

M É M O I R E
SUR
LES PASSAGES DE VÉNUS
DEVANT LE DISQUE DU SOLEIL,
EN 1761 ET 1769,

Dans lequel on exprime, d'une manière générale, l'effet de la Parallaxe dans les différens lieux de la Terre, pour l'entrée & pour la sortie de Vénus, soit par le calcul, soit par des opérations graphiques; Avec des remarques sur l'avantage qu'il y auroit à observer la sortie, en 1761, vers l'extrémité de l'Afrique.

Par M. DE LA LANDE.

14 Mai
1760.
* *Philos. transac.*
n.° 348.

LORSQUE M. Halley remarqua, en 1716*, les avantages que cette fameuse Observation devoit nous procurer pour la parallaxe du Soleil, il s'arrêta à un seul point de vûe; il ne considéra que la durée du passage qui auroit lieu pour différens pays de la Terre. Il assura que l'Amérique & les Indes donneroient, à cet égard, la plus grande différence possible.

Je ne dois point dissimuler que M. Halley se trompa dans son calcul, comme M. de l'Isle l'a annoncé; cette erreur vient, en partie, de ce que les Tables de M. Halley lui donnoient alors une latitude trop petite, & en partie de ce que M. Halley supposa faussement le méridien ou cercle de déclinaison à l'occident du cercle de latitude, au lieu de le mettre à l'orient. En conséquence de cette erreur, il retrancha l'angle de ces deux cercles, qui est de 6^d 10' environ, de l'inclinaison apparente de l'orbite de Vénus 8^d 28', au lieu qu'il auroit dû

dû les ajouter, & il trouva $2^d 18'$ pour l'angle de l'orbite apparente avec l'équateur, tandis qu'il auroit dû avoir $14^d 38'$. C'est l'inclinaison que l'on trouve en effet, lorsqu'on rectifie la position du cercle de latitude. Mais ce n'est pas tout; le point de vûe sous lequel M. Halley considéroit l'effet des parallaxes, n'est pas le seul & n'est pas le meilleur, sur-tout en corrigeant les nombres de M. Halley; car la plus grande différence que l'on pouvoit obtenir sur la durée de ce passage, n'étoit que d'environ 12 minutes, même en allant chercher cet avantage jusqu'aux Terres australes, & l'on trouve 15 minutes sur le moment de l'entrée & sur celui de la sortie, pris séparément, dans des climats plus accessibles & plus connus, comme M. de l'Isle l'a remarqué. Il est vrai qu'il faut supposer la différence des méridiens entre les deux Observateurs parfaitement connue; mais avec beaucoup de temps & de soin l'on peut éviter une erreur de 10 secondes de temps, & il restera encore un fort grand avantage pour la méthode que je propose. Je ferai voir dans ce Mémoire que l'extrémité de l'Afrique est une des positions les plus favorables où l'on puisse actuellement se placer.

En annonçant ses remarques sur le passage de Vénus, qui arrivera en 1761, M. de l'Isle a donné une Mappemonde, où sont marqués, par une courbe, tous les lieux qui doivent apercevoir l'entrée de Vénus ou la sortie, une, deux, trois minutes, &c. avant ou après l'entrée ou la sortie vûe du centre de la Terre. Cette Carte, dont l'idée est très-bonne, montre d'un coup d'œil l'avantage que l'on trouve dans chaque pays pour déterminer la parallaxe du Soleil par l'entrée ou la sortie de Vénus, & désigne ceux qui doivent avoir l'exclusion. M. de l'Isle n'a pas indiqué la route qu'il a suivie pour tracer toutes ces courbes, ou plutôt tous ces cercles. Je crois en pouvoir donner une, qui a toute la généralité & la simplicité possible, & ce sera le premier objet de ce Mémoire.

Soit E le centre du Soleil, KA la corde que le centre de Vénus décrira sur le disque du Soleil dans l'espace de $6^h 18'$, c'est-à-dire depuis $2^h 21'$ jusqu'à $8^h 39'$ du matin; Fig. 1.

Mém. 1757.

Gg

Fig. 1. EO la perpendiculaire qui exprime la plus courte distance de Vénus au centre du Soleil, qui sera de $9' 30''$, le diamètre du Soleil étant de $31' 37'' 2$, comme je l'ai supposé dans les calculs de la Connoissance des Temps, l'angle EAO fera de $38^d 12'$, & la demi-corde AO de $12' 35''$: ainsi Vénus, pour parcourir 1 seconde sur le disque du Soleil, emploiera 15 secondes de temps, ou plus exactement 15,065.

Le rapport des distances de Vénus & du Soleil par rapport à la Terre étant celui de 1,0155 à 0,2887, si l'on nomme π la parallaxe du Soleil, celle de Vénus surpassera celle du Soleil de $2,51 \pi$. Si l'on fait varier OA d'une petite quantité comme AB , la distance de Vénus, lorsqu'elle arrivera en B par rapport au centre du Soleil E , croîtra d'une portion BM ; on en aura assez exactement la valeur en supposant que AMB est un petit triangle rectiligne rectangle dans lequel $BM = AB \cos. B$, mais $AB = \frac{t}{15}$. Si l'on nomme t le nombre de secondes de temps qu'il faut à Vénus pour venir de A en B , on aura $BM = \frac{t \cos. B}{15}$, & le sinus du petit angle AEB , qui est la petite variation de l'angle OEA , sera $\frac{t \sin. B}{15 BE}$.

Suivant la méthode des projections usitée depuis long-temps parmi les Astronomes, concevons tous les rayons qui partent du centre du Soleil, & qui viennent environner la circonférence de la Terre. Ces rayons forment un cone dont le sommet est au centre du Soleil, dont la base est la Terre, dont l'angle total est de $20''$ si la parallaxe du Soleil est de $10''$.

Fig. 2. Soit AB le diamètre de la Terre, S le centre du Soleil, ASB le cone formé au centre du Soleil, CS la distance de la Terre au Soleil, CD la distance de Vénus à la Terre. Si l'on conçoit le cone coupé parallèlement à sa base à la distance CD , c'est-à-dire, dans la région de Vénus, la section sera un autre cercle dont le diamètre est EF ; le demi-diamètre FD sera vu sous un angle FCD égal à la différence des angles AFC & FSC , dont l'un est la parallaxe de Vénus, l'autre

la parallaxe du Soleil; c'est ce cercle qu'on appelle la *projection*. Fig. 2.
 Suivant les différens lieux que l'Observateur occupera sur la surface de la Terre, il verra le centre du Soleil répondre aux différens points du cercle de projection; & comme l'orbite de Vénus est indépendante de cette projection, les différens pays de la Terre verront aussi le centre du Soleil à différentes distances de l'orbite de Vénus.

Si du centre *E* du Soleil on décrit un petit cercle *TCHDT* Fig. 1. dont le demi-diamètre soit égal à la différence des parallaxes de Vénus & du Soleil, il représentera la projection de la Terre dans l'orbe de Vénus. Si l'on prend *TX* égal à $14^d 39'$, la ligne *XPE* fera la projection de l'axe de la Terre, & prenant *PE* égale au cosinus de la déclinaison du Soleil, $22^d 42'$ le point *P* fera la projection du pôle de la Terre. Le dernier pays de la terre qui verra Vénus sur le Soleil fera celui dont la projection est au point *H*, en sorte que *LN* soit égale à

EH, c'est-à-dire, qu'il faut que $\frac{t \cos B}{15}$ soit égale à $2,51\pi$, d'où l'on tire $t = 47,96\pi$. C'est l'expression du temps après lequel Vénus cessera de paroître sur le Soleil pour tous les pays de la terre, le double de cette quantité $95,93\pi$, donnera en secondes de temps la plus grande différence qu'il puisse y avoir entre l'observation d'une de ces phases dans les pays les plus éloignés; si l'on suppose $\pi = 10''$, cette différence sera de 16 minutes.

Ainsi 8' avant & 8' après l'entrée ou la sortie, véritables ou vûes du centre de la Terre, il y aura des pays qui verront le centre de Vénus sur le bord même du Soleil. Par exemple, le pays dont la projection est en *H*, verra le centre du Soleil en *H*, & le bord en *L*, comme nous l'avons dit ci-devant; il verra aussi Vénus en *L*. Ainsi la distance *LH* étant la même que le rayon *NE* du Soleil, il verra Vénus sur le bord même du Soleil.

On peut chercher de même la position d'un observateur sur la Terre pour tous les momens intermédiaires, tels que 1', 2', 3', &c. avant ou après l'instant de la phase, vûe du centre

Fig. 2. de la Terre. Soit Vénus en B au moment pour lequel on veut calculer, si du point B comme centre, & d'un rayon égal à celui du Soleil, on décrit un arc CD , il marquera sur la projection tous les points de la Terre, qui dans ce moment verront Vénus sortir de dessus le Soleil, & tous ceux par conséquent où doit passer sur la Carte géographique le cercle que l'on veut y tracer.

Pour connoître les longitudes & les latitudes de tous ces points, commençons par le point C , qui marque le premier de tous les pays, qui verra au lever du Soleil à l'instant donné la sortie de Vénus. Dans le triangle rectiligne CEF on connoît EC , rayon de la projection, ou différence des parallaxes,

$$= 2,51 \pi, \quad EF = BM = \frac{t \cos B}{15} = 0,0524 t, \quad \text{on}$$

trouvera CE , qui retranché de l'angle PEB , donnera l'angle PEC ; alors on considérera le triangle sphérique PEC , dans lequel on connoît deux côtés & l'angle compris, savoir, PE , qui est égal au complément de la déclinaison du Soleil, ou $67^{\text{d}} 18'$, EC , qui est de 90^{d} , & l'angle PEC que nous venons de trouver, on calculera donc le côté PC , dont la différence à 90^{d} est la latitude du lieu que l'on cherche, & l'angle CPE qui est l'angle horaire du lieu cherché.

Cet angle horaire doit toujours se compter d'un midi à l'autre jusqu'à 24 heures, par ce moyen on aura une règle générale qui est d'en ôter l'angle horaire pour Paris, & d'ajouter 20^{d} au reste pour avoir la longitude du lieu C comptée du premier Méridien. On observera que pour avoir l'angle horaire du lieu C compté d'un midi à l'autre, ainsi que nous venons de le dire, il faut prendre le complément à 360^{d} de l'angle CPE , que l'on aura trouvé par le calcul, toutes les fois que le Méridien PC sera à droite, c'est-à-dire, à l'occident du Méridien universel PEV , qui passe toujours par le Soleil.

On aura par une opération toute semblable la longitude du lieu D , qui verra la sortie de Vénus dans le même moment, mais le Soleil se couchant par rapport à ce pays-là.

Pour avoir la longitude du point F , qui tient le milieu

entre les deux autres, il faut chercher quel est l'arc dont EF Fig. 2. ou BM est la projection, le sinus de cet arc est en général

$0,02085 \frac{t}{\pi}$ suivant les élémens que nous avons donnés plus

haut, ainsi dans les triangles PEF on connoît également deux côtés, & l'angle compris PEF au moyen des angles BEY & PEY , on trouvera PF , distance du lieu cherché au pôle boréal de la Terre, & l'angle P d'où l'on tirera la longitude du lieu F .

Ces trois points suffisent, comme nous le dirons bien-tôt, pour tracer toute la courbe sur une Mappemonde ordinaire, parce que la courbe y devient un cercle; mais si on la vouloit tracer sur d'autres Cartes, où la projection stéréographique ne seroit point observée, il faudroit encore calculer quelques autres points de cette courbe, tels que G . Pour cela on donnera différentes valeurs à EG ; à chaque valeur de EG que l'on aura supposée, on résoudra le triangle GEB rectiligne, dont les trois côtés seront connus, pour avoir l'angle GEB , qui, retranché de l'angle PEB , donnera l'angle PEG ; alors dans le triangle sphérique PEG on aura, comme ci-devant, deux côtés & l'angle compris, d'où l'on conclura PG & l'angle GPE : on aura donc la longitude & la latitude du point G . C'est ainsi que l'on trouveroit autant de points G qu'on voudroit en chercher, en supposant différentes valeurs à EG , les côtés BG & EB restant toujours les mêmes pour une même courbe, $CGFD$, savoir BG égale au demi-diamètre du Soleil, & EB plus grande que ce demi-diamètre de la quantité BM égale à $\frac{r \cos. B}{15}$, comme nous l'avons dit plus haut; mais

sans résoudre tous ces triangles, on peut tracer ce cercle sur un globe aussi-tôt qu'on connoît le point H qui en est le pôle, & l'angle CEH qui en est la demi-largeur en degrés, on n'a pour lors qu'un triangle rectiligne & un triangle sphérique pour chaque cercle.

EXEMPLE.

On demande quels sont les lieux de la Terre où l'on verra
G g iij

Fig. 2. la sortie de Vénus en 1761, 6 minutes $\frac{1}{2}$ ou 390 secondes de temps après la sortie vûe du centre de la Terre; si la paralaxe du Soleil est supposée de 10 secondes, alors $\frac{t}{\pi} = 39$: en sorte que la demi-largeur CH du cercle que nous aurons à décrire sera $35^{\text{d}} 36'$; car puisque EF est sensiblement le cosinus de CH , parce que CE ne differe que très-peu du sinus droit de l'arc CH , le logarithme de $0,02085 \frac{t}{\pi}$ sera $9,91012$, qui est aussi celui du cosinus de $35^{\text{d}} 36'$. L'angle OEA étant de $51^{\text{d}} 48'$, la petite variation AEB fera de $58'$, & l'angle OEB $52^{\text{d}} 46'$: si OER est de $14^{\text{d}} 40'$, on a $38^{\text{d}} 6'$ pour l'angle REB , & $141^{\text{d}} 54'$ pour l'angle PEH , qui est son supplément. Ainsi dans le triangle sphérique PEH , je connois PE $67^{\text{d}} 18'$, $EH = 90^{\text{d}}$, & l'angle compris PEH de $141^{\text{d}} 54'$. Puisque EH est sur la Terre la projection de 90 degrés, la perpendiculaire ZH est de $36^{\text{d}} 10'$, c'est-à-dire égale à l'angle E : le segment EZ est égal à EH . On dira donc le rayon est au cosinus de ZH comme le cosinus de PZ est au cosinus de PH , qui fera de $43^{\text{d}} 27'$. Ainsi la latitude du lieu cherché est de $46^{\text{d}} 33'$ méridionale.

On fera aussi cette proportion, le rayon est au sinus de PZ comme la cotangente de ZH est à la cotangente de l'angle P , qu'on aura de $63^{\text{d}} 48'$; & comme cet angle horaire doit être compté depuis midi, on prendra $296^{\text{d}} 12'$; on en ôtera $31^{\text{d}} 45'$, angle horaire pour Paris à $8^{\text{h}} 43'$ du matin, & ajoutant 20 degrés au reste, on aura $5^{\text{d}} 27'$ pour la longitude du lieu cherché, qui est le pôle du cercle que l'on doit décrire à l'ouverture de $35^{\text{d}} 36'$. Ce cercle passe vers la côte occidentale de l'Afrique, depuis le cap de Bonne-espérance jusqu'au cap Negro; côte malheureusement inconnue, sur laquelle les Européens n'ont absolument aucune habitation.

Au lieu de résoudre le triangle oblique PEH , on peut choisir le triangle rectangle PHX , dont on connoît PH égale à la déclinaison du Soleil, & XH , mesure de l'angle PEH ,

on cherchera l'hypothénuse PH & l'angle XPH , auquel on Fig. 2. ajoutera 180 degrés, parce qu'il est à l'occident & compté depuis minuit, on trouvera le même résultat que par la méthode précédente.

*MÉTHODE pour trouver graphiquement & sans Calcul
l'effet des Parallaxes dans tous les pays de la Terre.*

On peut, avec un simple globe terrestre, tracer tous les cercles dont nous avons parlé, sur une Carte quelconque sans aucun calcul, & en quelques heures de temps connoître les différentes circonstances d'un passage de Vénus pour tous les lieux de la Terre à quelques secondes près. Je vais en donner un exemple pour le passage de 1769, puisqu'il deviendrait superflu pour celui de 1761. Les élémens du passage de 1769, suivant les calculs particuliers que j'en ai faits, & dont je donnerai les fondemens dans une autre occasion, sont à peu près tels que je vais les rapporter. Le moment de la conjonction arrivera le 3 Juin à 10^h 10' du soir, à 2^f 13^d 27' 10" de longitude.

L'entrée du premier bord de Vénus sur le Soleil se fera le 3 Juin 1769 à 7^h 21' du soir, temps vrai à Paris; la sortie du dernier bord à 13^h 44', ou le 14 à 1^h 44' du matin; enfin la plus proche distance des centres sera de 10' 7", dont Vénus fera vers le nord; soit EMS l'orbite de Vénus en 1769 (*fig. 3*), le point E désignant l'entrée, & le point S la sortie, la différence des parallaxes 22" 6, l'angle du méridien & du cercle de déclinaison 7^d 3', l'inclinaison apparente de l'orbite de Vénus sur l'écliptique 8^d 29', & par conséquent l'arc TX = 15^d 32' qui est l'angle de l'orbite avec l'Équateur. L'angle ECM étant de 51^d 34' on aura HX ou PCE de 36^d 2', & PCS de 67^d 6', ayant pris un globe terrestre on élèvera le pôle au dessus de l'horizon de 22^d 27', qui est la déclinaison du Soleil pour ce jour-là; on éloignera Paris du méridien, vers l'orient, de la quantité qui répond à 7^h 21', puisque c'est à cette heure-là que l'entrée doit arriver, alors tous les pays qui seront sur l'horizon, du côté de l'orient, sont ceux où l'on verra

- Fig. 3. l'entrée de *Vénus* au coucher du *Soleil*; & tous les pays qui seront sur l'horizon, du côté de l'occident, sont ceux qui la verront au lever du *Soleil*. Ainsi on tracera deux lignes sur la Map-
- Fig. 6. pemonde, dont l'une *FGB* traversant l'Afrique, l'Allemagne, la Russie & le Japon entrera dans la mer du sud; la seconde *BAD* passera sur tous les points de la Terre diamétralement opposés aux précédens; celle-ci traverse toute la mer pacifique & va passer au dessous du détroit de Magellan. On prendra sur le globe, conservé dans la même situation & à l'orient du méridien vers le nord, un arc égal à *HX*, c'est-à-dire, de $37^{\text{d}} 4'$, on verra que l'extrémité de cet arc tombe vers Munich à $28^{\text{d}} \frac{1}{3}$ de longitude avec $47^{\text{d}} \frac{1}{2}$ de latitude, & ce sera là le pole de tous les cercles que l'on aura à tracer; en effet les projections de tous ces cercles, dans la *figure 3*, devront être perpendiculaires à la ligne *CHÉ*, ainsi le point *H* sera leur pole; il n'y aura de différence que sur le mouvement de la Terre en $8'$ de temps qui ne peut aller à plus de 2^{d} autour de l'axe *CP*, & beaucoup moins par rapport à la ligne *CH*, la différence n'ira pas à un degré, quantité que l'on peut négliger lorsqu'il n'est question que de voir la situation des pays les plus avantageux pour l'observation; nous ne sommes pas assurés, à $4'$ près, de l'instant où l'entrée & la sortie devront paroître, ni par conséquent à 1^{d} près des lieux par où passent toutes les lignes dont il s'agit ici; car si l'on se trompe de $4'$ sur ce temps-là, il est évident que toutes les positions des lieux de la Terre auront changé de 1^{d} en longitude pendant cet espace de $4'$, il y aura 1^{d} d'erreur sur toutes ces lignes. Connoissant le pole de tous les cercles que nous voulons décrire pour l'entrée, il ne s'agit plus que d'en connoître le diamètre; pour cela on décrira un cercle *ABCD*, *fig. 4*, dont le diamètre soit égal à celui du globe terrestre dont on se sert. Comme la plus grande différence de temps est de $15'$, on divisera *BD* en quinze parties égales, par chaque point de division on tirera des lignes *EF* parallèles à *AC*, & elles intercepteront des arcs *BE* dont on prendra l'étendue avec un compas; on portera ces quantités sur le globe, & partant
du

du point que nous avons trouvé devoir être le pôle de l'entrée, Fig. 4.
 on décrira les cercles dont on avoit besoin; au lieu des lignes
 parallèles à AC , on pourra, pour plus d'exactitude, décrire
 des arcs dont le rayon soit trente-sept fois plus grand que
 celui du globe. Supposons que l'on prenne la cinquième division
 au dessus du centre, on aura l'arc BE qui donne la demi-
 largeur sur le globe du cercle qui passe par tous les pays où l'on
 doit voir l'entrée $4'$ avant le centre de la Terre, c'est-à-dire,
 à $7^h 17'$ comptées sur le méridien de Paris, on trouvera
 que cette ligne passe dans la Tartarie & le Mogol, traverse
 ensuite l'Amérique septentrionale, & vient couper le premier
 méridien à 11^d de latitude boréale. Il en est de même des
 autres cercles que nous avons tracés, & qui ont tous pour
 pôles le point marqué $7^h 14'$ qui tombe à Munich, & le
 point marqué dans l'autre hémisphère $7^h 29'$, qui est à peu
 près antipode du premier.

On tournera le globe terrestre, dont le pôle est élevé comme
 ci-devant, de $22^d 27'$, jusqu'à ce que Paris soit éloigné du
 méridien de $13^h 43\frac{1}{2}'$ en allant toujours d'occident vers
 l'orient, on aura alors dans l'horizon du globe, du côté de
 l'orient, tous les pays qui verront la sortie de Vénus au coucher
 du Soleil, & du côté de l'occident tous ceux qui la verront
 au lever du Soleil, & l'on sera en état de tirer sur la Mappede
 monde les deux portions de cercles qui représentent tous ces Fig. 6.
 pays. La première CI traverse le Groenland, la Louifiane,
 le Mexique & la mer pacifique, coupant l'Équateur à 26^d
 de longitude; l'autre EH traverse la Norvège, la mer noire,
 le golfe persique, & coupant l'Équateur à 82^d de longitude,
 descend dans la mer pacifique.

Le globe restant dans la même situation, on prendra un
 arc XA (fig. 3) vers l'occident, égal à $68^d 8'$ le long de
 l'horizon; cet arc se terminera près de Mascate en Arabie au
 dessous du détroit d'Ormus, à $73^d \frac{1}{2}$ de longitude avec 20^d
 de latitude, c'est le dernier pays de la Terre où l'on verra
 la sortie de Vénus. Ce point A est donc le pôle des cercles
 que l'on aura à décrire pour la fin du passage: on se servira

Fig. 4. du cercle tracé ci-devant (*fig. 4*), dont le diamètre soit égal à celui du globe terrestre dont on se sert, & divisé en quinze parties égales. Si l'on veut avoir les pays où la sortie paroîtra à $13^{\text{h}} 48'$ comptées au Méridien de Paris, ou $4^{\text{h}} \frac{1}{2}$ plus tard qu'au centre de la Terre, on tirera sur la cinquième division au dessus du centre C une corde semblable à EF , & la largeur BE prise avec un compas servira à décrire sur le globe le cercle dont il s'agit, le centre étant mis sur le point trouvé ci-devant près de Mascate en Arabie; ce cercle passe dans le nord, traverse la Russie, la Tartarie, l'Archipel des Indes, coupe l'Équateur à 122^{d} de longitude, & vient se terminer dans la mer des Indes à la ligne sur laquelle on commence à apercevoir la sortie. Pour plus d'exactitude, il faudroit, comme je l'ai dit, au lieu des cordes telles que EF (*fig. 4*), décrire des arcs de cercles dont le rayon fût trente-sept fois plus grand que GD , & le centre au dessus du point B ; l'espace compris dans la Mappemonde (*fig. 6*) entre les lignes AB & AC , entre BG & GE marque tous les pays où l'on pourra observer l'entrée & la sortie de Vénus.

Fig. 6. L'espace compris entre les lignes BG & GH , BA & AI , marque ceux où l'on ne verra que la sortie; l'espace compris entre AC , AD , & FG , GE , désigne ceux où l'on ne verra que l'entrée; dans tout le reste de la Terre compris entre FG & GH , AD & AI , savoir, une grande partie de l'Afrique & des Terres australes, on ne verra rien du tout de ce passage.

Au moyen des lignes qui sont tracées sur la Mappemonde, (*fig. 6*) on peut aisément choisir les lieux où il sera le plus utile d'observer le passage de 1769. Les points où l'entrée se fera le plus tôt, & la sortie le plus tard, sont ceux où la durée sera la plus longue. Par exemple, en Europe on trouve vers Munich le point marqué $7^{\text{h}} 14'$, le premier de tous les points d'entrée; si l'on y trouvoit également $13^{\text{h}} 51'$, le point de concours de ces deux nombres marqueroit l'endroit où la durée seroit la plus longue; mais ces points ne concourent pas & ne peuvent concourir tant que le Méridien CR différera

de la perpendiculaire CM (*fig. 3*); ainsi il faut examiner le lieu de la Terre, qui est tout à la fois le plus près de ces deux points, & dans lequel on verra l'entrée & la sortie; il est évident que c'est le point G (*fig. 6*) intersection des deux cercles d'illumination FG & HG : car dans l'espace BEG , où nous avons dit que l'on doit voir les deux phases, il n'y a aucun point qui soit plus voisin que G des points $7^h 14'$ & $13^h 51'$. Si vous preniez un plus petit cercle de sortie au dessous du point G , vous sortiriez du cercle de l'entrée FG ; & si vous preniez un plus petit cercle d'entrée en vous rapprochant de $7^h 14'$, vous ne verriez plus la sortie.

Fig. 6.

Ce point G est aussi celui où l'on verra Vénus entrer sur le Soleil le 3 Juin au soir, au moment du coucher du Soleil, & où l'on verra Vénus sortir le 4 au matin lorsque le Soleil se lèvera; il tombe à 45^d de longitude & 57^d de latitude vers Marienbourg en Livonie: mais il faut nécessairement s'élever un peu vers le nord au dessus de ce point-là, de peur que les petites erreurs des Tables ne fissent manquer l'observation, ou que les vapeurs de l'horizon ne la rendissent douteuse.

Pétérshbourg est de toutes les capitales la plus voisine du point G vers le nord; ce ne seroit pas même assez que d'observer à Pétersbourg, car on n'y verroit que le contact extérieur, & c'est sur-tout le contact intérieur qu'il nous importe d'observer; il faudra s'élever un peu au nord de cette capitale, on y trouvera l'avantage de voir les deux phases, c'est-à-dire, l'entrée & la sortie, arriver à une plus grande distance de l'horizon.

On peut trouver aisément par la méthode que je viens d'expliquer, & avec le même globe, combien dans un lieu donné il y aura de minutes & de secondes pour l'effet de la parallaxe; je puis même dire qu'on ne s'y trompera pas de deux ou trois secondes avec un petit globe de 6 pouces de diamètre. Pour trouver cette quantité à Pétersbourg, on prendra sur le globe avec un compas la distance entre le pôle de Munich ou le point marqué $7^h 14'$ & la ville de Pétersbourg, on portera cette même ouverture de compas sur le cercle de la *figure 4*, qui a le même diamètre que le globe; en partant

Fig. 4. du point B , on trouvera le point H où se termine cette distance ; si de ce point on abaisse une perpendiculaire sur le diamètre, cette perpendiculaire marquera $7^{\text{h}} 14' 15''$, c'est-à-dire, $15''$ seulement de plus que le pôle même de la première entrée : lorsqu'on est près des poles d'entrée & de sortie, un espace de 30 degrés ou de 750 lieues, ne produit pas plus d'une minute de différence.

On prendra aussi la distance entre le pôle de sortie marqué $13^{\text{h}} 51'$ en Arabie, & la ville de Pétersbourg, on portera cette distance sur le même cercle de B en I (fig. 4) ; la perpendiculaire abaissée du point I sur le diamètre BD y marquera $13^{\text{h}} 49'$ sur la colonne de la sortie.

Ainsi la durée totale du passage à Pétersbourg sera de $6^{\text{h}} 34' 45''$, c'est-à-dire, plus grande de $11'$ que la durée vûe du centre de la Terre.

Fig. 6. Si l'on fait une semblable opération dans l'hémisphère austral & occidental, on verra que le point A seroit le point où la durée du passage seroit la moindre ; mais comme ce point tombe sur les terres australes inconnues, & qu'il y a peu de facilité à observer dans la mer du sud, comme nous le ferons voir ci-après, il faudra nous borner à choisir le point du continent de l'Amérique le plus voisin du point A dans l'espace ACB ; ce point sera vis-à-vis de la Californie sur la côte du Mexique.

Si l'on fait pour Mexico, qui en est la capitale, une opération semblable à celle que nous avons détaillée pour Pétersbourg, on trouvera que l'entrée est à $7^{\text{h}} 21' 10''$, la sortie $13^{\text{h}} 37' 40''$; ainsi la durée du passage observé y sera de $6^{\text{h}} 16' 30''$, c'est-à-dire plus petite de $18' 15''$ que la durée à Pétersbourg. Supposant donc qu'on puisse avoir deux observations bien complètes de l'entrée & de la sortie, l'une au Mexique, l'autre au nord de Pétersbourg, on aura une différence encore plus grande que celle de 1761, & une occasion de déterminer encore mieux la parallaxe du Soleil, mais il faut convenir qu'il est en général bien difficile d'espérer quatre instans d'observation, chacun de la même exactitude. Cherchons donc à multiplier nos secours, & ne négligeons pas l'observation de 1761.

De la Projection stéréographique.

J'ai supposé dans tout ce qui précède qu'on se servoit d'une Mappemonde tracée sur la projection stéréographique, telle qu'on la voit (*fig. 6*): les degrés de cette sorte de projection sont plus grands vers les bords que vers le centre. Le plan de projection est le premier méridien, l'œil étant supposé dans l'équateur à 90 degrés de longitude. Dans cette Carte, la projection d'un arc de 70 degrés est la tangente de 35 degrés, c'est-à-dire de la moitié de l'arc que l'on veut exprimer: cette proposition est facile à démontrer, elle est le fondement de la projection stéréographique.

Soit O la position de l'œil (*fig. 5*) qui voit le demi-cercle PEL , & qui le rapporte aux différens points du diamètre de projection PL ; soit l'arc ED de 40 degrés, dont la projection est CF , l'angle O sera de 20 degrés, & par conséquent CF sera la tangente de 20 degrés pour le rayon CO , qui est le rayon de la projection.

On peut aussi démontrer fort aisément la belle propriété qu'a cette projection, de représenter toujours, par des cercles, tous les cercles du globe, grands ou petits, quelle que soit leur position par rapport à l'œil & par rapport au plan de la projection.

Soit un arc DG dans une position quelconque, sur lequel nous concevrons un petit cercle de la sphère, qui soit la base d'un cône oblique scalène GOD à base circulaire. Je dis que la section de ce cône par FH fera toujours un cercle; en effet, les triangles OFH , OGD sont semblables, car si l'on tire GK , on aura $OGK = OHP = ODG$, puisque $OK = OG$, mesure de l'angle ODG ; ainsi les cônes FOH , GOD sont aussi semblables; donc ils ont des bases semblables; donc FH est le diamètre de l'un aussi-bien que GD le diamètre de l'autre. On verroit, par des figures pareilles, que la grandeur de GD , ou sa situation même dans le demi-cercle supérieur POL , ne changent rien à la vérité de cette proposition.

Si l'on veut connoître les diamètres de tous les cercles qui

doivent servir de méridiens dans cette projection; soit, par exemple, la longitude $PK = 20$ degrés $= LM$, on aura le demi-cercle KDM , dont la projection est celle du méridien, qui est à 20 degrés de longitude en partant du point P . Ayant tiré les lignes OMN , ORK , on voit que $RN = RC + CN =$ tangente de $(45^d - \frac{1}{2}$ longitude) $+ \text{tangente}$ $(45^d + \frac{1}{2}$ longitude), il faut prendre la moitié de la somme de ces deux tangentes, lorsqu'on veut avoir le rayon du cercle dont il s'agit. Par exemple, le rayon du méridien qui a 80 degrés de longitude, sera la moitié de la somme des tangentes de 5 degrés & de 85 degrés: celui du méridien qui a 60 degrés de longitude, sera la demi-somme des tangentes de 15 & de 75 degrés, & ainsi du reste, ou, pour s'exprimer en général & plus simplement, *le rayon d'un méridien sera la demi-somme de la tangente & de la cotangente de la différence entre 45 degrés & la longitude donnée.*

Des Observations qu'il conviendrait de faire, en 1761, du côté du Cap de Bonne-espérance.

Après avoir indiqué la méthode qui conduit au calcul des parallaxes en différens lieux de la Terre, je passe aux résultats qui nous intéressent actuellement pour l'observation de 1761. On a déjà vû par la Carte de M. de l'Isle, que le voyage des Indes entrepris par M. le Gentil, & celui de Sibérie, pour lequel M. l'abbé Chappe se dispose, ne peuvent être que très-utiles; mais celui du cap de Bonne-espérance ou des environs me paroît sur-tout de la plus grande importance.

Si l'on étoit assuré d'avoir deux observations de l'entrée de Vénus sur le Soleil, une aux environs de Constantinople ou de l'isle de Chypre, & l'autre dans la mer du sud, un peu au dessous de l'Équateur, & vers 230^d de longitude, nous aurions pour l'entrée une différence d'environ 15' de temps, & nous ne saurions en espérer une plus grande: cela n'empêcheroit pas cependant qu'on ne dût tâcher de se procurer de deux façons ce résultat important; mais il est douteux que nous

puissions avoir un Observateur, même de la part de l'Espagne, dans ces isles désertes; la plupart ne sont connues que par les noms qu'ont donné les voyageurs quelquefois à ce qu'ils voyoient, & quelquefois à ce qu'ils croyoient voir; les isles vûes par Quiros en 1605, celles que Ferdinand Gallego dit avoir aperçues en enfilade depuis la terre de Feu jusqu'aux isles de Quiros, les Marquises de Mendocça, celles qu'Alvarez Bendano de Neira découvrit en 1595, &c. n'ont jamais été reconnues depuis par personne, quoiqu'elles aient été cherchées souvent, celles que l'on connoît, ne sont point habitées, ou ne le sont que par des nations perfides & même antropophages; il me paroît d'ailleurs trop tard pour les préparatifs d'un aussi long voyage. N'espérons donc point des observations qui tiennent à tant d'incertitudes, & pour lesquelles nous voyons tant d'obstacles.

Mais s'il est difficile d'avoir pour l'entrée la plus grande différence possible, & même la moitié, nous en pouvons être dédommagés par la sortie; toute la côte de Cafrerie, depuis le cap Négro jusqu'au cap de Bonne-espérance & l'isle de Sainte-Hélène, sont parmi tous les lieux accessibles ceux où la sortie se verra le plus tard: nous-ignorons si l'Angleterre n'enverra pas à l'isle de Sainte-Hélène, mais nous assurerions la réussite de l'entreprise, indépendamment de toutes les autres Nations, en l'observant nous-mêmes en Afrique. Cette observation fera face à toutes les autres; elle donnera 8 minutes de différence avec Londres, Paris & Constantinople, 9 minutes avec Berlin & Pondichéri, 10 minutes avec Pétersbourg, 11 minutes avec Archangel, 11 minutes $\frac{1}{2}$ avec Tobolsk, 12 minutes avec Jéniseik & Pékin, 13 minutes avec Jakoutsk, & 14 minutes $\frac{1}{2}$ avec le Kamtschatka, où l'observation pourroit bien être faite par des Astronomes Russes. Ainsi l'on voit que l'observation d'Afrique sera beaucoup plus utile que toutes les autres, car elle les rendra toutes concluantes; & sans elle nous perdrons près des deux tiers de l'avantage, il ne restera plus que 3 minutes $\frac{1}{2}$ entre Paris & Tobolsk, au lieu de 13 minutes que nous pouvons nous procurer; en sorte que le voyage même

de Sibérie tire de celui de l'Afrique presque toute son importance.

S'il y a quelque incertitude à redouter dans ce genre d'observations, il n'en est que plus nécessaire de multiplier les Observateurs, afin d'avoir, par un grand nombre de comparaisons, le même résultat : ainsi la petite erreur dont la détermination de la parallaxe du Soleil, après l'observation dont il s'agit, pourra être encore susceptible, ne peut être une raison de la négliger, mais doit au contraire redoubler encore nos précautions & nos préparatifs.

M. Halley a cru qu'on pouvoit observer, à une seconde près, le moment du contact de Vénus avec le bord du Soleil, je crois qu'il faut rabattre un peu de cette précision ; mais on donneroit dans un excès contraire, si l'on pensoit qu'il y ait une demi-minute d'erreur à craindre dans cette observation. Le 6 Mai 1753, Mercure fut observé sur le bord du Soleil ; son attouchement intérieur fut observé, à quelques secondes près, au même instant par plusieurs Astronomes.

- A 10^h 18' 39" Par le P. Merville & M. Libour, aux Jésuites.
 10. 18. 41 Par moi, au château de Meudon.
 10. 18. 43 Par M. de l'Isle, à l'hôtel de Clugny.
 10. 18. 44 Par M. Bouguer, à la Doctrine Chrétienne.
 10. 19. 3 Par M. de Thury, à l'Observatoire.

Lorsqu'on voit dans ces six observations qu'il y en a cinq dans un intervalle de 5", malgré la différence des lunettes, peut-on douter que ce ne soit là à peu-près la précision sur laquelle il est permis de compter ? Le mouvement de Vénus sera en 1761 tout aussi rapide que l'étoit celui de Mercure en 1753, son diamètre sera cinq ou six fois plus grand, en sorte qu'on a lieu de croire qu'il sera encore plus aisé de bien déterminer le contact des deux bords qu'il ne l'étoit dans l'observation de Mercure ; on doit donc espérer une précision de 5" pour le moins ; il est vrai que dans l'observation de 1743 on trouve de plus grandes différences, puisque la sortie des deux bords fut observée de la manière suivante.

A 1^h

A 1^h 10' 3" ... 1^h 11' 58" Par M. de la Caille.

I. 10. 17 ... I. 12. 18 M. Maraldi.

I. 9. 52 $\frac{1}{2}$... I. 12. 2 $\frac{1}{2}$ M. le Monnier.

I. 10. 32 ... I. 12. 2 M. Cassini.

Mais les erreurs qui se sont glissées dans celle-là ne doivent pas nous inspirer plus de crainte que la précision de l'autre ne nous donne d'espérance : des précautions proportionnées à l'importance de la chose, nous assureront probablement du succès ; il faut sur-tout des lunettes bien préparées & bien suspendues, des yeux bien reposés, une situation commode pour l'Observateur : sans ces trois attentions, on ne peut attendre aucune exactitude.

L'Académie ne peut donc négliger une position aussi décisive que celle de l'Afrique ; nous voyons depuis Saint-Paul-de-Loanda jusqu'à Saint-Philippe-de-Benguéla une côte fréquentée par les Portugais, où nous n'avons jamais eu d'Observateur, & qui présente à notre curiosité diverses observations très-utiles. Ne perdons pas sur-tout de vue l'importance dont est pour nous la parallaxe du Soleil ; c'est un des fondemens généraux de toute la Physique céleste. Une des plus belles découvertes que la connoissance de l'attraction ait procurée aux Astronomes, est celle des densités & des masses de toutes les planètes ; mais si l'on trouve que la Terre est $\frac{1}{170000}$ du Soleil, on suppose

essentiellement la parallaxe du Soleil de 10 secondes ; & si elle se trouve plus petite, la fraction diminuera comme le carré de la parallaxe, c'est-à-dire qu'en diminuant seulement de deux secondes la parallaxe, on augmentera de près de moitié la masse de la Terre. A quelles erreurs ne sommes-nous donc pas exposés en calculant les dérangemens des planètes & leurs attractions réciproques ?

Ainsi la véritable étendue du système solaire, la grandeur des orbites de toutes les planètes, la théorie des éclipses, la connoissance des masses, des volumes, des densités, des

250 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
diamètres, tout dépend de la parallaxe du Soleil, & par consé-
quent de l'observation dont je parle.

L'occasion que nous présente ce célèbre phénomène, est un de ces momens précieux, dont l'avantage, si nous le laissons échapper, ne sauroit être ensuite compensé, ni par les efforts du génie, ni par la constance des travaux, ni par la magnificence des plus grands Rois; moment que le siècle passé nous envioit, & qui seroit dans l'avenir, j'ose le dire, une injure à la mémoire de ceux qui l'auroient négligé.



Pla. II.

Fig. 4.

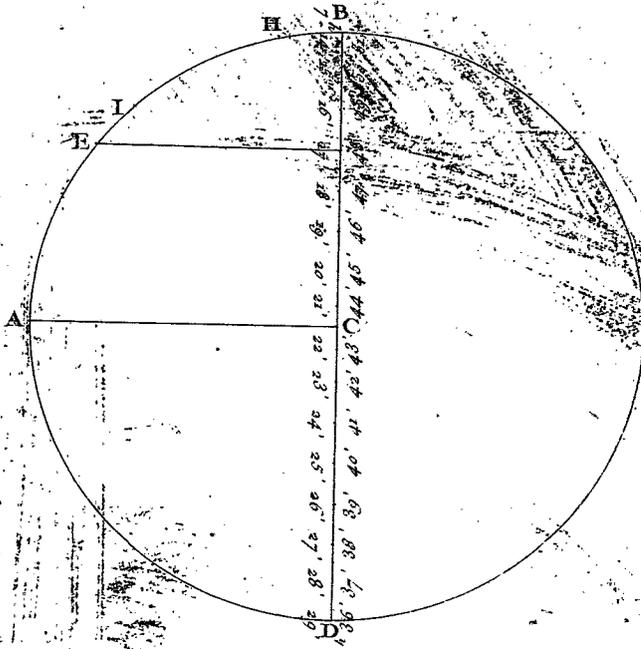
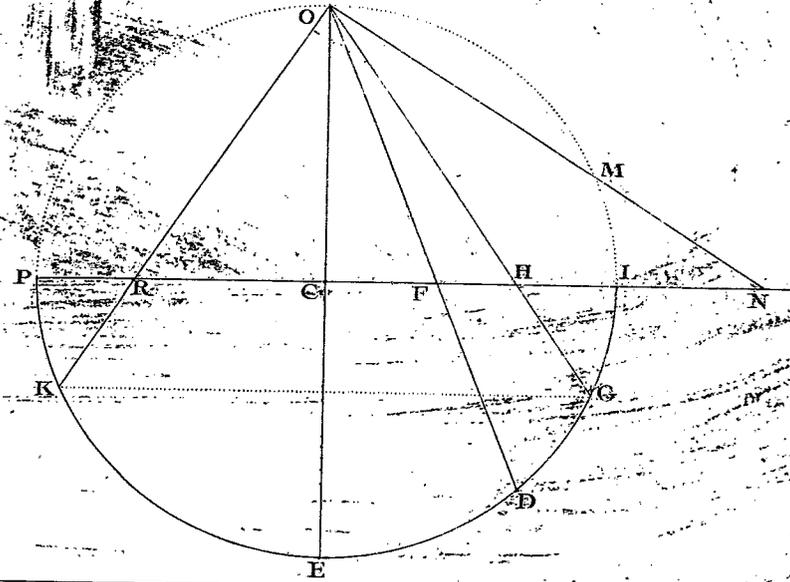
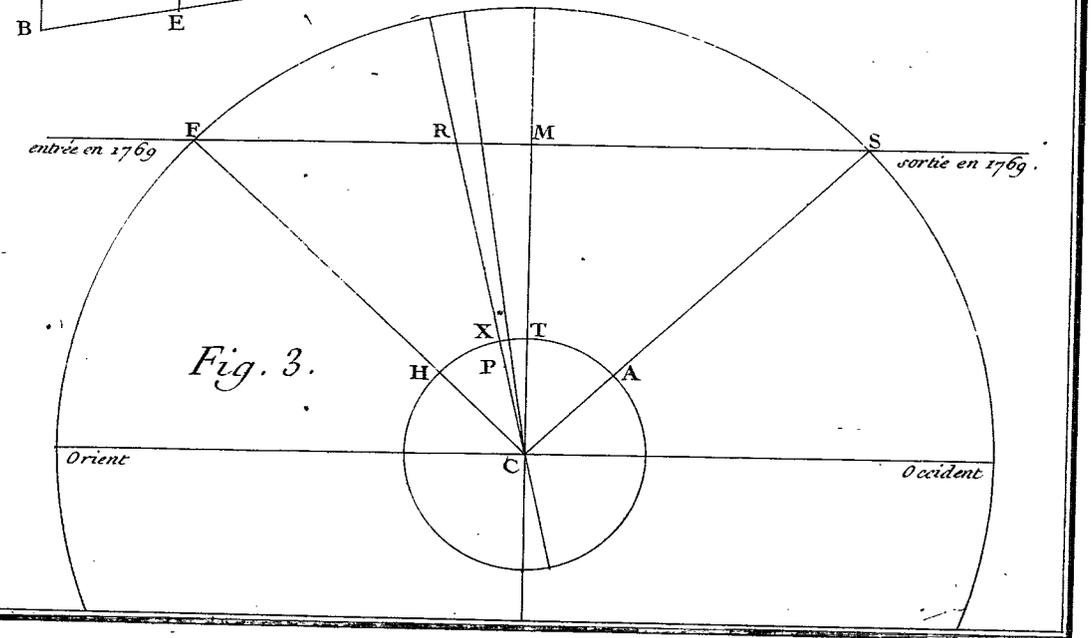
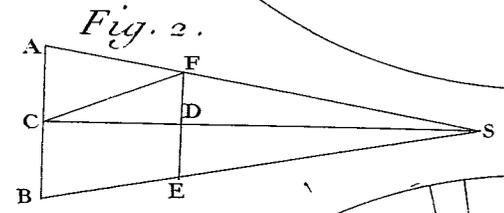
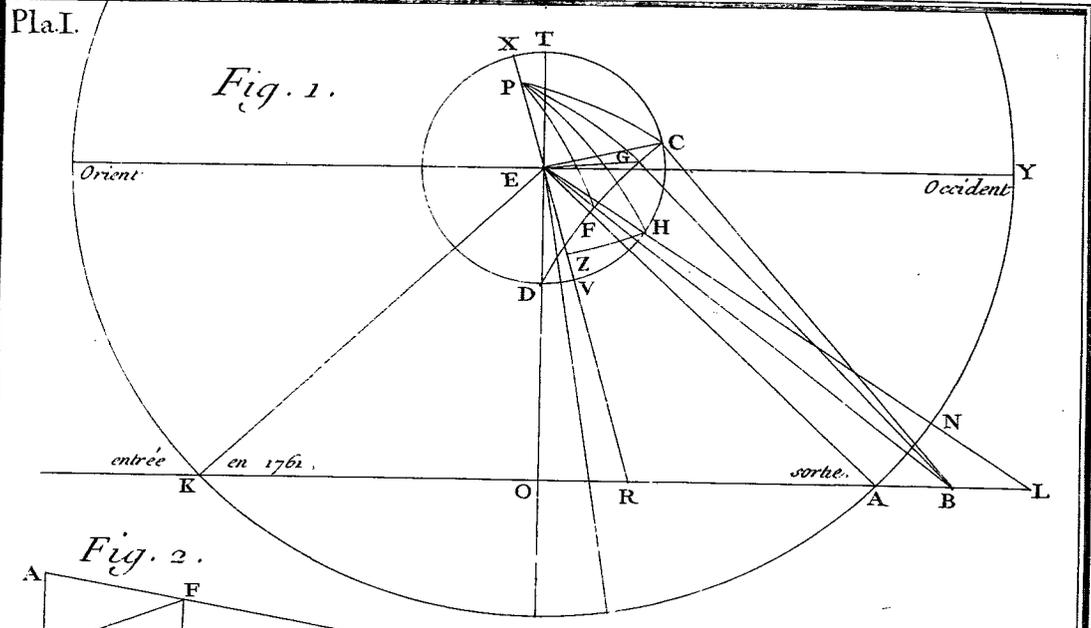


Fig. 5.



Deffran del.

Pla.I.



Legend, sculp

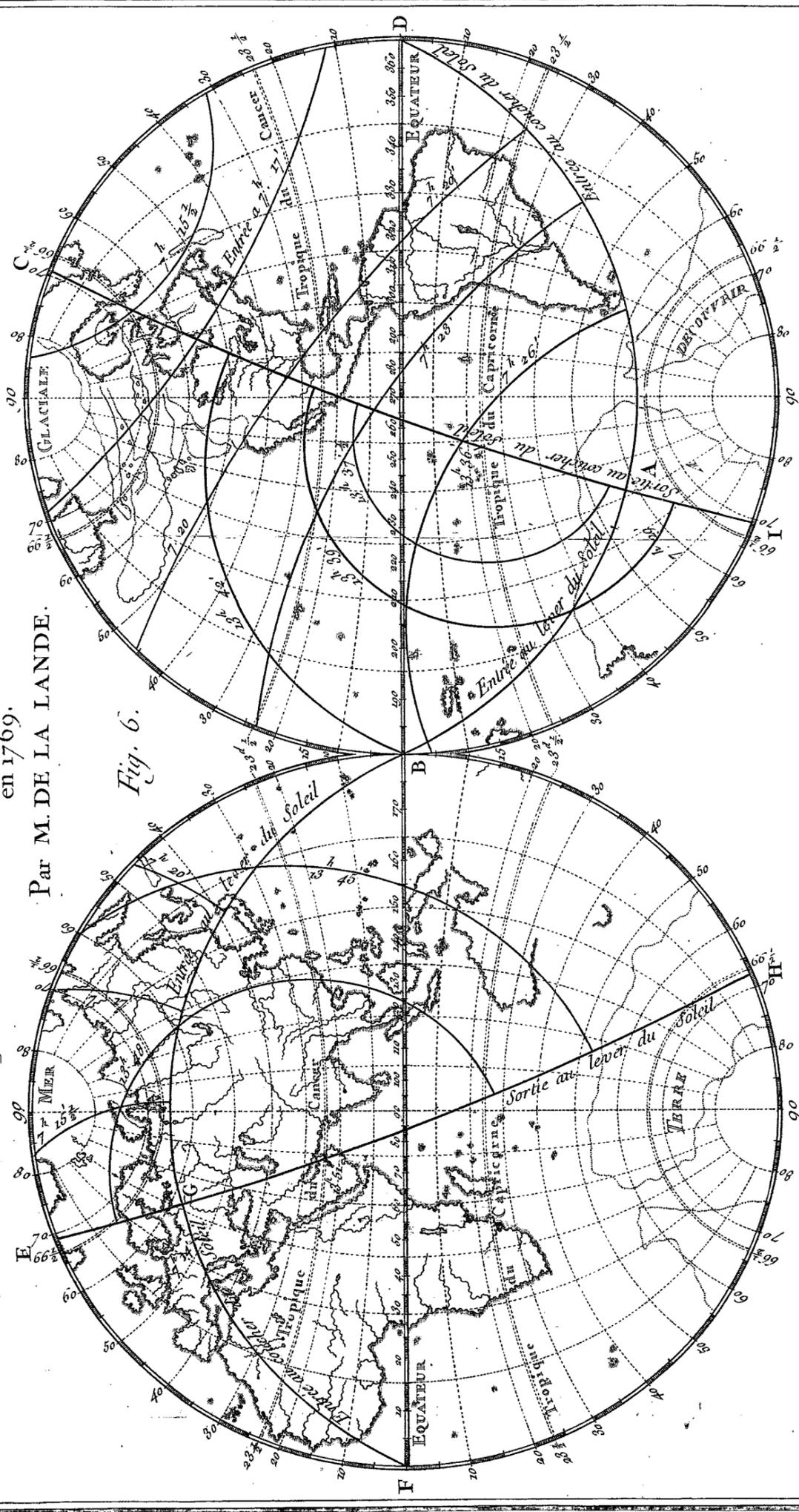
Pla. III

MAPPE MONDE

Dans laquelle est indiqué l'effet que produira la Parallaxe sur le temps de l'entrée et de la sortie de Venus

en 1769.

Par M. DE LA LANDE.



J. Guillemin delin.