

COMPARAISON
DU PASSAGE DE MERCURE
SUR LE SOLEIL,

Arrivé en 1753,

Avec ceux qui avoient été observés jusqu'alors.

Par M. DE LA LANDE.

LES Tables de M. Halley représentent assez bien toutes les conjonctions de Mercure arrivées avant son passage par le périhélie dans le noeud ascendant, parce que Mercure y avoit été observé plusieurs fois^a; mais elles donnent la longitude trop petite pour les conjonctions qui ont été observées en 1740 & en 1753 dans le noeud descendant, vers dix signes & demi d'anomalie moyenne. C'est une preuve suffisante que l'erreur provient au moins en partie de l'excentricité, qui avant ces dernières observations n'avoit pu être exactement déterminée.

M. Halley ne pouvoit attribuer qu'au moyen mouvement l'erreur qu'il trouva en 1723^b, il falloit une conjonction observée dans la partie de l'orbite, où l'équation devenant additive doubleroit & rendroit plus sensible l'erreur qui pouvoit s'y trouver; il espéroit donc trop d'exactitude de ses Tables lorsqu'il présuinoit (p. 236) qu'après la petite correction qu'il venoit d'indiquer, savoir, 28" à ôter de l'époque, & 20" à ajouter au mouvement séculaire, elles représenteroient les mouvemens de Mercure avec une précision égale à celle des Tables même du Soleil & des Catalogues des Étoiles fixes.

Les observations de Mercure sur le Soleil, faites en 1740, 1743, 1753, étant comparées entr'elles, peuvent déterminer

^a Voyez les Transactions philosophiques de 1691, n.° 193.

^b Voyez les Transactions philosophiques de 1725, tome XXXIII, n.° 386, p. 228 & suiv.

260 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
l'excentricité, l'aphélie & le lieu moyen de Mercure, pourvu
que l'on suppose le moyen mouvement de cette planète & celui
de son aphélie connu pour cet intervalle de temps, l'erreur de
cette supposition ne sauroit être aussi grande que celle des obser-
vations même que l'on emploie, ainsi je n'ai pas hésité à me
servir de ces observations.

Les passages de 1723 & 1736, joints avec les trois autres,
m'ont servi à déterminer le lieu & le mouvement du noeud
en rappelant subsidiairement ceux de 1661, 1677, 1690,
1697, quoique moins sûrs.

Quant au moyen mouvement, il semble que l'on pourroit,
en comparant les passages de 1661 avec celui de 1753, ou
celui de 1697 avec celui de 1743, qui est arrivé au même
degré d'anomalie moyenne, faire quelques corrections au moyen
mouvement, mais elles m'ont paru après plusieurs essais être
trop peu sensibles pour des observations qui ne sont ni assez
délicates ni assez éloignées; oseroit-on répondre de 30" sur le
mouvement entre deux conjonctions, c'est-à-dire de 15" sur
chaque lieu du Soleil. Je supposerai donc avec M. Halley^c le
mouvement séculaire de 415 révolutions, plus 2^f 14^d 2' 13",
ou dans une année commune de 4 révolutions 53^d 43' 2", 19,
& le mouvement diurne 4^d 5' 32", 553, l'erreur ne sera pas
considérable; je finirai par examiner le résultat des observations
sur le moyen mouvement.

Les observations de 1631 & de 1651 ne m'ont pas paru
pouvoir entrer dans cette comparaison: en lisant la Lettre de
Gassendi à Schickard^d sur le passage de Mercure sur le Soleil,
observé le 7 novembre 1631 au matin, on voit qu'il n'a,
pour ainsi dire, observé que la sortie, & qu'il n'étoit pas sûr,
à quelques degrés près, du point du diamètre du Soleil où
Mercure étoit sorti, en sorte qu'il est très-possible qu'il y ait
une minute d'erreur dans les conclusions que l'on en a tirées
pour la latitude. M. Halley suppose que la latitude observée

^c Voyez les Transactions philosophiques de 1725, tome XXXIII, n.º 386,
p. 228 & suiv.

^d *Institutio Astronomica*, a P. Gassendo, Hagæ Comitum, 1656.

fût de $3' 22''$; si cela étoit, le mouvement séculaire du nœud feroit plus grand de $8' 49''$. qu'on ne le trouve en comparant les observations de 1723 & de 1753, le nœud auroit eu assez exactement le même mouvement que les étoiles fixes; cependant tout résiste à cette conclusion, le nœud a été rétrograde de plus de 2 minutes entre 1697 & 1723; entre 1723 & 1753.

Le passage de 1651 ne fut vû que très-imparfaitement à Surate par Skakerlæus^c; celui de 1661 observé par Hevelius^f & par M. Hughens, est le premier qui ait été observé assez exactement pour pouvoir en tirer des conclusions. M. Cassini^g a trouvé que le temps vrai de la conjonction avoit été $6^h 0'$ à Dantzick, & la latitude $4' 29''$, ce qui m'a donné pour le lieu du nœud $1^f 14^d 22' \frac{1}{3}$ (au lieu de $14^d 46'$ que M. Cassini trouve, page 585); j'ai cru qu'il falloit adopter ce que M. Halley a donné pour cette année-là dans ses Tables, après avoir discuté toutes les observations qui l'avoient précédé^h, je m'attacherai donc principalement à celles qui ont suivi.

Celui de 1677, observé à l'Isle de Sainte - Hélène par M. Halley, & à Avignon par M. Gallet, donne de grandes différences; la latitude observée, suivant M. Halley, est plus grande de $38''$ que celle que M. Cassini a conclu des observations de M. Gallet, & la conjonction $5' 20''$ plus tard, cela vient de ce que M. Gallet n'observoit que dans une chambre obscure, l'image de Mercure étant reçue sur un papier, & que M. Halley n'observa que la durée du passage qui ne pouvoit pas donner exactement la latitude parce qu'elle étoit fort petite; aussi M. Halley ne s'est-il point assujéti à ce passage ni dans ses tables, ni dans la correction qu'il leur a assignée en 1723, & je soupçonne que cette observation ne lui avoit point paru décisive; la latitude observée est, suivant M. Halley, $4' 41''$, & par conséquent le lieu du nœud $1^f 14^d 21' 57''$.

^c *Astronomia Britannica, a Vincenzio Wing, Londini, 1669.*

^f *Mercurius in Sole visus, &c. J. Hevelii, 1662. Astronomia Carolina.*

^g *Éléments d'Astronomie, par M. Cassini, à Paris, 1740, in-4.^o*

^h *Transactions philosophiques de 1691, n.^o 193.*

Le 10 Novembre 1690, Mercure fut observé sur le Soleil à Canton; le temps de la conjonction, suivant M. Cassini, est $1^h 8' 6''$, temps moyen à Paris, la latitude $12' 20''$; d'où suit le lieu du noeud $1^f 14^d 40' 18''$ (au lieu de $20' 50''$ que donne M. Cassini, page 595).

Le 3 Novembre 1697, Mercure fut observé pendant trois quarts d'heure sur le Soleil. M. Cassini trouve le temps moyen de la conjonction $5^h 42'$ du matin, le lieu du Soleil à ce moment se trouve de $7^f 11^d 33' 32''$ en corrigeant les Tables du Soleil, & le lieu du noeud $1^f 14^d 41' 43''$.

Je ne compterai pas parmi les passages observés l'observation imparfaite de M. Roëmer, qui aperçut Mercure sur le Soleil le 6 Mai 1707, à $4^h 19'$ du matin, sans avoir pu prendre aucune mesure exacte.

L'observation du 11 Novembre 1723 fut faite en France & en Angleterre. Suivant M. Halley, la conjonction vraie fut à $10^h 59' 23''$ temps moyen à Paris, & la latitude $6' 0''$ boréale, je trouve le lieu du Soleil $7^f 16^d 47' 17''$, & par conséquent le noeud $1^f 15^d 1' 38''$.

Le 11 Novembre 1736, Mercure fut observé sur le Soleil dans toute l'Europe & pendant toute la durée de son passage, prenant un milieu entre les résultats de M.^{rs} Cassini, de Thury, Maraldi & Manfredi, rapportés dans les Mémoires de l'Académie, on a le temps moyen de la conjonction vraie $11^h 59' 23''$ du matin, & la latitude $14' 7''$, le lieu du Soleil doit être $7^f 19^d 23' 38''$, & par conséquent le lieu du noeud $1^f 15^d 13' 36''$.

Le 2 Mai 1740, à Cambridge dans la nouvelle Angleterre, M. Wintrop observa Mercure sur le Soleil*; supposant la différence des Méridiens $4^h 53'$, comme M. de l'Isle me l'a communiquée, le temps moyen de la conjonction vraie à Paris fut le 2 Mai à $10^h 36' 37''$ du soir, la latitude géocentrique $14' 59''$; ainsi le lieu du Soleil étant $1^f 12^d 43' 19''$, le lieu du noeud est $1^f 15^d 15' 0''$, moins avancé de $5' 56''$ que dans les Tables de M. Halley.

* Philosophical Transactions, n.° 471, tome XLII.

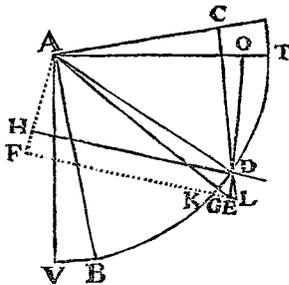
Le 5 Novembre 1743, à 10^h 26' 8" du matin, temps moyen à Paris, Mercure fut en conjonction avec le Soleil, ayant 9' 7" de latitude, j'ai pris un milieu entre les trois déterminations qui sont rapportées dans les Mémoires de l'Académie. J'ai trouvé le lieu du Soleil 1^f 12^d 37' 32", & le lieu du noeud 1^f 15^d 17' 2".

Pour ce qui est du passage de 1753, je me servirai de l'observation que j'ai faite, & des conclusions que j'en ai tirées*, mais dont je vais rapporter ici la suite.

* Mém. de l'Acad. année 1754, page 589.

On peut réduire au centre de la Terre la sortie observée à Paris, d'une manière qui suit de la méthode que j'ai proposée en 1754, pour tracer l'orbite de Mercure.

Soit *TDV* une portion de la circonférence du Soleil, *AV* & *ODE*, qui lui est parallèle, représente le vertical, *AO* est parallèle à l'horizon, *AB* ou *CL* le cercle de latitude, l'angle *BAV* ou *CDO* étant 10^d 6'.



La hauteur du Soleil, au moment de la sortie de Mercure, étoit de 52^d 9'; la parallaxe 6", 1, celle de Mercure 11", 1, & la différence 5".

La figure seule fait voir que par l'effet de la parallaxe, Mercure a dû, par rapport à nous, quitter le disque du Soleil plus tôt que s'il eût été vû du centre de la Terre, puisqu'il paroît en *E* déjà éloigné du Soleil par l'effet de la parallaxe, tandis qu'il est véritablement en *D*, ainsi il faudra ajouter quelques secondes au temps de la sortie observée; la même chose devra arriver toutes les fois que Mercure quittera le Soleil avant midi; & au dessous du diamètre horizontal.

L'angle *ADH* de 9^d 9' étant ôté de l'angle *HDC* 79^d 37', complément de l'inclinaison apparente, l'on aura, en ajoutant l'angle *CDO*, la valeur de *ADO* 80^d 34'; on dira ensuite, le sinus total est au cosinus de cet angle comme la différentielle de *OD* est à celle de *AD*, c'est-à-dire *GE*, qui

264 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
fera par conséquent $0",82$, c'est la quantité dont la parallaxe éloigne Mercure du bord du Soleil.

L'on peut supposer que l'orbite apparente ou affectée de la parallaxe est une ligne FL parallèle à l'orbite véritable DH , du moins pendant quelques minutes de temps, & parcourue uniformément; il suffit donc de savoir quel est le mouvement de Mercure sur l'orbite FE , qui répond à $0",82$ de variation dans la distance AD : or dans un triangle comme ADH (ou AEF) DH est à AD comme la variation de AD est à celle de DH ; ainsi la variation de Mercure sur son orbite est de $0",83$, & par conséquent $12",5$ de temps. La sortie du centre ayant été observée à $10^h 20' 11"$, elle auroit été vüe à $10^h 20' 23\frac{1}{2}"$ du centre de la Terre.

Quoique la durée de la sortie de Mercure m'ait paru plus grande qu'aux autres Astronomes, peut-être à cause du vent dont j'étois incommodé; cependant le milieu, c'est-à-dire la sortie du centre, tient exactement un milieu entre celles qui ont été observées par M. Bouguer & M. de Thury.

La même méthode sert à déterminer le diamètre de Mercure, sachant que Mercure employoit $3'$ à se rapprocher du centre du Soleil d'une quantité égale à son diamètre, car en $3'$ Mercure faisoit sur son orbite $12",1$ & $12"$ par rapport au centre du Soleil; mais si la durée de la sortie est de $2' 29"$, comme M. Bouguer l'a observé avec une lunette de 14 pieds, la variation sur l'orbite ne seroit que de $10"$, & le diamètre $9",9$, en sorte qu'une seconde sur le diamètre de Mercure employoit $15"$ de temps à quitter le Soleil.

Pour avoir l'inclinaison de l'orbite de Mercure, & les autres circonstances du passage, il faut avoir le mouvement horaire avec beaucoup de soin; une seule seconde d'erreur produit deux minutes de temps sur la durée du passage, & douze secondes sur l'inclinaison apparente.

La Table des équations de Mercure ne suffit pas pour faire ce calcul avec soin, parce que n'étant que de degrés en degrés, les différences sont trop inégales & trop grandes; j'ai donc calculé moi-même l'équation du centre de Mercure pour deux instans:

instans : à $6^h 35'$ l'anomalie moyenne se trouve, par les Tables de M. Halley, $10^f 19^d 34' 56''$; l'équation du centre $12^d 40' 40'',5$. Au moment de la sortie, l'anomalie moyenne est de $10^f 20^d 13' 22''$, & l'équation $12^d 29' 39'',5$. Ainsi le mouvement horaire de Mercure dans son orbite, vû du Soleil, est de $7' 17'',92$; celui de la Terre, à raison de $57' 58''$ par jour, est de $2' 24'',92$; la différence entre l'orbite vraie & l'orbite apparente, vûe du Soleil, $3^d 25' 52'',9$; l'inclinaison vraie, $6^d 59' 19'',4$; l'inclinaison apparente, $10^d 25' 12'',3$; le mouvement horaire composé, $4' 54'',6$, ou $3' 59'',9$ vû de la Terre.

J'ai été surpris de trouver que ce calcul, refait avec tout le soin imaginable, ne pouvoit absolument s'accorder avec l'observation ; en effet, supposant le demi-diamètre du Soleil $15' 53''$; la projection dans l'orbe de Mercure fera $19' 30'',5$, & la latitude $2' 25''$, la conjonction se trouveroit arriver $3'$ plus tôt, ce qui n'est pas soutenable, puisque d'autres Astronomes l'ont trouvée au contraire beaucoup plus tard.

Il a donc fallu s'affujétir à l'observation, supposer le mouvement horaire composé, vû du Soleil, $4' 57'',6$, & vû de la Terre $4' 2'',2$ plus grand de $2'',3$ que je ne l'avois trouvé par les tables, mais plus petit de $3'',8$ que M. de Thury ne l'a conclu de ses observations, parce qu'il a trouvé la conjonction $3' 18''$ plus tard que moi. En suivant cette détermination, le mouvement horaire de Mercure, vû du Soleil, doit être de $7' 21''$ au lieu de $7' 17''$ que donnent les tables de M. Halley, soit que l'erreur vienne du rapport des distances, de l'excentricité de Mercure, ou de quelqu'autre cause que je n'aperçois pas ; l'inclinaison apparente se trouve donc $10^d 23' 5''$, la distance entre le point de la conjonction & celui de la moindre distance $32'',1$ que Mercure parcourt en $6' 28'' \frac{1}{2}$ de temps, la moindre distance $2' 55'',2$ ou $2' 22'',6$ vûe de la Terre, la portion de l'orbite de Mercure comprise entre le milieu du passage & la sortie $19' 17'',3$ ou $15' 42'',2$ vûe de la Terre, que Mercure parcourt en $3^h 53' 22''$, l'entrée de Mercure sur le Soleil $2^h 33' 40''$ du matin, le milieu du passage $6^h 27' 2''$, le lieu

Mém. 1756.

. LI

266 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
de la conjonction, suivant la Théorie du Soleil de M. de la
Caille *, 1^f 15^d 47' 59".

* Mém. de
l'Acad. 1750,
page 178.

Suivant M. Halley, l'excentricité de Mercure est de 7970 parties, le demi-axe étant 38710; la différence d'anomalie moyenne entre 1740 & 1743, 6^f 24^d 17' 57",5; entre 1743 & 1753, 5^f 9^d 44' 1",5; les lieux de l'aphélie, suivant M. Halley, 8^f 13^d 18' 44", 8^f 13^d 21' 48",5, 8^f 13^d 30' 8".

* Mém. de
l'Acad. 1755,
page 204.

D'après ces élémens j'ai recherché, par la méthode que j'ai déjà employée pour l'orbite de Mars *, quelle devoit être la correction du lieu de l'aphélie & de l'excentricité pour que les anomalies vraies étant réduites en anomalies moyennes, donnaissent exactement la même différence ou le même mouvement moyen que l'on suppose exactement connu.

En adoptant différentes excentricités & différentes époques pour l'aphélie, j'ai trouvé par de fausses positions que l'excentricité 7888,05 avec le lieu de l'aphélie augmenté de 25' 0",3, de même que l'excentricité 7908 avec l'aphélie augmentée de 19' 33",6 représentoient exactement le premier intervalle: de-là il suit que toute autre excentricité qui seroit entre ces deux premières, pourvu que le lieu de l'aphélie fût situé semblablement & dans un même rapport entre les deux que je viens de trouver, représenteroit de même ce premier intervalle; il n'y a donc plus qu'à trouver parmi celles qui auroient ces conditions une qui représente le second intervalle, & l'on trouve que c'est l'excentricité 7888,03 avec la correction 25' 0",6 du lieu de l'aphélie; ainsi ces deux élémens satisferont au premier & au second intervalle.

Pour que ces parties proportionnelles soient exactes, il faut qu'elles soient prises entre des termes peu éloignés, comme de 4 ou 5 minutes, sans quoi les proportions seroient defectueuses par l'inégalité des mouvemens.

Pour réduire les anomalies vraies en anomalies moyennes, on ajoute le logarithme constant 00897536 avec celui de la tangente de la moitié de l'anomalie vraie, on a la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique; on ajoute le logarithme

constant 46235705 avec celui du sinus de l'anomalie excentrique, on a le logarithme d'un nombre de secondes, qui, réduit en degrés, & ajouté à l'anomalie excentrique, donne l'anomalie moyenne.

Ayant trouvé les anomalies moyennes qui répondent aux anomalies vraies observées, on voit qu'il faut ajouter 2' 44",5 aux longitudes moyennes de M. Halley; que l'équation du centre pour ces trois observations est de 13^d 48' 2", 10^d 38' 50", 12^d 40' 37".

Nous connoissons actuellement les trois côtés du triangle de la plus grande équation; 1.^o la double excentricité 15776,06; 2.^o la moyenne proportionnelle 38301,74 entre les deux demi-axes; 3.^o la différence 39118,26 entre cette moyenne proportionnelle & le grand axe, ainsi l'on trouvera l'angle au foyer, c'est-à-dire, l'anomalie vraie au temps de la plus grande équation 81^d 10' 43", & l'anomalie moyenne 104^d 38' 33",8; la plus grande équation est donc de 23^d 27' 50",8, moindre de 14' 47" que celle de M. Halley.

Quoique la plus grande équation des tables de M. Halley doive être diminuée de 14' 47", il ne s'ensuit pas que l'on puisse avec des parties proportionnelles se servir de la table de M. Halley en diminuant ses équations, on se tromperoit considérablement, il faut nécessairement la calculer à chaque fois; par exemple, l'équation de M. Halley étant 11^d 51' 18", c'est-à-dire, la moitié de la plus grande, la diminution proportionnelle seroit de 7' 23",5, moitié de 14' 47", tandis qu'elle n'est véritablement que de 5' 25".

Les corrections que je viens d'indiquer représentent, autant qu'il est possible, les passages observés antérieurement; elles donnent la longitude trop petite en 1736 & en 1723, trop grande en 1697; mais comme toutes ces observations ne s'accordent point assez pour pouvoir être représentées dans l'hypothèse elliptique de Képler, tout ce que l'on peut faire, quant à présent, c'est de tenir le milieu; en sorte que l'erreur en plus de 1697 soit égale à la somme des erreurs en moins de 1723 & de 1736.

Il seroit à souhaiter que l'on eût de bonnes observations de Mercure dans ses moyennes distances, pour vérifier cette équation.

Si M. Halley avoit pu déterminer le lieu de l'aphélie par des observations aussi sûres & par une méthode aussi exacte que celle-ci, j'en conclurois que le mouvement de l'aphélie a été plus prompt que suivant les Tables, mais il est également possible que son époque soit défectueuse; l'une & l'autre peut l'être, mais on ne sauroit encore apprécier de si petites différences; il est vrai qu'en diminuant le mouvement de l'aphélie de $6''{,}48$ par an, l'observation de 1697 seroit représentée aussi-bien que les dernières, mais celle de 1736, quoiqu'elle soit d'un très-grand poids, seroit toujours en défaut.

Pour avoir une Table du lieu du noeud, je suppose l'époque en 1753, $1^{\text{f}} 15^{\text{d}} 23' 30''$, telle que la donne l'observation, & le mouvement séculaire tel que le donne l'observation de 1723, comparée avec celle-ci, $1^{\text{d}} 15'$, moindre de $8' 20''$ que le mouvement que les Étoiles ont, suivant M. Halley. Voici une Table des époques de la longitude du noeud, conforme à cette supposition, avec les époques observées.

Années.	É P O Q U E S.	É P O Q U E S observées.
1697.	$1^{\text{f}} 14^{\text{d}} 41' 30''$	$1^{\text{f}} 14^{\text{d}} 41' 6''$
1723.	1. 15. 1. 0	1. 15. 1. 0
1736.	1. 15. 10. 45	1. 15. 12. 59
1740.	1. 15. 13. 45	1. 15. 14. 45
1743.	1. 15. 16. 0	1. 15. 16. 25
1753.	1. 15. 23. 30	1. 15. 23. 30

L'observation s'éloigne un peu trop de l'époque de 1736, mais il faut observer qu'une seconde sur la latitude, en produit 17 sur le noeud, & qu'il ne faudroit que supposer la latitude telle que M. de Thury l'a observée, pour mettre cette observation d'accord avec la Table; ainsi il est toujours vrai que l'erreur est peu sensible, puisque l'observation même ne la détermine pas.

Pour trouver le lieu du noeud, je n'ai employé que la

latitude observée au temps de la conjonction, le logarithme de sa tangente, ajouté avec la différence des logarithmes de Mercure à la Terre & de Mercure au Soleil, & avec le logarithme constant 09147920, donne le logarithme du sinus de la distance du Soleil au nœud; d'où il est aisé de conclurre le lieu du nœud.

M. Halley semble avoir reconnu qu'il avoit fait le mouvement du nœud trop grand, puisqu'en 1723 il retrancha 7 minutes de l'époque du nœud, mais par-là il s'éloignoit d'autant des observations sur lesquelles il avoit fait ses Tables; pour moi, voyant qu'il s'en falloit de 8 minutes que le lieu du nœud, observé en 1677, ne s'accordât avec celui de 1690, je n'ai pû que prendre un milieu, en augmentant cependant d'une minute pour accorder celui de 1697, au lieu que j'aurois cherché rigoureusement le *minimum* de l'erreur, si toutes les observations avoient paru mériter le même degré de confiance*.

Je finirai par un essai de ce que l'on peut faire pour déterminer le moyen mouvement: ayant calculé le lieu de Mercure avec les Éléments ci-dessus, pour le moment de la conjonction de 1697, je l'ai trouvé trop avancé de 2' 51"; ce qui sembleroit prouver que le moyen mouvement des Tables de M. Halley est trop petit de 6' 24",8 en cent ans. Cela pourroit être assurément, si M. Halley s'est servi du passage de 1631 comme de la plus ancienne observation, mais cela pourroit venir aussi du mouvement de l'aphélie: on ne pourra le distinguer que par des observations faites exactement dans les moyennes distances du même côté de l'aphélie.

* Depuis la lecture de ce Mémoire, j'ai calculé, d'après la théorie de l'attraction universelle, en raison inverse du carré de la distance, le changement que le nœud de Mercure doit éprouver par l'action de toutes les planètes; je l'ai trouvé rétrograde de 5",018 par année, ou de 8' 22" par siècle, c'est-à-dire à 2" près, comme je l'avois trouvé trois ans auparavant par les seules observations. Je rendrai compte de ces nouvelles recherches dans les Mémoires de l'Académie pour 1758.

