

TROISIÈME MÉMOIRE
SUR LA
PARALLAXE DE LA LUNE,*

*Contenant la manière de considérer l'aplatissement
de la Terre dans le calcul des Éclipses, avec
des Tables propres à cet usage ;*

*Et le dernier résultat des observations faites à Berlin
en 1751 & 1752, pour déterminer la Parallaxe.*

Par M. DE LA LANDE.

DE tous les changemens qu'a introduits dans nos calculs l'aplatissement de la Terre, celui qui affecte la parallaxe de la Lune est le plus sensible, comme le plus important, parce que la théorie de la Lune en dépend, & que la supposition de la sphéricité de la Terre entraîneroit souvent des erreurs de plus de 30" sur le temps d'une conjonction apparente. Ce ne sont plus là des objets à négliger, si nous voulons obtenir le degré de précision auquel il est aujourd'hui possible d'atteindre.

C'est à l'Académie que l'Univers doit la connoissance de la figure de la Terre : c'est elle qui a fait éclore sur ce sujet les plus belles théories & les productions les plus célèbres ; il ne lui reste plus, pour faire jouir les Savans du fruit de ses travaux, que d'en rendre dans tous les cas l'application facile & usuelle. Je l'entreprends pour cette partie, & quoique ce soit peu de chose, il est vrai de dire que sans cela, le fruit de tant d'années de travaux resteroit pour bien des personnes au nombre des vérités inaccessibles ou des spéculations infructueuses.

* Les deux premiers se trouvent parmi ceux de l'année 1752, page 58, & année 1753, page 97.

Les Astronomes se plaignent quelquefois de la multitude des petits élémens qui commencent à devenir nécessaires dans nos calculs ; en effet, cette foule d'inégalités que l'attraction produit, que le mouvement & la figure de la Terre occasionnent, font entrevoir une longueur fatigante dans nos moindres opérations ; mais en simplifiant les formules, en multipliant les Tables, on parvient à dissiper ce nuage, & il ne reste que la satisfaction de voir que ces embarras mêmes sont la preuve du progrès étonnant de notre Astronomie.

Le sujet de ce Mémoire en est sur-tout une preuve ; il étoit devenu indispensable de faire entrer l'aplatissement de la Terre dans le calcul des parallaxes, pour réduire à l'uniformité les observations de la Lune faites sur-tout hors du méridien, mais il étoit impossible que cette pratique pût devenir familière, à moins qu'on n'eût pour cet effet des Tables d'un usage commode ; aussi personne jusqu'à ce jour n'a-t-il donné de résultats d'observations où cet élément eût été employé.

M. Euler, dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Prusse pour l'année 1749, avoit donné des formules sur ce sujet : je les rapportai dans mon second Mémoire sur la parallaxe de la Lune ; mais j'avois en même temps qu'elles rendoient le calcul d'une longueur effrayante, & je desespérois que de long-temps on se déterminât à les employer dans la pratique. Depuis ce temps-là j'ai voulu discuter les recherches de ce grand Géomètre, dans le dessein d'évaluer au moins ce qu'il y avoit de plus important dans la pratique, en négligeant tout ce qui deviendroit trop compliqué, sans tirer beaucoup à conséquence. J'ai réussi au delà de mes espérances ; je suis parvenu à donner à cet élément une forme si commode, au moyen de trois petites Tables, qu'il n'ajoutera pas cinq minutes de temps à la longueur du travail de celui qui veut calculer rigoureusement une éclipse, ou qui veut rectifier les Tables par une observation, lors même que la Lune est hors du méridien : j'en ai démontré les fondemens sans analyse, d'une manière à pouvoir entrer désormais dans les premiers élémens d'Astronomie.

Soit l'ellipse POH qui représente un méridien du sphéroïde aplati, O le lieu de l'observateur, P le pôle boréal, CH l'horizon rationel, Oh l'horizon sensible, ON la verticale du lieu, perpendiculaire tant à la surface de la courbe en O , qu'à l'horizon CH ; L la Lune, LR une perpendiculaire abaissée de la Lune sur le plan de l'horizon: au point R de l'horizon où tombe cette perpendiculaire, je mène les lignes CR , NR , de sorte que le triangle CNR est tout entier dans un plan horizontal.

Fig. 1. Soit l'angle NOC formé par le rayon de la Terre & par la verticale $\equiv A$, il est d'environ 18 minutes pour la latitude de Paris; CO rayon de la Terre pour Paris $\equiv r$, la ligne CN sera $\equiv r \sin. A$, & la ligne $ON \equiv r \cos. A$; mais comme l'angle A n'est que de 18 minutes, la ligne ON ne diffère pas de la ligne CO d'une cent millièmes, & la parallaxe comptée sur CO ou sur ON ne peut différer que d'un vingtième de seconde; ainsi nous supposérons ces lignes égales, en sorte que CN sera la seule mesure des inégalités dont il est ici question.

Je néglige aussi la différence entre l'arc de la parallaxe & son sinus, la différence n'étant pour $54'$ que de $0'',13$, & pour $62'$ de $0'',20$, quantité insensible; & que l'on pourra d'ailleurs retrancher, quand on voudra, de la parallaxe horizontale pour avoir la valeur de son sinus en secondes.

L'angle OLN est égal à la parallaxe horizontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente; c'est le théorème ordinaire de la parallaxe de hauteur, en considérant ON comme un rayon de la Terre sphérique; mais ce n'est point l'angle OLN dont nous avons besoin dans l'Astronomie, c'est l'angle OLC , parce qu'il s'agit de réduire les mouvemens apparens de la Lune vûs du point O à leur centre réel, qui est le centre de la Terre.

La parallaxe de la Lune OLC étant retranchée de l'angle OLN qui est la parallaxe proportionnelle au cosinus de la hauteur apparente, il reste l'angle CLN dont il faut connaître la valeur, & le réduire au vertical & à l'azimuth de

la Lune ; par-là on aura tout l'effet que l'aplatissement de la Terre peut produire dans la parallaxe, tant pour faire paroître la Lune hors du vertical, que pour changer sa hauteur dans le plan même du vertical.

Parallaxe dans le vertical.

Lorsque la Lune est dans le méridien, le plan LCN est vertical ; ainsi tout l'effet est sur la hauteur. Dans le triangle CLN les côtés CL & CN sont constans ; ainsi le sinus de l'angle CLN sera dans un rapport constant avec le sinus de l'angle LCN . Lorsque la Lune L sera au zénith, l'angle sera dans son *maximum* ; & alors puisque cet angle aura pour base CN , il sera à la parallaxe horizontale comme CN est au rayon ; ainsi on pourra l'exprimer par $p \sin. A$, en nommant p la parallaxe horizontale. Si la parallaxe est de $57'$, cette quantité sera de $17''{,}9$, dont la Lune paroîtra plus basse qu'elle ne seroit si la Terre étoit sphérique. La Lune s'éloignant du zénith, la quantité $p \sin. A$, ou l'angle CLN , diminuera nécessairement ; & nommant H la hauteur, cet angle deviendra $p \sin. A \sin. H$.

Considérons maintenant l'angle CLN hors du méridien, & dans un autre plan vertical CLR , dont l'azimuth est RCH ; soit la ligne CR commune section de l'horizon & du vertical CLR sur laquelle on abaissera du point N la perpendiculaire NS , on aura CS au lieu de CN pour la base de l'angle réduit au vertical actuel de la Lune ; ainsi il faudra le diminuer dans le rapport de CN à CS ou du rayon au sinus de l'azimuth RCH compté du midi, & que nous appellerons Z ; ainsi la quantité dont la parallaxe de hauteur diminue par la figure de la Terre, sera $p \sin. A \sin. H \cosin. Z$; d'où l'on voit que si l'azimuth est vers le nord, $\cosin. Z$ deviendra négatif, & la parallaxe de hauteur sera augmentée par l'effet de la figure de la Terre.

C'est ainsi que j'ai dressé la Table I, que l'on trouvera ci-après ; mais pour éviter dans la pratique le calcul de l'azimuth de la Lune, j'ai cherché pour chaque déclinaison, de cinq en

368 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 cinq degrés, & pour chaque distance au méridien, de demi-
 heure en demi-heure, la hauteur & l'azimuth; d'où après
 avoir conclu l'équation de la parallaxe, j'ai supprimé les titres
 de hauteur & d'azimuth qui auroient rendu les Tables plus
 embarrassantes.

Parallaxe hors du vertical.

Si l'observateur O étoit situé au point N où aboutit la ver-
 ticale ON , il verroit toujours la Lune au même azimuth
 & dans le même vertical; si donc on mène la ligne CR du
 centre de la Terre au point R de l'horizon où tombe la per-
 pendiculaire LR abaissée du centre de la Lune, on aura LCR
 pour le plan de l'azimuth vû du centre de la Terre, qui sera
 moindre que l'azimuth observé, de la quantité de l'angle CRN .

L'angle CRN ayant pour basé la ligne constante CN , sa
 valeur dépend de la longueur CR & de l'angle RCN ; si la
 Lune est à l'horizon, le point R sera le lieu même de la Lune,
 & si en même temps la Lune est dans le premier vertical,
 son azimuth RCH étant de 90 degrés, l'angle CRN sera
 $p \sin. A$, comme nous l'avons vû ci-dessus de l'angle CLN ;
 ainsi dans ce cas-là, qui est le *maximum* de la parallaxe d'a-
 zimuth, elle sera également de $17''{,}9$ en supposant la parallaxe
 horizontale moyenne $57''$.

Si la Lune étant toujours dans le premier vertical s'élève
 d'une quantité H , la ligne CR diminuera comme cosinus de
 cette hauteur, & l'angle CRN augmentera dans la même
 proportion; ainsi il deviendra $\frac{p \sin. A}{\cos. H}$.

Si la Lune quitte le premier vertical, l'angle RCH
 deviendra oblique, & l'angle CRN diminuera comme le
 sinus de l'azimuth RCH ; ainsi la parallaxe d'azimuth
 sera $\frac{p \sin. A \sin. Z}{\cos. H}$.

Au lieu de la parallaxe d'azimuth réduite à l'horizon,
 il est plus commode de prendre cette parallaxe à la hauteur
 de la Lune sur un cercle parallèle à l'horizon; & pour cela,
 il

Fig. 1.

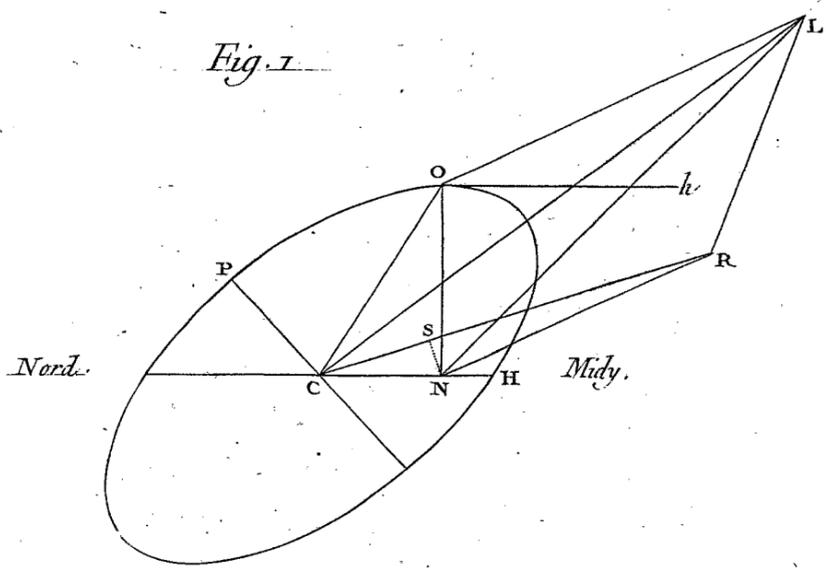
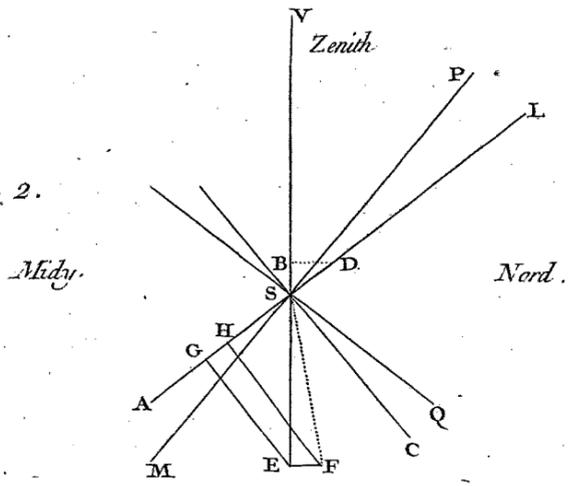


Fig. 2.



il faut la multiplier par $\cos. H$; ainsi la parallaxe d'azimuth sera $p \sin. A \sin. Z$.

C'est ainsi que j'ai dressé la Table I, qui est appropriée aussi-bien que la table seconde à la hauteur du pôle de Paris; la quantité qu'elle renferme est toujours du même sens, car la parallaxe rapproche toujours la Lune du pôle élevé: ainsi pour la latitude de Paris, qui est septentrionale, la Lune paroît toujours dans un vertical plus près du nord qu'elle ne paroîtroit vûe du centre de la Terre.

Usage des Tables I & II dans le calcul des éclipses.

Parmi les différentes méthodes que l'on peut employer pour calculer rigoureusement une éclipse, je choisis celle où l'on emploie la hauteur de la Lune; elle me semble plus naturelle & plus courte: d'ailleurs, l'effet de l'aplatissement de la Terre s'y applique plus aisément. On peut calculer la hauteur de la Lune, soit en employant son ascension droite & sa déclinaison, ou plus simplement encore, en calculant celle de l'astre qui doit être éclipsé, & cherchant la quantité dont la Lune est plus ou moins élevée par le moyen de l'angle du vertical avec l'écliptique.

Je prendrai pour exemple l'éclipse totale du 22 Mai 1724. Suivant l'observation de M. de l'Isle, le Soleil fut entièrement caché à $6^h 48' 54''$ du soir, & à $6^h 51' 12''$ il commença à reparoître. La durée de l'obscurité totale fut de $2' 18''$; le moment de la conjonction apparente se trouve par cette observation à $6^h 50' 3''$ avec $46''$ de latitude boréale; la longitude du Soleil étoit alors $2^f 1^d 38' 50''$, la hauteur du Soleil $7^d 29' 30''$, l'angle du méridien avec le cercle de latitude $11^d 39' 15''$, & celui du vertical avec le méridien $40^d 23' 54''$; ainsi l'angle du vertical avec le cercle de latitude est $52^d 3' 9''$: la parallaxe horizontale étoit de $60' 52''$.

Pour trouver combien la Lune étoit plus ou moins élevée que le Soleil au moment de la conjonction apparente, soit VBE le vertical dans lequel se trouvoit le Soleil, PSM Fig. 22 le méridien, S le Soleil, LDA le cercle de latitude, D la

Mém. 1756.

. A a a

Lune en conjonction avec le Soleil & de 46' plus au nord, l'angle LDV étant de $52^{\text{d}} 3'$, si l'on abaisse la perpendiculaire DB sur le vertical du Soleil, on trouvera BS de $28''$, quantité dont la hauteur apparente de la Lune surpassoit celle du Soleil; ainsi la hauteur de la Lune étoit de $7^{\text{d}} 30' 0''$, la parallaxe proportionnelle au cosinus de la hauteur apparente $1^{\text{d}} 0' 28'',6$, on trouve dans la Table I, à raison de la distance au Méridien & de la déclinaison de la Lune, qu'il faut ajoûter $0'',8$ à cette parallaxe de hauteur.

Supposons maintenant que S représente le lieu vrai de la Lune, E son lieu apparent dans le vertical du lieu vrai, on trouve dans la Table II que la parallaxe d'azimuth fait paroître la Lune de $16'',5$ trop au nord, ainsi l'on prendra $EF = 16'',5$, & dans le triangle ESF on cherchera l'angle $ESF = 15' 38''$ que l'on ajoûtera avec l'angle du vertical & du cercle de latitude (cet angle peut aussi se prendre dans la Table IV), la somme fera l'angle $FS A = 52^{\text{d}} 18' 47''$, multipliant la parallaxe de hauteur SE ou SF , qui lui est sensiblement égale, par le sinus & le cosinus de cet angle, nous aurons la parallaxe de longitude $FH = 37' 11'',8$, & la parallaxe de latitude $SH = 36' 58'',8$. Si l'on avoit négligé la quantité EF , on trouveroit la parallaxe de longitude GE plus petite de $13''$, ce qui éloigneroit le temps de la conjonction de $22''$. Cette erreur est considérable, mais dans d'autres cas elle deviendroit encore plus grande.

La méthode que je viens d'indiquer pour le calcul des éclipses me paroît préférable, comme je l'ai dit ci-devant, à celle où l'on emploieroit la hauteur du nonagéfime, & la distance de la Lune au nonagéfime. Dans celle-ci, les parallaxes de longitudes & de latitudes exigent l'évaluation de deux formules plus composées que celles qui s'emploient dans la méthode précédente; d'ailleurs les Tables des hauteurs & des angles parallactiques, que j'ai inferées dans la Connoissance des Mouvements célestes pour 1762 & 1763, abrègent tellement les calculs faits suivant cette méthode, que l'avantage est incontestablement pour elle, du moins sous la latitude de Paris, toutes ces raisons

m'ont fait choisir la méthode des angles parallaxiques, pour y appliquer les corrections qui dépendent de l'aplatissement de la Terre, quoiqu'elles pûssent également s'appliquer aux autres méthodes que l'on suit dans le calcul des éclipses sujettes aux parallaxes.

La Table III, qui se trouvera ci-après, p. 374 & 375, évite aussi une proportion en montrant au premier coup d'œil la correction qu'il faut faire à l'angle parallaxique calculé sur la Terre sphérique, pour avoir celui qui convient au sphéroïde; on cherche d'abord en tête de la Table la parallaxe d'azimuth qui, comme nous l'avons dit, se trouve dans la Table I.^{re}, ou se calcule par la formule $p \sin. A \sin. Z$, on prend ensuite dans la colonne verticale à gauche de la Table la parallaxe de hauteur en minutes; & l'on trouve dans la partie correspondante en minutes & en secondes la quantité dont il faut corriger l'angle parallaxique. On voit aisément si cette correction est additive ou soustractive, puisqu'il suffit de placer la Lune (de la quantité trouvée dans la Table) du côté du pôle élevé, par rapport au point où elle se trouvoit en calculant dans l'hypothèse ordinaire.

J'ai supposé l'angle de la verticale & du rayon de la Terre de 18' en nombres ronds pour la latitude de Paris, la valeur de cet angle dépend beaucoup des suppositions que l'on peut faire sur la courbure de la Terre en combinant diversément les différens degrés qui ont été mesurés, je l'ai trouvé de 18' 28" en supposant la Terre elliptique, & déterminant sa grandeur par les degrés du nord & du Pérou*, il est d'environ 19' 30" dans l'hypothèse de M. Bouguer. Si l'on vouloit prendre un milieu & supposer cet angle de 19', il ne s'agiroit que d'augmenter d'un dix-huitième toutes les quantités des Tables précédentes; mais on peut voir dans mon premier Mémoire, page 111, qu'il y a telle supposition qui sans être absolument forcée, ne donneroit le même angle que de 15 minutes environ, c'est ce qui m'a porté à le supposer de 18 minutes.

* Voy. les Mém.
année 1753.
p. 103.

T A B L E I.

CORRECTION de la Parallaxe de hauteur à raison de l'aplatissement de la Terre pour la latitude de Paris, en supposant la parallaxe horizontale de 57'.

| Distance au Méridien | DÉCLINAISON BORÉALE en degrés. | | | | | DÉCLINAISON AUSTRALE en degrés. | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|------------------------------------|-------|------|------|------|------|
| | 25. | 20. | 15. | 10. | 5. | 0. | 5. | 10. | 15. | 20. | 25. |
| H. M. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. |
| 0 0 | -16,4 | -15,7 | -14,9 | -14,0 | -12,9 | -11,8 | -10,6 | -9,3 | -7,9 | -6,5 | -5,0 |
| 0 30 | -15,6 | -15,1 | -14,4 | -13,6 | -12,6 | -11,5 | -10,3 | -9,1 | -7,7 | -6,3 | -4,8 |
| 1 0 | -13,6 | -13,2 | -13,1 | -12,5 | -11,7 | -10,7 | -9,7 | -8,5 | -7,2 | -5,9 | -4,5 |
| 1 30 | -11,1 | -11,4 | -11,3 | -10,9 | -10,3 | -9,5 | -8,6 | -7,6 | -6,4 | -5,6 | -3,9 |
| 2 0 | -8,2 | -9,0 | -9,2 | -9,1 | -8,7 | -8,1 | -7,3 | -6,5 | -5,4 | -4,3 | -3,2 |
| 2 30 | -6,1 | -6,8 | -7,1 | -7,2 | -7,0 | -6,5 | -6,0 | -5,2 | -4,3 | -3,4 | -2,3 |
| 3 0 | -4,0 | -4,8 | -5,2 | -5,4 | -5,3 | -5,0 | -4,6 | -4,0 | -3,2 | -2,4 | -1,4 |
| 3 30 | -2,3 | -3,0 | -3,5 | -3,7 | -3,8 | -3,6 | -3,3 | -2,8 | -2,1 | -1,4 | -0,6 |
| 4 0 | -0,9 | -1,6 | -2,1 | -2,3 | -2,4 | -2,4 | -2,1 | -1,7 | -1,2 | -0,5 | |
| 4 30 | +0,2 | -0,5 | -0,9 | -1,2 | -1,4 | -1,3 | -1,2 | -0,8 | -0,4 | | |
| 5 0 | +1,0 | +0,3 | -0,1 | -0,4 | -0,6 | -0,6 | -0,5 | -0,2 | | | |
| 5 30 | +1,5 | +1,0 | +0,4 | +0,1 | -0,1 | -0,2 | -0,1 | | | | |
| 6 0 | +1,7 | +1,1 | +0,6 | +0,3 | +0,1 | | | | | | |
| 6 30 | +1,6 | +1,0 | +0,5 | +0,2 | | | | | | | |
| 7 0 | +1,4 | +0,7 | +0,2 | | | | | | | | |
| 7 30 | +0,9 | +0,2 | | | | | | | | | |
| 8 0 | +0,2 | | | | | | | | | | |
| | 25. | 20. | 15. | 10. | 5. | 0. | 5. | 10. | 15. | 20. | 25. |
| Distance au Méridien. | DÉCLINAISON BORÉALE en degrés. | | | | | DÉCLINAISON AUSTRALE en degrés. | | | | | |

TABLE II.

PARALLAXE D'AZIMUTH pour la latitude de Paris,
ou quantité dont la Lune paroît vers le nord, par l'effet
de l'aplatissement de la Terre, mesurée sur un arc de
grand cercle qui passe par la Lune.

| Distance de la Lune au Méri dien. | DÉCLINAISON BORÉALE en degrés. | | | | | | DÉCLINAISON AUSTRALE en degrés. | | | | |
|---|-----------------------------------|------|------|------|------|------|------------------------------------|------|------|------|------|
| | 25. | 20. | 15. | 10. | 5. | 0. | 5. | 10. | 15. | 20. | 25. |
| | H. M. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. | Sec. |
| 0 0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| 0 30 | 5,1 | 4,5 | 4,0 | 3,6 | 3,3 | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,5 | 2,4 | 2,2 |
| 1 0 | 9,4 | 8,4 | 7,6 | 7,0 | 6,5 | 6,0 | 5,6 | 5,3 | 4,9 | 4,6 | 4,4 |
| 1 30 | 12,6 | 11,5 | 10,6 | 9,9 | 9,2 | 8,6 | 8,1 | 7,6 | 7,2 | 6,8 | 6,4 |
| 2 0 | 15,0 | 13,8 | 13,0 | 12,0 | 11,5 | 10,9 | 10,3 | 9,8 | 9,3 | 8,8 | 8,3 |
| 2 30 | 16,2 | 15,5 | 14,7 | 14,0 | 13,4 | 12,8 | 12,2 | 11,6 | 11,1 | 10,5 | 10,0 |
| 3 0 | 17,1 | 16,6 | 16,0 | 15,4 | 14,9 | 14,3 | 13,7 | 13,2 | 12,7 | 12,1 | 11,5 |
| 3 30 | 17,6 | 17,2 | 16,9 | 16,4 | 16,0 | 15,5 | 15,0 | 14,5 | 14,0 | 13,4 | 12,9 |
| 4 0 | 17,8 | 17,7 | 17,4 | 17,2 | 16,8 | 16,4 | 16,0 | 15,6 | 15,1 | 14,6 | |
| 4 30 | 17,9 | 17,9 | 17,8 | 17,6 | 17,3 | 17,1 | 16,8 | 16,4 | 16,0 | | |
| 5 0 | 17,8 | 17,9 | 17,9 | 17,9 | 17,7 | 17,6 | 17,3 | 17,0 | | | |
| 5 30 | 17,5 | 17,7 | 17,9 | 17,9 | 17,9 | 17,8 | 17,7 | | | | |
| 6 0 | 17,1 | 17,4 | 17,6 | 17,8 | 17,9 | 17,9 | | | | | |
| 6 30 | 16,6 | 17,0 | 17,3 | 17,4 | | | | | | | |
| 7 0 | 15,9 | 16,3 | 16,7 | | | | | | | | |
| 7 30 | 15,1 | 15,9 | | | | | | | | | |
| 8 0 | 14,0 | | | | | | | | | | |
| | 25. | 20. | 15. | 10. | 5. | 0. | 5. | 10. | 15. | 20. | 25. |
| | DÉCLINAISON BORÉALE en degrés. | | | | | | DÉCLINAISON AUSTRALE en degrés. | | | | |

374 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 TABLE III. Correction de l'angle du vertical & de l'écliptique,

| PARALLAXE D'AZIMUTH VERS LE NORD. | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|--|
| M. | 1" | 2" | 3" | 4" | 5" | 6" | 7" | 8" | 9" | |
| | Min. Sec. | |
| 25 | 2. 17 | 4. 35 | 6. 53 | 9. 10 | 11. 27 | 13. 45 | 16. 3 | 18. 20 | 20. 38 | |
| 26 | 2. 15 | 4. 31 | 6. 45 | 9. 1 | 11. 17 | 13. 32 | 15. 47 | 18. 3 | 20. 18 | |
| 27 | 2. 13 | 4. 26 | 6. 39 | 8. 52 | 11. 5 | 13. 19 | 15. 32 | 17. 45 | 19. 58 | |
| 28 | 2. 11 | 4. 22 | 6. 33 | 8. 44 | 10. 55 | 13. 6 | 15. 17 | 17. 28 | 19. 39 | |
| 29 | 2. 9 | 4. 18 | 6. 26 | 8. 35 | 10. 43 | 12. 53 | 15. 1 | 17. 10 | 19. 19 | |
| 30 | 2. 7 | 4. 13 | 6. 20 | 8. 26 | 10. 32 | 12. 40 | 14. 46 | 16. 53 | 18. 59 | |
| 31 | 2. 4 | 4. 9 | 6. 13 | 8. 18 | 10. 22 | 12. 26 | 14. 31 | 16. 35 | 18. 40 | |
| 32 | 2. 2 | 4. 4 | 6. 7 | 8. 9 | 10. 11 | 12. 13 | 14. 16 | 16. 18 | 18. 20 | |
| 33 | 2. 0 | 4. 0 | 6. 0 | 8. 0 | 10. 0 | 12. 0 | 14. 0 | 16. 0 | 18. 0 | |
| 34 | 1. 58 | 3. 56 | 5. 54 | 7. 52 | 9. 49 | 11. 47 | 13. 45 | 15. 43 | 17. 41 | |
| 35 | 1. 56 | 3. 51 | 5. 47 | 7. 43 | 9. 38 | 11. 34 | 13. 30 | 15. 25 | 17. 21 | |
| 36 | 1. 54 | 3. 47 | 5. 41 | 7. 34 | 9. 27 | 11. 21 | 13. 14 | 15. 8 | 17. 1 | |
| 37 | 1. 51 | 3. 43 | 5. 34 | 7. 25 | 9. 17 | 11. 8 | 12. 59 | 14. 50 | 16. 42 | |
| 38 | 1. 49 | 3. 38 | 5. 27 | 7. 16 | 9. 5 | 10. 55 | 12. 44 | 14. 33 | 16. 22 | |
| 39 | 1. 47 | 3. 34 | 5. 20 | 7. 8 | 8. 55 | 10. 42 | 12. 28 | 14. 15 | 16. 2 | |
| 40 | 1. 45 | 3. 30 | 5. 14 | 6. 59 | 8. 44 | 10. 29 | 12. 13 | 13. 58 | 15. 43 | |
| 41 | 1. 43 | 3. 25 | 5. 8 | 6. 50 | 8. 33 | 10. 16 | 11. 58 | 13. 41 | 15. 22 | |
| 42 | 1. 40 | 3. 21 | 5. 1 | 6. 42 | 8. 22 | 10. 2 | 11. 43 | 13. 23 | 15. 4 | |
| 43 | 1. 38 | 3. 16 | 4. 55 | 6. 33 | 8. 11 | 9. 49 | 11. 27 | 13. 6 | 14. 44 | |
| 44 | 1. 36 | 3. 12 | 4. 48 | 6. 24 | 8. 0 | 9. 36 | 11. 12 | 12. 48 | 14. 24 | |
| 45 | 1. 34 | 3. 8 | 4. 41 | 6. 15 | 7. 49 | 9. 23 | 10. 57 | 12. 31 | 14. 4 | |
| 46 | 1. 32 | 3. 3 | 4. 35 | 6. 6 | 7. 38 | 9. 10 | 10. 42 | 12. 13 | 13. 45 | |
| 47 | 1. 29 | 2. 59 | 4. 28 | 5. 58 | 7. 27 | 8. 57 | 10. 26 | 11. 56 | 13. 25 | |
| 48 | 1. 27 | 2. 55 | 4. 22 | 5. 49 | 7. 16 | 8. 44 | 10. 11 | 11. 38 | 13. 6 | |
| 49 | 1. 25 | 2. 50 | 4. 15 | 5. 40 | 7. 5 | 8. 31 | 9. 56 | 11. 21 | 12. 46 | |
| 50 | 1. 23 | 2. 46 | 4. 9 | 5. 32 | 6. 54 | 8. 18 | 9. 41 | 11. 3 | 12. 26 | |
| 51 | 1. 21 | 2. 41 | 4. 2 | 5. 23 | 6. 43 | 8. 4 | 9. 25 | 10. 46 | 12. 6 | |
| 52 | 1. 19 | 2. 37 | 3. 56 | 5. 14 | 6. 32 | 7. 51 | 9. 10 | 10. 28 | 11. 47 | |
| 53 | 1. 16 | 2. 33 | 3. 49 | 5. 5 | 6. 22 | 7. 38 | 8. 54 | 10. 11 | 11. 27 | |
| 54 | 1. 14 | 2. 28 | 3. 43 | 4. 57 | 6. 11 | 7. 25 | 8. 39 | 9. 53 | 11. 8 | |
| 55 | 1. 12 | 2. 24 | 3. 36 | 4. 48 | 6. 0 | 7. 12 | 8. 24 | 9. 36 | 10. 48 | |
| 56 | 1. 10 | 2. 20 | 3. 29 | 4. 39 | 5. 49 | 6. 59 | 8. 9 | 9. 19 | 10. 28 | |
| 57 | 1. 8 | 2. 15 | 3. 23 | 4. 30 | 5. 38 | 6. 46 | 7. 54 | 9. 1 | 10. 8 | |
| 58 | 1. 5 | 2. 10 | 3. 16 | 4. 22 | 5. 27 | 6. 33 | 7. 38 | 8. 44 | 9. 49 | |
| 59 | 1. 3 | 2. 7 | 3. 10 | 4. 13 | 5. 16 | 6. 20 | 7. 23 | 8. 26 | 9. 30 | |
| 60 | 0. 1 | 2. 2 | 3. 3 | 4. 4 | 5. 5 | 6. 7 | 7. 8 | 8. 9 | 9. 10 | |
| 61 | 0. 59 | 1. 58 | 2. 57 | 3. 56 | 4. 54 | 5. 53 | 6. 52 | 7. 51 | 8. 50 | |
| 62 | 0. 57 | 1. 53 | 2. 50 | 3. 47 | 4. 43 | 5. 40 | 6. 37 | 7. 34 | 8. 30 | |
| 63 | 0. 55 | 1. 49 | 2. 44 | 3. 38 | 4. 33 | 5. 27 | 6. 22 | 7. 17 | 8. 11 | |
| | 1" | 2" | 3" | 4" | 5" | 6" | 7" | 8" | 9" | |

PARALLAXE DE HAUTEUR.

PARALLAXE D'AZIMUTH VERS LE NORD.

| PARALLAXE D'AZIMUTH VERS LE NORD. | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 10" | 11" | 12" | 13" | 14" | 15" | 16" | 17" | 18" | M. | |
| Min. Sec. | Min. Sec. | Min. Sec. | Min. Sec. | Min. Sec. | Min. Sec. | Min. Sec. | Min. Sec. | Min. Sec. | Min. Sec. | Min. Sec. |
| 22. 55 | 25. 12 | 27. 30 | 29. 48 | 32. 4 | 34. 23 | 36. 40 | 38. 57 | 41. 15 | | 25 |
| 22. 33 | 24. 49 | 27. 4 | 29. 19 | 31. 34 | 33. 50 | 36. 5 | 38. 20 | 40. 36 | | 26 |
| 22. 11 | 24. 25 | 26. 38 | 28. 51 | 31. 4 | 33. 17 | 35. 30 | 37. 43 | 39. 56 | | 27 |
| 21. 50 | 24. 0 | 26. 11 | 28. 22 | 30. 23 | 32. 44 | 34. 55 | 37. 6 | 39. 17 | | 28 |
| 21. 27 | 23. 36 | 25. 45 | 27. 54 | 29. 32 | 32. 11 | 34. 20 | 36. 29 | 38. 38 | | 29 |
| 21. 5 | 23. 12 | 25. 19 | 27. 26 | | 31. 39 | 33. 45 | 35. 52 | 37. 59 | | 30 |
| 20. 44 | 22. 48 | 24. 53 | 26. 57 | 29. 2 | 31. 6 | 33. 10 | 35. 15 | 37. 19 | | 31 |
| 20. 22 | 22. 24 | 24. 27 | 26. 29 | 28. 31 | 30. 33 | 32. 35 | 34. 38 | 36. 40 | | 32 |
| 20. 0 | 22. 0 | 24. 0 | 26. 0 | 28. 0 | 30. 0 | 32. 0 | 34. 0 | 36. 0 | | 33 |
| 19. 38 | 21. 36 | 23. 34 | 25. 31 | 27. 30 | 29. 28 | 31. 26 | 33. 24 | 35. 22 | | 34 |
| 19. 16 | 21. 12 | 23. 8 | 25. 4 | 26. 59 | 28. 55 | 30. 51 | 32. 46 | 34. 42 | | 35 |
| 18. 55 | 20. 48 | 22. 42 | 24. 35 | 26. 29 | 28. 22 | 30. 16 | 32. 9 | 34. 3 | | 36 |
| 18. 33 | 20. 24 | 22. 16 | 24. 7 | 25. 58 | 27. 50 | 29. 41 | 31. 33 | 33. 23 | | 37 |
| 18. 11 | 20. 0 | 21. 49 | 23. 38 | 25. 28 | 27. 17 | 29. 6 | 30. 55 | 32. 44 | | 38 |
| 17. 11 | 19. 36 | 21. 23 | 23. 10 | 24. 57 | 26. 44 | 28. 31 | 30. 18 | 32. 5 | | 39 |
| 17. 27 | 19. 12 | 20. 57 | 22. 42 | 24. 27 | 26. 12 | 27. 56 | 29. 41 | 31. 26 | | 40 |
| 17. 5 | 18. 48 | 20. 31 | 22. 14 | 23. 56 | 25. 39 | 27. 21 | 29. 3 | 30. 45 | | 41 |
| 16. 44 | 18. 24 | 20. 5 | 21. 45 | 23. 26 | 25. 5 | 26. 46 | 28. 27 | 30. 7 | | 42 |
| 16. 22 | 18. 0 | 19. 38 | 21. 17 | 22. 55 | 24. 33 | 26. 11 | 27. 49 | 29. 28 | | 43 |
| 16. 0 | 17. 36 | 19. 12 | 20. 48 | 22. 24 | 24. 0 | 25. 36 | 27. 12 | 28. 48 | | 44 |
| 15. 38 | 17. 12 | 18. 46 | 20. 20 | 21. 54 | 23. 27 | 25. 1 | 26. 35 | 28. 9 | | 45 |
| 15. 16 | 16. 48 | 18. 20 | 19. 51 | 21. 23 | 22. 55 | 24. 26 | 25. 58 | 27. 29 | | 46 |
| 14. 54 | 16. 24 | 17. 54 | 19. 23 | 20. 52 | 22. 22 | 23. 51 | 25. 21 | 26. 50 | | 47 |
| 14. 33 | 16. 0 | 17. 28 | 18. 55 | 20. 22 | 21. 50 | 23. 17 | 24. 44 | 26. 11 | | 48 |
| 14. 11 | 15. 36 | 17. 1 | 18. 26 | 19. 52 | 21. 17 | 22. 42 | 24. 7 | 25. 32 | | 49 |
| 13. 49 | 15. 12 | 16. 35 | 17. 58 | 19. 21 | 20. 44 | 22. 7 | 23. 30 | 24. 53 | | 50 |
| 13. 27 | 14. 48 | 16. 9 | 17. 30 | 18. 50 | 20. 11 | 21. 32 | 22. 52 | 24. 13 | | 51 |
| 13. 5 | 14. 24 | 15. 43 | 17. 1 | 18. 20 | 19. 38 | 20. 57 | 22. 15 | 23. 34 | | 52 |
| 12. 44 | 14. 0 | 15. 16 | 16. 33 | 17. 49 | 19. 5 | 20. 22 | 21. 38 | 22. 54 | | 53 |
| 12. 22 | 13. 36 | 14. 50 | 16. 5 | 17. 19 | 18. 33 | 19. 47 | 21. 1 | 22. 16 | | 54 |
| 12. 0 | 13. 12 | 14. 24 | 15. 36 | 16. 48 | 18. 0 | 19. 12 | 20. 24 | 21. 36 | | 55 |
| 11. 38 | 12. 48 | 13. 58 | 15. 8 | 16. 18 | 17. 27 | 18. 37 | 19. 47 | 20. 57 | | 56 |
| 11. 16 | 12. 24 | 13. 32 | 14. 39 | 15. 47 | 16. 55 | 18. 2 | 19. 10 | 20. 17 | | 57 |
| 10. 55 | 12. 0 | 13. 6 | 14. 11 | 15. 16 | 16. 22 | 17. 27 | 18. 33 | 19. 38 | | 58 |
| 10. 33 | 11. 36 | 12. 39 | 13. 43 | 14. 46 | 15. 49 | 17. 13 | 18. 6 | 19. 0 | | 59 |
| 10. 11 | 11. 12 | 12. 13 | 13. 14 | 14. 15 | 15. 16 | 16. 18 | 17. 19 | 18. 20 | | 60 |
| 9. 49 | 10. 48 | 11. 47 | 12. 46 | 13. 45 | 14. 44 | 15. 43 | 16. 42 | 17. 40 | | 61 |
| 9. 27 | 10. 24 | 11. 21 | 12. 17 | 13. 14 | 14. 11 | 15. 8 | 16. 4 | 17. 1 | | 62 |
| 9. 6 | 10. 0 | 10. 55 | 11. 49 | 12. 44 | 13. 39 | 14. 34 | 15. 28 | 16. 22 | | 63 |
| 10" | 11" | 12" | 13" | 14" | 15" | 16" | 17" | 18" | | |

PARALLAXE DE HAUTEUR.

PARALLAXE D'AZIMUTH VERS LE NORD.

376 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

J'ai supposé dans les deux Tables précédentes la parallaxe de 57', c'est à peu-près la quantité moyenne pour la latitude de Paris, elle peut se trouver de 4 minutes plus grande, & alors on pourra augmenter d'un quatorzième les nombres des deux Tables précédentes, & dans les autres cas à proportion; mais cette correction ne pouvant aller qu'à une seconde environ, on peut encore la négliger.

La parallaxe horizontale varie suivant la latitude des lieux, car étant proportionnelle au rayon *CO* de la Terre, qui diminue de l'équateur jusqu'au pôle d'environ $\frac{1}{178}$, elle doit diminuer dans la même proportion: j'ai déjà donné une Table de cette différence*, mais en voici une plus détaillée & encore plus commode dans la pratique.

* Voy. les Mém. année 1752, p. 108.

T A B L E I V.

De ce qu'il faut ajouter à la parallaxe horizontale sous le pôle, pour avoir la parallaxe sous différentes latitudes.

| Hauteur du Pole. | PARALLAXE HORIZONTALE sous le Pole. | | | Différence pour 3 minutes. |
|------------------|-------------------------------------|------|------|----------------------------|
| | 54. | 57. | 60. | |
| 0 | 18"2 | 19"2 | 20"2 | 1"0 |
| 10 | 17,7 | 18,7 | 19,7 | 1,0 |
| 20 | 16,5 | 17,4 | 18,3 | 0,9 |
| 30 | 14,4 | 15,2 | 16,0 | 0,8 |
| 40 | 11,6 | 12,3 | 13,0 | 0,7 |
| 50 | 8,4 | 8,9 | 9,4 | 0,5 |
| 60 | 5,2 | 5,5 | 5,8 | 0,3 |
| 70 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 0,1 |
| 80 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,0 |
| 90 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0 |

Il me reste à dire un mot sur la quantité absolue de la parallaxe

parallaxe moyenne sous la latitude de Paris. Je n'avois comparé les observations dans mes deux premiers Mémoires, qu'avec les Tables de Halley ; ces Tables n'étoient guère propres à me faire démêler l'erreur de la quantité moyenne, M. le Monnier en a donné une preuve dans les Mémoires de 1748 ; on voit que l'erreur des Tables varie même considérablement d'une observation à l'autre, M. Halley n'ayant employé que deux équations pour la parallaxe de la Lune. Mais comme depuis ce temps-là M. Clairaut a calculé avec le plus grand soin dix équations pour la parallaxe, suivant les différentes situations du Soleil & de la Lune ; je m'en suis servi pour réduire à la parallaxe moyenne toutes mes observations, & j'y ai trouvé un accord bien plus grand qu'il ne l'avoit été en me servant des Tables de Halley : on en jugera par la Table suivante, dans laquelle j'ai rapporté les dates des observations (sur lesquelles on peut consulter mes deux premiers Mémoires), la parallaxe observée & la parallaxe moyenne qui en résulte. J'y ai joint aussi cinq observations de M. Wargentin (marquées d'une étoile) & qui, traitées séparément, donnent absolument le même résultat que les miennes à un quart de seconde près : j'ai supprimé dans celles de M. Wargentin, aussi-bien que dans les miennes, l'observation du 27 Décembre parce qu'il y a eu du doute ce jour-là dans celles de M. l'Abbé de la Caille au Cap de Bonne-espérance * ; j'ai ajouté 3",4 à la parallaxe déterminée en Suède par M. Wargentin, pour la réduire à la latitude de Paris ; on peut juger par la Table précédente, de la quantité dont elles doivent différer.

* Voy. les Mém.
année 1752,
p. 94.

Si l'on vouloit réduire tout à la parallaxe polaire au lieu de choisir la parallaxe pour Paris, on y trouveroit l'avantage de n'avoir à ajouter pour chaque latitude que les équations contenues dans la Table III. Dans ce cas, il faudroit diminuer de 9",3 tous les nombres contenus dans la dernière colonne des observations suivantes ; & le résultat moyen au lieu d'être 57' 3",3, ne seroit que de 56' 54", mais j'ai mieux aimé employer la parallaxe pour Paris, comme étant celle dont nous faisons le plus fréquent usage.

Mém. 1756.

. B b b

| DATE DES OBSERVATIONS. | PARALLAXE observée. | PARALLAXE moyenne. |
|---------------------------|------------------------|-----------------------|
| 1751. * 12 Mai. | 54' 26"6 | 57' 8"8 |
| * 3 Octobre. | 59. 16,3 | 57. 2,4 |
| * 5 Novembre. | 60. 46,3 | 57. * 1,8 |
| 3 Décembre. | 61. 18,7 | 57. 6,0 |
| 6 Décembre. | 58. 57,2 | 57. 4,8 |
| 28 Décembre. | 60. 27,6 | 57. 15,6 |
| 1752. 30 Janvier. | 59. 42,1 | 57. 1,3 |
| * 30 Janvier. | 59. 34,2 | 56. 51,8 |
| 31 Janvier. | 59. 5,4 | 57. 4,1 |
| 23 Février. | 59. 22,7 | 57. 0,8 |
| 26 Février. | 59. 18,1 | 57. 5,4 |
| 6 Mars: | 54. 24,1 | 57. 4,4 |
| 24 Juin. | 54. 9,0 | 57. 7,3 |
| 25 Juin. | 54. 0,0 | 57. 4,2 |
| 20 Juillet. | 54. 35,0 | 57. 6,5 |
| 23 Juillet. | 54. 0,8 | 57. 2,0 |
| 24 Juillet. | 54. 5,8 | 57. 2,3 |
| 30 Juillet. | 56. 18,5 | 56. 58,8 |
| 24 Août. | 55. 22,8 | 57. 1,8 |
| 31 Août. | 58. 51,5 | 56. 58,3 |
| * 18 Septembre. | 54. 43,3 | 57. 13,7 |

La parallaxe moyenne entre ces vingt-un résultats est de 57' 3",3, & celles de toutes mes observations qui diffèrent le plus de ce résultat moyen, ne s'en écartent pas de 5"; je crois donc qu'on ne sauroit espérer une détermination plus exacte de cette parallaxe; il n'y a peut-être dans toute l'Astronomie aucun élément qui soit mieux déterminé que celui-là, excepté ceux qui n'exigeant que des observations faites au zénith & sur la même division d'un instrument, ont pu par des observations répétées, être constatés mille fois. Si l'on considère un instant la distance des temps & des lieux, la diversité des instrumens, l'inégalité des hauteurs des distances de la Lune

& des parallaxes dans les différentes observations que je viens de rapporter, la complication de calculs de théorie & de pratique, & le nombre de réductions qu'il a fallu y employer, on ne peut qu'être surpris d'y trouver de si petites différences.

Si donc l'on appelle y l'anomalie moyenne de la Lune, t la longitude moyenne de la Lune moins la longitude moyenne du Soleil, & z l'anomalie moyenne du Soleil, on aura la parallaxe horizontale pour Paris par la formule suivante,

$$57' 3'',3 - 3' 5'',5 \cos. y + 10'',3 \cos. 2y - 0'',6 \cos. 3y + 28'',1 \cos. 2t + 0'',3 \cos. 4t - 0'',3 \cos. (2t - 2y) - 34'',0 \cos. (2t - y) - 0'',4 \cos. (4t - 2y) - 0'',7 \cos. (4t - y) + 1'',2 \cos. (y - z) - 0'',4 \cos. (4t - 2y) - 0'',9 \cos. (y + z) + 1'',6 \cos. (2t - y - z) - 1'',7 \cos. (2t - z) - 3'',0 \cos. (2t + y).$$

Voy. les Mém.
année 1752.

Je donnerai encore ici une dernière confirmation des résultats contenus dans ce Mémoire, c'est celle que me fournissent les observations de feu M. Grischow. Dans une dissertation lûe à Pétersbourg en 1755, mais qui n'est arrivée à Paris que le 5 Juillet 1760, ce sçavant Astronome nous apprend que par trois observations faites à Pétersbourg en 1752, correspondantes à un pareil nombre d'observations faites au Cap de Bonne-espérance, il a trouvé que le $\frac{12}{23}$ Février à 7 heures du soir, la parallaxe étoit de $59' 12''$, pour la région des poles; j'ignore quelles suppositions il a faites pour la figure de la Terre, mais par les élémens que j'ai employés ci-dessus, il y faut ajoûter $9'',3$ pour avoir la parallaxe à Paris; & comme la somme des équations pour ce jour-là à $5^h 22'$ temps moyen à Paris, étoit de $2' 21'',3$; il reste pour la constante cherchée $57' 0''$, plus petite de $3''$ seulement que celle qui résulte de toutes mes observations. Je n'ai pû avoir connoissance des observations que M. Grischow alla faire la même année dans l'isle d'Oesel.

