS\Omega + 2t) \\
+\text{cos.}\,(VS\Omega + TS\Omega - 2t)
\end{array}\right. & \begin{array}{c} 3n \\ -n \\ 2-3n \\ 2-n \end{array} \\
+\frac{1}{4}fD & \left\{\begin{array}{l}
-\text{cos.}\,(VS\Omega - TS\Omega + 3t) \\
-\text{cos.}\,(VS\Omega - TS\Omega - 3t) \\
+\text{cos.}\,(VS\Omega + TS\Omega + 3t) \\
+\text{cos.}\,(VS\Omega + TS\Omega - 3t) \\
\quad \&c.
\end{array}\right. & \begin{array}{c} 4n \\ -2n \\ 2+4n \\ 2-2n \\ \end{array}
\end{array}
$$

Je ne m'arrêterai pas à discuter ici tous ces termes, chacun le fera aisément au moyen des valeurs suivantes $A = 5,0$, $B = 8,866$, $C = 7,425$, $D = 6,036$, $f = 0,7234$, $n = 0,6255$; tous ces termes doivent être aussi multipliés par la masse de Vénus, celle du Soleil étant prise pour unité, & par le nombre de secondes compris dans l'arc de 57 degrés, &c. égal au rayon : on trouvera par ce moyen, si l'on suppose la masse de Vénus égale à celle de la Terre, que la première équation est $-1'',7$, sin. t : je mets t ou nu à la place de $VS\Omega - TS\Omega$ qui lui est égal, comme on le voit dans la Figure; on trouvera aussi la huitième équation $+ 2'',6$ sin. t.

Ces équations, quoique petites, peuvent changer considérablement la longitude des étoiles qui sont voisines des pôles, comme on en jugera par la formule suivante.

Soit M une des équations du nœud de la Terre sur l'orbite de Vénus, trouvée par les calculs précédens; D la distance d'une étoile à ce nœud, L sa latitude, I l'inclinaison de Vénus sur l'écliptique; alors le changement de longitude, produit par l'équation M dont nous venons de parler, sera M cos. L — M sin. I sin. D tang. L; d'où il paroît que si L étoit un arc approchant de 90 degrés, l'erreur deviendroit extrêmement grande; cependant, comme elle est petite dans la plupart des cas, je n'insisterai pas davantage sur ces inégalités, qui d'ailleurs sont aisées à calculer au moyen de ce qui précède.

Après avoir prouvé dans mes deux Mémoires sur les nœuds des Planètes *, que toutes les orbites sont mobiles, & en particulier celle de la Terre, j'ai fait voir dans celui-ci que les anciennes observations s'accordent à prouver l'effet qui en résulte, savoir le changement de latitude des étoiles & la diminution de l'obliquité de l'écliptique qui en dépend nécessairement.

* *Voy. ci-devant page 252.*

Ainsi le déplacement de la Terre & de son orbite, causé par l'action des Planètes, est ce qui produit le changement observé de la latitude des étoiles solstitiales; il affecte aussi leurs longitudes d'une manière qui est également évidente; car lorsque nous comparons les longitudes observées de nos jours avec celles que Ptolémée nous a transmises, nous trouvons des différences encore plus grandes que celles des latitudes, & qui vont quelquefois au-delà d'un degré; j'ai reconnu par le calcul que c'est aussi la raison pour laquelle M.rs Cassini & Halley ont supposé dans leurs Tables la précession des équinoxes d'une manière si différente, quoique tous deux l'aient déduite des étoiles observées par Hipparque, M. Halley sut employer celles qui étoient le moins sujettes à ces variations, & son résultat est beaucoup plus exact.

Cette même attraction des Planètes sur la Terre produit encore une inégalité remarquable dans la durée des années: on sait que la révolution entière de la Terre par rapport au point fixe, est de $365^{j}\ 6^{h}\ 9'\ 10''$, telle est l'année sidérale ou périodique; mais ce n'est pas celle dont on fait usage dans la société; c'est le retour des saisons qui a dû former la période la plus intéressante pour les hommes, la plus analogue aux besoins de la vie, la seule qu'ils aient pu reconnoître dans les premiers siècles de l'Astronomie.

Or le retour des saisons est fixé par le retour du Soleil à l'équateur, qui se fait 20 minutes plus tôt que le retour à un même point fixe; en sorte que le Soleil revenu à la même situation par rapport aux équinoxes & aux solstices, n'arrivera que 20 minutes plus tard au point physique, ou si l'on veut, à l'étoile fixe d'où il étoit parti; cet effet connu jusqu'ici sous le nom de précession des équinoxes, n'avoit paru dépendre que du changement que l'équateur de la Terre éprouve par l'action du Soleil & de la Lune sur le sphéroïde aplati : nous devons reconnoître actuellement dans la précession des équinoxes une portion dépendante du mouvement de l'écliptique; car tandis que l'équateur détourné par l'action du Soleil & de la Lune change de position par rapport à l'écliptique, il arrive que l'écliptique est détournée aussi par l'action des autres planètes, & contribue pour une petite portion au changement qu'on observe dans la position mutuelle de ces deux cercles. Si cette précession étoit toujours égale, la durée de l'année seroit toujours la même; mais la petite portion dépendante de l'action des Planètes change beaucoup par la suite des siècles, parce qu'elle dépend de la position des nœuds ou des points, dans lesquels chaque Planète traverse le plan de l'écliptique. En faisant le calcul du changement des nœuds de chacune des six Planètes principales, qui est produit par l'action de toutes les autres, j'ai trouvé que leur attraction sur la Terre, au temps d'Hipparque, devoit produire 34 secondes par siècle de moins qu'elle ne produit actuellement sur la précession des équinoxes, en sorte que la durée de l'année étoit alors de $8'' \frac{1}{2}$ de temps plus grande qu'elle n'est actuellement, voilà pourquoi ceux qui ont employé les anciennes observations pour trouver la durée de l'année, ont toujours trouvé de la difficulté à concilier les anciennes observations avec celles des derniers siècles; c'est aussi ce qui a fait trouver à M.rs Newton & Halley, la durée de l'année de 12 secondes plus grande qu'elle ne se trouve actuellement; mais depuis que j'ai eu fait entrer dans le calcul cette inégalité de la précession, j'ai eu le plaisir de voir que les équinoxes observées par Hipparque, il y a dix-neuf cents ans, s'accordoient aussi bien que ceux du XVI.e siècle, à donner pour la véritable longueur de l'année tropique $365^j\ 5^h\ 48'\ 45''\frac{1}{2}$.

Mém. Acad. 1757.

Lorsque M. Euler considéra la différence qu'il y avoit entre ces anciennes observations & celles du XVII.e siècle, il crut que le mouvement de la Terre étoit sujet à une véritable accélération : ce seroit-là un pronostic assuré de la destruction future de notre globe; en effet, si cette accélération est réelle, il s'ensuit que la Terre s'approche de plus en plus du Soleil; or la cause quelle qu'elle soit, par exemple la résistance de la matière éthérée, ayant commencé à produire cet effet, il croîtroit à mesure que la Terre approcheroit du centre de son mouvement, ainsi elle descendroit de plus en plus vers le Soleil, pour y être enfin absorbée & détruite, après que nous aurions vu Mercure & Vénus disparoître successivement à nos yeux, se perdre dans le Soleil & marquer à la Terre le moment où elle iroit y périr à son tour.

Je crois pouvoir écarter de si tristes présages : cette idée d'accélération n'a plus rien de réel, & je la vis disparoître aussitôt que j'eus calculé plus exactement la différence des attractions que la Terre éprouvoit, il y a deux mille ans, & qu'elle éprouve actuellement; je vis que l'accélération a lieu seulement pour le retour des saisons, & non pas pour le retour de la Terre à un même point du Ciel.

Il me reste à examiner un phénomène très-important dans l'Astronomie, c'est l'obliquité de l'écliptique, dont la diminution est évidente, & forme une nouvelle preuve des attractions que les Planètes exercent sur la Terre; cette obliquité observée actuellement de $23^d\ 28'\ 20''$, parut au temps d'Hipparque de $23^d\ 51'$; on a disputé long-temps sur la vérité de ces anciennes observations, on alléguoit d'assez fortes raisons de part & d'autre; M. Bernard, Professeur des Langues Orientales en Hollande, avoit consulté plusieurs Manuscrits Arabes, dont les observations lui persuadoient que l'écliptique n'avoit point variée.

Képler,

Képler, Gassendi, Riccioli, crurent prouver la même chose par des raisons astronomiques, ils furent contredits; M. le Chevalier de Louville jugea mieux des anciennes observations, & fit cette diminution très-grande; il est enfin prouvé *à priori*, & par la cause même, que l'angle diminue actuellement au moins de 47 secondes par siècle. Les calculs que j'ai faits du mouvement des nœuds de chacune des Planètes m'ayant mis à portée d'établir leur position pour le temps d'Hipparque *, j'ai trouvé qu'alors cette diminution n'étoit que de 44 secondes par siècle; de là il suit qu'au temps d'Hipparque l'obliquité de l'écliptique devoit être de $23^d\ 43'$, & même de $23^d\ 49'$ si l'on fait la masse de Vénus égale à celle de la Terre.

* *Mém. Acad. 1761, p. 408.*

Pour pouvoir déterminer exactement ce qu'a dû être dans des temps plus reculés, & ce que sera dans les siècles futurs, cette obliquité de l'écliptique, il faudroit être sûr du mouvement des nœuds & des inclinaisons des Planètes pour les temps éloignés. Si les nœuds de Vénus & de Jupiter demeuroient fixes dans la région du Ciel où ils sont actuellement, ils ne pourroient changer l'obliquité de l'écliptique que d'environ $2^d\ \frac{1}{2}$, qui est le milieu entre les deux inclinaisons de leurs orbites; mais j'ai trouvé que dans l'espace de trente-cinq mille ans, plus ou moins, ces nœuds parviendront à des parties du Ciel opposées; ainsi toutes les variétés possibles de situation auront lieu entre les pôles de ces quatre cercles, sans que nous puissions, avec quelque sorte de précision, entreprendre d'en assigner les temps. Tout ce qu'il est permis d'assurer, c'est que l'obliquité de l'écliptique cessera de varier sensiblement, toutes les fois que les quatre pôles des orbites de Jupiter, de Vénus, de la Terre & de l'équateur seront dans une même direction, & tous dans le colure des solstices, ce qui arrivera plusieurs fois dans la suite des siècles, & qu'elle ne pourra jamais varier en tout que du double de l'inclinaison de Mercure, c'est-à-dire de 14 degrés; encore faudra-t-il pour cela que les Nœuds des planètes, dont le mouvement est si lent, se soient trouvés plusieurs fois ensemble dans les équinoxes, ce qui exigera, non pas des millions de siècles, mais des millions de millions.

Nous nous garderons bien d'étendre jusque dans cet abyme de siècles une indiscrette & vaine curiosité; qu'il nous suffise de tirer de ces calculs une conséquence importante, savoir, que dans les causes qui font varier actuellement l'angle de l'écliptique & de l'équateur, il n'y a rien qui puisse jamais le rendre nul ou qui ait pu l'accroître au point où il est aujourd'hui, si dans le principe il avoit été nul : au contraire, si la Terre eût joui une fois de cet équinoxe général, de ce printemps continuel, que des Auteurs ont célébré comme une prérogative des premiers âges du monde, nous en jouirions encore, à peu de chose près; du moins le concours des causes que nous connoissons n'auroit pas été capable de nous en faire perdre l'avantage.

On peut donc distinguer actuellement huit espèces de phénomènes sensibles dans l'état actuel de l'Astronomie, qui dépendent de l'attraction que les Planètes exercent sur la Terre, indépendamment de celui des marées, qui n'affecte, pour ainsi dire, que sa superficie.

Le premier effet est la précession des équinoxes, qui naît des attractions réunies du Soleil, de la Lune & de toutes les Planètes.

Le second, est la nutation de l'axe, qui est produite par l'action seule de la Lune.

Le troisième est le mouvement de l'aphélie de la Terre, qui est produit par l'action des cinq Planètes principales.

Le quatrième est l'inégalité périodique, produite par chacune de ces Planètes dans le mouvement de la Terre.

Le cinquième est le mouvement des Nœuds ou le déplacement de l'orbite même de la Terre, qui produit seul les trois autres phénomènes; savoir, l'inégalité des étoiles en longitude & en latitude, l'accourcissement de l'année & la diminution de l'obliquité de l'écliptique.

On en comptera peut-être quelque jour un neuvième, c'est l'altération du mouvement diurne ou du mouvement de rotation de la Terre qui doit provenir de sa figure aplatie; cette altération doit rendre inégale la longueur totale des 24 heures que l'on a toujours supposées, & que l'on suppose encore d'une parfaite égalité par rapport aux étoiles, parce que les différences sont en effet très-petites : par exemple, on trouve que le Soleil étant capable de faire monter les eaux de la mer de huit pieds, il en doit résulter une inégalité de 7 à 8 tierces de temps sur la rotation de la Terre, par cette seule différence de huit pieds entre les deux demi-axes du sphéroïde.

Le calcul rigoureux de la précession des équinoxes a fait aussi voir à M. d'Alembert d'autres inégalités occasionnées par la figure de la Terre ; un jour on les discutera avec soin, parce que le temps viendra où la perfection de l'Astronomie sera portée assez loin pour que des fractions même de secondes puissent y paroître intéressantes.