OBSERVATION
DU
PASSAGE DE MERCURE SUR LE SOLEIL, DANS LE NŒUD DESCENDANT,
Faite au château de Meudon le 6 Mai 1753;
Avec une méthode pour en déduire les élémens de l'orbite.

Par M. LE FRANÇOIS DE LA LANDE.

LE passage de Mercure sur le Soleil étoit une observation d'autant plus intéressante dans les circonstances où il se trouvoit le 6 Mai 1753, qu'on n'en avoit point encore fait de semblable avec exactitude, & qu'on ne pouvoit en espérer une seconde que dans quarante-six ans & douze jours. Le seul passage de Mercure observé dans le Nœud descendant étoit celui du 3 Mai 1661, qu'Hevelius a rapporté dans son Histoire céleste; mais cette observation n'étoit pas assez complète pour avoir pû en conclurre tous les élémens de Mercure: de-là vient que les Tables de M. de la Hire, par exemple, donnoient la conjonction de Mercure au Soleil pour le 5 Mai au soir à $10^h\ 57'$, celles de M. Cassini pour le 6 Mai à $2^h\ 35'$ du matin, celles de M. Halley à $7^h\ 0'$; enfin l'observation a fait voir que les calculs les plus exacts & dans lesquels M. de l'Isle avoit employé toutes les observations qui pouvoient y servir, donnoient encore la sortie de Mercure 17 minutes trop tard. L'observation dont il s'agit pouvoit seule fixer l'incertitude. 19 Mai 1753.

Comme il étoit à souhaiter d'apercevoir le Soleil le plus tôt qu'il se pourroit, afin d'avoir un plus grand nombre d'observations, M. de la Condamine, M. le Monnier, M. de Chabert & moi, nous nous transportames au château de Meudon, où aucun objet terrestre ne pouvoit empêcher le

Soleil d'être vû à l'inſtant de ſon lever, & d'où l'on étoit auſſi plus à portée de ſe rendre aux ordres de Sa Majeſté qui étoit à Bellevûe. Je m'étois muni pour mon uſage particulier d'un quart-de-cercle de 3 pieds de rayon, & d'un nouvel inſtrument imaginé par M. Bouguer, dont il a donné la deſcription dans les Mémoires de l'Académie de 1748, ſous le nom d'*héliomètre;* le mien étoit de 18 pieds de longueur.

Le 6 au matin, le temps étoit extrêmement ſerein, & l'horizon très-dégagé; l'Obſervatoire royal nous paroiſſoit beaucoup au deſſous du niveau: le Soleil ayant enfin paru ſur l'horizon, accompagné de Mercure qui étoit déjà ſur ſon diſque depuis plus de deux heures, je commençai avec M. de la Condamine à obſerver des paſſages de Mercure & du Soleil aux fils du quart-de-cercle, qui ſeul pouvoit s'employer au défaut d'un micromètre & d'une machine parallactique.

L'Académie a déjà reçû un aſſez grand nombre d'obſervations détaillées, ainſi je ne rapporterai ici que les concluſions qui formoient l'objet de ce travail, & la méthode que je me ſuis faite à cet égard. J'ai commencé par calculer les angles du vertical avec le méridien de 10 en 10 minutes de temps, pour toute la durée des obſervations; je les ai rapportés ſur une grande figure, autant que cela ſe pouvoit faire ſans confuſion; j'ai rapporté au vertical & à l'horizontal chacune de mes obſervations de Mercure au fil horizontal & au fil vertical du quart-de-cercle, c'eſt-à-dire, ſa diſtance au centre du Soleil ſur le vertical & ſur l'horizontal, tirée de l'obſervation par une ſimple partie proportionnelle, ayant égard à la parallaxe de hauteur. Par-là j'ai vû les obſervations où il pouvoit y avoir de l'erreur pour les rejeter, & j'ai commencé à juger, ſoit du progrès qu'elles devoient ſuivre, ſoit des dimenſions de l'orbite apparente à quelques ſecondes près. Pour avoir même un plus grand nombre de points qui m'aſſuraſſent de l'exactitude de ces diviſions, ou qui m'en fiſſent apercevoir les défauts, j'ai voulu remplir tous les intervalles, & pour cela je me ſuis ſervi des obſervations que M. le Monnier fit dans le même appartement avec ſon micromètre placé verticalement par le moyen d'un niveau, depuis le lever du Soleil juſqu'à ſix heures, & de celles que faiſoient à Paris M. Bouguer & M. de Thury, de ſorte que j'ai pû, à l'inſpection ſeule de la figure, choiſir les obſervations auxquelles je devois appliquer le calcul. Il y a moins d'art à entaſſer les détails d'un calcul immenſe, qu'à bien choiſir ſes données & la route pour parvenir aux inconnues.

Dans cette vûe, j'ai cherché à ſimplifier la méthode de M. de l'Iſle, que pluſieurs Aſtronomes ont employée depuis & qui eſt détaillée dans les Mémoires de l'Académie de 1723, j'ai évité le calcul des aſcenſions droites & des déclinaiſons, & j'ai rendu celui des longitudes plus court. Suivant la méthode uſitée juſqu'à préſent, ayant obſervé l'inſtant du paſſage du bord du Soleil à un fil, & connoiſſant par les Tables la véritable ſituation de ce bord, c'eſt-à-dire, ſa hauteur ou ſon azimuth, on a la ſituation de Mercure pour l'inſtant où il eſt arrivé au même fil: on fait une opération ſemblable pour chaque fil, qui ſuppoſe connus le lieu du Soleil, ſa déclinaiſon, ſon aſcenſion droite, ſa hauteur, ſon azimuth & ſon diamètre azimuthal, le tout avec la plus grande préciſion; par ce moyen on a la hauteur & l'azimuth de Mercure, d'où l'on déduit ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon, enfin ſa longitude & ſa latitude, pour pouvoir les comparer au Soleil. Pour moi je réduis toutes ces opérations à deux triangles rectilignes, ſans ôter rien à l'exactitude de la méthode. Soit dans la *fig. 2* un cercle *DAC* qui repréſente le diſque du Soleil, *DC* une portion de l'écliptique, *AEI* le cercle de latitude, *PED* l'angle de l'écliptique avec le méridien, que l'on trouve dans les Tables pour chaque lieu du Soleil: je ſuppoſe que l'on connoiſſe auſſi l'angle *PEV* du vertical avec le méridien, pour pouvoir tirer la ligne *VEB*, qui repréſente le vertical du Soleil au moment de chaque obſervation. Comme il ſuffit d'avoir cet angle à une minute près, & que d'ailleurs il varie très-peu tant que le Soleil est éloigné du méridien, ce calcul est assez court. La somme de ces angles *PED*, *PEV*, ou son complément, donnera l'angle du vertical avec l'écliptique *DEB* ou *CEB*. Je suppose que Mercure se soit trouvé en *G* lors de l'observation faite avec un quart-de-cercle, & qu'on ait observé les bords du Soleil au fil vertical & au fil horizontal, on a, par une simple partie proportionnelle, si le Soleil n'est pas fort élevé, la distance verticale *EF* de Mercure au centre du Soleil & sa distance azimuthale *FG:* ainsi, dans le triangle *EFG*, on trouvera d'abord *EG* distance de Mercure au centre du Soleil, & l'angle *GEF*, qui, soustrait de l'angle *DEB*, donne l'angle *GEH:* on pourra donc calculer dans le triangle *GEH* la différence de longitude *HE* & la latitude *GH*; *ce qu'il falloit trouver.*

Dans le cas où le Soleil seroit fort haut, comme il l'étoit, par exemple, sur les dix heures, son diamètre ne s'éleveroit plus sur l'horizon par parties proportionnelles au temps, & alors il ne faudroit pas se contenter d'une simple analogie pour trouver la distance verticale & azimuthale de Mercure au centre du Soleil; il faut alors calculer la hauteur & l'azimuth du Soleil pour chaque moment d'observation, ou du moins pour trois momens qui ne soient éloignés que de la moitié de l'intervalle entre les passages des deux bords du Soleil, parce qu'alors l'inégalité devient quatre fois moindre. On seroit obligé d'avoir recours aussi à la même opération, si l'on n'avoit observé qu'un seul bord du Soleil à chaque fil. Par exemple, à $6^h\ 15'$ Mercure étoit au vertical & à l'horizontal; je n'observai avec exactitude que le premier bord du Soleil à l'horizontal & le second bord au vertical, de sorte que par le moyen de ces deux bords il falloit trouver la situation des deux, c'est-à-dire, calculer la hauteur & l'azimuth du Soleil pour ces trois instans, & cela avec toute la précision possible.

Pour abréger ce calcul, on peut se servir de la hauteur prise sur le quart-de-cercle, ou calculer une seule fois, & même simplement à une ou deux minutes près, la hauteur & l'azimuth du Soleil, & se servir ensuite des formules suivantes,

suivantes, dont le calcul est fort simple. Quoiqu'il soit facile à un chacun de trouver soi-même ces formules en opérant, j'ai cru pouvoir les placer ici telles qu'elles se sont présentées à moi, à l'imitation de celles de M. Côtes, mais beaucoup plus commodes pour l'objet dont il s'agit.

Soit P le pole, Z le zénith, S le Soleil, & que dans un intervalle de temps donné (que j'appelle dP, parce qu'il est comme la différentielle de l'angle horaire P) le Soleil soit parvenu en B, sa variation en hauteur est BA, SA sa variation par rapport au fil vertical: or $BA : BS = \text{sin.}\, S : 1$. Si à la place de BS vous mettez $15\ dP$. sin. PS, & à la place de sin. S sa valeur $\frac{\text{sin. Z sin. } PZ}{\text{sin. } PS}$, vous aurez la variation en hauteur égale à $15\ dP$ sin. Z sin. PZ. De même $BS : AS = 1 : \text{cos.}\, S$. Si on substitue à BS sa valeur $15\ dP$ sin. PS, on aura la valeur de SA, $15\ dP$, sin. PS, cos. S. On voit que les logarithmes de sin. Z, de sin. PZ, de sin. PS sont déjà trouvés par un seul calcul de la hauteur du Soleil, & qu'il n'est pas besoin de les avoir avec une plus grande exactitude. Fig. 1.

Ces formules donneront les différences de hauteurs, sans qu'on soit obligé d'avoir avec précision les hauteurs absolues; on aura ces différences aussi exactement que par l'interpolation que l'on feroit, en supposant entre les différences de quatre hauteurs observées de 10 en 10 minutes (qui est à peu près la distance d'une observation à l'autre) & les intervalles de temps qui correspondent, une loi constante exprimée par une équation du second ou du troisième degré, dont la résolution donneroit les différences intermédiaires des hauteurs, en y substituant celles des temps. Ce dernier calcul est beaucoup plus long que celui que je viens d'indiquer, & on ne sauroit trop l'abréger dans des cas où l'on est obligé de comparer un si grand nombre d'observations.

Ayant donc mis dans ces formules à la place de dP le temps écoulé entre le passage de Mercure & celui du bord du Soleil, j'ai eu la différence de hauteur 2′ 50″ & la différence azimuthale 10″, ce qui donne la différence de Fig. 2.

longitude EH 1′ 23″9, & la latitude GH 2′ 28″2. Une obſervation de M. Bouguer, qui ſe trouve faite 22 ſecondes plus tard (après avoir réduit les deux paſſages de Mercure au vertical & à l'horizontal à un même moment) donne, à quelques ſecondes près, les mêmes différences. J'ai calculé ainſi toutes les obſervations de M. Bouguer & toutes celles que je fis juſqu'à huit heures & demie; alors les variations du Soleil n'ayant plus la même égalité & n'étant plus ſi ſenſibles, d'ailleurs le vent me devenant plus incommode, je diſpoſai mon Héliomètre, qui étoit de tous les inſtrumens celui dont on pouvoit eſpérer le plus d'exactitude.

On ſait que cette ingénieuſe découverte conſiſte à placer deux objectifs dans un ſeul tuyau, pour former à un même foyer deux images que l'on regarde avec un ſeul oculaire. Il eſt clair que les deux objectifs étant l'un à côté de l'autre & dans le même plan, les deux images ſeront auſſi l'une à côté de l'autre, & leur diſtance dépendra de la diſtance des verres.

Il ſera donc facile de vérifier ſur une baſe connue, combien les deux images d'un même objet terreſtre ſont diſtantes en minutes & en ſecondes pour une diſtance donnée entre les deux objectifs; & parce que cette diſtance des objectifs peut être augmentée ou diminuée, comme celle des fils d'un micromètre, au moyen d'un chaſſis & d'une vis, on pourra trouver quelle eſt la diſtance des objectifs néceſſaire pour que deux images d'un même point ſoient éloignées, par exemple, de 32 minutes, ou, ce qui revient au même, pour que les images de deux points éloignés de 32 minutes paroiſſent dans la lunette confondues l'une avec l'autre. Il eſt évident que ſi je préſente mon héliomètre au Soleil dans cette poſition, je verrai deux images du Soleil, mais telles, que le bord ſupérieur de l'une concourra avec le bord inférieur de l'autre & le touchera en un point, puiſqu'il en eſt éloigné de 32 minutes.

Juſqu'à préſent la meſure la plus exacte des petits angles étoit celle qui ſe faiſoit par le moyen du micromètre, c'eſt-à-dire, de deux fils placés vers l'oculaire d'une lunette pour mesurer la grandeur de l'image. Cette mesure étoit sujette à deux inconvéniens auxquels il ne sembloit pas qu'on pût jamais remédier; le premier, c'est qu'on ne pouvoit appliquer cet instrument à de grandes lunettes au dessus, par exemple, de 9 ou 10 pieds, parce qu'alors l'image du Soleil, devenue trop grande, ne pouvoit pas paroître toute entière dans l'ouverture d'une seule lunette, & c'est-là un vice intrinsèque de la machine, qui s'oppose à son exactitude, sur-tout joint aux inégalités de la vision sur les bords des verres de lunette.

M. Bouguer a trouvé le moyen de nous faire observer en même temps par deux lunettes, en nous montrant chaque objet sur l'axe même de la lunette, de sorte que, quelque grande que soit l'image, on n'en observe qu'un point situé sur ce même axe.

Le second inconvénient des micromètres, c'est qu'il est très-difficile de mesurer, par leur secours, la distance entre des points de la sphère, qui sont, par rapport à nous, dans un mouvement continuel, & de pouvoir placer sur ces objets deux fils (qui n'y restent qu'un instant) en sorte qu'on puisse d'un coup d'œil les examiner tous deux. Le seul moyen de diminuer cet inconvénient est de placer les deux fils dans la direction du mouvement de la sphère, de manière que le mouvement des deux objets se fasse sur les deux fils; mais le diamètre lumineux de la Lune croissante ou en décours ne se trouvant presque jamais dans une situation perpendiculaire au mouvement diurne, cette ressource n'y étoit pas applicable: d'ailleurs le changement subit de déclinaison auquel la Lune, & quelquefois les comètes, sont exposées, peut déranger en un instant toute l'économie de cette préparation; il faut alors une adresse singulière pour pouvoir y suppléer.

On s'étoit occupé long-temps du projet des grosses horloges, qui pouvoient conduire une lunette suivant une direction & avec une vîtesse quelconques, mais la difficulté d'un tel expédient prouve combien l'obstacle a toûjours paru considérable. Au contraire, dans le nouvel instrument de M. Bouguer, tant que les deux points dont on veut mesurer l'intervalle resteront à la même distance, quel que soit le mouvement de la sphère, de la lunette ou de l'œil, les deux images se toucheront toûjours, & on aura tout le temps d'en vérifier la distance comme avec un quartier de réflexion.

La seule précaution nécessaire pour mesurer la distance de deux points d'un objet, c'est de placer au foyer de l'oculaire deux fils à angles droits, & de faire en sorte que les deux images soient à peu près sur ce fil, sans quoi il pourroit arriver qu'on ne mesureroit pas la plus proche distance, & que les deux images paroîtroient éloignées, quoique véritablement elles dussent concourir: l'on évite aussi par-là l'erreur de la parallaxe des lunettes.

Il paroît, par un Mémoire qui vient d'être inséré dans le 48.eme volume des Transactions Philosophiques, que dans l'application de cette découverte aux télescopes à réflexion, on s'est servi en Angleterre de deux moitiés d'un seul objectif au lieu de deux objectifs; méthode qui avoit déjà été tentée par M. Bouguer, mais abandonnée comme la moins parfaite. Par le moyen d'un objectif coupé en deux parties égales, & précisément par le centre, on rapproche les deux extrémités d'une même image; on y trouve l'avantage de faire mouvoir les objectifs parallèlement à leur longueur, c'est-à-dire, de *A* en *B* (*fig. 3*) au lieu de les faire mouvoir sur la ligne *AC*, & de pouvoir les rapprocher à volonté pour mesurer les plus petits angles, au lieu de leur laisser, comme dans la construction précédente, une portion *AD* au dessus du demi-cercle *AE*, ce qui fait qu'on ne sauroit les rapprocher que jusqu'à une distance *CA*, ou tout au plus à la distance *AD*, en les faisant passer l'un sur l'autre *.

* Depuis la lecture de ce Mémoire, M. Bouguer a imaginé de se servir d'un objectif, dont la partie du milieu, qui aura été coupée circulairement sur le tour, soit égale en surface à celle de la zone circulaire qui reste; par ce moyen l'on a deux images du même objet, que l'on pourra rapprocher à volonté & d'une aussi petite quantité qu'il sera nécessaire. L'une de ces images est formée par les rayons qui traversent la zone circulaire, l'autre par les rayons qui traversent la portion du centre, laquelle a un petit mouvement excentrique au milieu de la première, *fig. 6*.

Je crois pouvoir parler ici d'une addition qui m'a paru depuis long temps pouvoir contribuer à la commodité, & par conséquent à l'exactitude de cette nouvelle machine.

L'objectif mobile *B* d'un héliomètre est placé dans un chassis qui porte un écrou; la vis *CH* engagée dans un colet sur le tuyau & qui conduit le chassis par le moyen de l'écrou, porte un index pour marquer sur la platine *ED* les parties de chaque tour de vis: il seroit facile de tailler cette platine en roue de champ ou à couronne, de manière qu'elle portât des dents dans toute sa circonférence; alors on y placera une verge *NGF* avec un pignon *E* qui engrainera dans la roue & la fera tourner, de sorte que l'index étant assujéti sur un arbre fixe ou placé à côté de la platine, la roue étant fixée sur la vis, elle marquera également les parties de chaque révolution. Le pignon *E* sera fixé sur une longue tringle de bois ou de laiton fixée au tuyau de la lunette par deux supports *EG*, dans lesquels elle tournera librement; par ce moyen, l'Observateur placé en *M*, pourra, au moyen d'une clef *N*, rapprocher les objectifs ou les éloigner insensiblement, sans être obligé d'abandonner l'oculaire & de quitter l'observation pour faire mouvoir l'objectif. Fig. 5.

On voit, par tout ce que je viens de rapporter, qu'il ne pouvoit guère y avoir d'observations plus précises que celles de la distance de Mercure au bord du Soleil le plus proche ou le plus éloigné, ce qui donne *(fig. 2) MW* ou *TM*, & par conséquent *ME*, distance de Mercure au centre du Soleil. Il est vrai que cette observation ne suffit pas pour déterminer le lieu de Mercure, il faut encore la différence de hauteur, prise d'une autre observation, c'est-à-dire *EK*; mais sur la fin du passage la différence de hauteur n'influeroit que très-peu sur la différence en longitude, & par conséquent ces observations seront toûjours les plus propres à déterminer le temps de la conjonction.

Par exemple, ayant eu, par les observations de M. Bouguer, la ligne *EK* de 40 secondes, & par le moyen de l'héliomètre la ligne *EM* de $14' \, 40''$, à $10^h \, 7' \frac{1}{4}$, j'en conclus la différence *EL* en longitude de 14′ 8″4, & la latitude *ML* 3′ 50″, en ſuppoſant l'angle *CEB* 102^d 33′ 42″.

J'ai remarqué ci-deſſus, que pour connoître l'angle que ſoûtend la diſtance des deux objectifs, on pouvoit employer une baſe connue & un objet connu ſitué à ſon extrémité. Dans cette vûe, nous meſurames, M. le Monnier & moi, avec des perches de douze pieds, la diſtance entre l'arbre qui eſt au coin de la terraſſe du jardin des Tuileries, le plus proche des barrières de Chaillot, & le pilier le plus méridional de ces barrières, qui s'eſt trouvée de 4824 pieds: pour cela nous diviſames cette ligne en trois parties, en abaiſſant des perpendiculaires de chaque extrémité du petit Cours, ce qui donnoit la facilité de meſurer la plus grande partie de cette baſe ſur le bord du foſſé, qui eſt aligné & nivelé aſſez exactement. Nous fimes faire enſuite ſur les quatre piliers des marques noires qui ont été gravées dans la pierre en 1754; la première étoit à 2780 lignes de la ſeconde, à 5750,6 lignes de la troiſième, à 7987,5 lignes de la quatrième. Je diſpoſai l'Héliomètre dans le jardin des Tuileries, de manière que les deux objectifs de la lunette fuſſent éloignés de 696247 lignes du premier pilier, c'eſt-à-dire, de celui qui eſt du côté de la rivière: j'ai trouvé, par le calcul, que la première mire faiſoit avec les trois autres, des angles de 13′ 43″57, de 28′ 23″59 & de 39′ 26″21. Ayant enſuite éloigné les objectifs juſqu'à ce que la première mire ſe confondît d'abord avec la ſeconde, & enſuite avec la troiſième, je trouvai, & la valeur des parties de la vis, & l'angle que ſoûtendoit la diſtance des objectifs. Comme dans la conſtruction de cet héliomètre j'avois voulu laiſſer aux objectifs une ouverture ſuffiſante pour pouvoir les employer à d'autres obſervations, je ne pouvois pas les rapprocher aſſez pour meſurer des angles au deſſous de 26 minutes.

Fig. 5. Soit *AB* l'image du Soleil au foyer de la lunette, & *ab* l'autre image, Mercure y paroît en *M* & en *m*: pour meſurer la diſtance *bm* de Mercure au bord le plus proche, il faudroit que le point *B* parvînt en *m*, & par conſéquent

que les deux objectifs fussent confondus, pour ainsi dire, l'un dans l'autre, ce qui n'est pas possible dans cette construction; on se borne alors à mesurer la distance de Mercure au bord le plus éloigné *a*, en faisant concourir le point *a* avec le bord *M* de l'autre image.

Comme le disque de Mercure a un certain diamètre apparent, pour pouvoir le mesurer à loisir, je faisois concourir d'abord le limbe *a* du Soleil avec celui de Mercure, & j'attendois que l'autre bord de Mercure, par son mouvement propre, fût parvenu à son tour sur le limbe du Soleil; par ce moyen j'avois, & la distance du centre de Mercure au bord du Soleil, & le diamètre de Mercure par l'intervalle entre l'entrée & la sortie, que j'ai trouvé par quatre observations de 3 minutes de temps. On peut ainsi se procurer autant de fois qu'il est nécessaire, une observation de même nature & de même précision que celle de l'entrée & de la sortie, c'est-à-dire, un contact intérieur & un contact extérieur. J'ai trouvé par ce moyen le diamètre de Mercure, en disant pour chaque observation : SE est à SX comme la variation de SX en 3 minutes de temps, c'est-à-dire 12", est à la variation de SE, c'est-à-dire environ 11",8, qui est le diamètre apparent. J'espère qu'on supportera cette longue digression au sujet de l'héliomètre, en faveur d'un invention nouvelle & qui n'est point encore aussi répandue qu'elle mérite de l'être.

Ayant déterminé pour plusieurs instans la longitude de Mercure, j'ai recherché, par ces observations, le mouvement horaire sur l'écliptique; j'ai conclu le temps de la conjonction par de simples analogies, & prenant un milieu entre plusieurs résultats, $6^h\ 33'\ \frac{1}{2}$ réduit au méridien de Paris. Ayant aussi la longitude de Mercure pour plusieurs instans, je trouve, en prenant un milieu, la latitude géocentrique au temps de la conjonction 2' 25", & par conséquent la latitude héliocentrique 2' 58"1. On sait que les observations de Mercure, faites proche du nœud, ne sont point propres par elles-mêmes à déterminer la plus grande latitude ou l'inclinaiſon de l'orbite. Je la ſuppoſerai donc, avec M. Halley, de 6^d 59′ 20″, telle qu'il l'avoit déterminée par des obſervations faites dans les plus grandes latitudes: ainſi, dans le triangle *E I* ☋, dont on a l'angle & le côté oppoſé, ſi l'on diviſe la tangente de la latitude par la tangente de l'inclinaiſon, l'on aura le ſinus de *E* ☋ qui eſt lui-même de 24′ 13″. Cette quantité ôtée de la longitude de la Terre au moment de la conjonction, qui eſt, ſuivant les Tables de M. Halley, 7^f 15^d 47′ 33″, donne la longitude héliocentrique du nœud deſcendant de Mercure au moment de la conjonction dans le ♏, 15^d 23′ 20″, que les Tables de M. Halley donnent plus avancé de 8′ 26″, ou de 8¼ minutes ſeulement ſi l'on ſuppoſe le lieu de la Terre ♏ 15^d 47′ 47″ (en corrigeant les Tables de Halley par les obſervations modernes).

C'eſt ici le plus eſſentiel de tous les élémens que l'on cherche par les obſervations d'un paſſage de Mercure: il eſt vrai qu'il dépend un peu trop de la latitude au temps de la conjonction, & c'eſt en quoi réſide toute l'incertitude qu'il peut y avoir dans cette détermination. Les différentes obſervations que j'ai calculées en rejetant les plus éloignées du milieu, donnent encore des différences de 10 ſecondes dans la latitude, ce qui fait 1′ 21″58 de différence pour le lieu du nœud. Si, par exemple, la latitude héliocentrique au temps de la conjonction étoit de 2′ 50″, le lieu du nœud ſeroit 7^f 15^d 24′ 26″: ſi elle eſt de 3′ 0″, le lieu du nœud ſera 7^f 15^d 23′ 5″: enfin, ſi on la pouſſoit juſqu'à 3′ 20″ (comme M. Zanotti l'a trouvée, puiſqu'il donne 2′ 43″ pour la latitude obſervée au temps de la conjonction) l'on auroit pour le nœud 7^f 15^d 20′ 21″, & l'erreur des tables de M. Halley ſeroit de 11′ 21″; mais je ſuis perſuadé que ce dernier réſultat ne ſauroit avoir lieu, & qu'en recalculant les mêmes obſervations, l'on trouveroit l'erreur à peu près telle que je viens de l'établir. En effet, la latitude géocentrique de 2′ 25″ tient le milieu entre un très-grand nombre d'obſervations que j'ai calculées, & qui ne s'en écartent pas beaucoup; elle ſe trouve même confirmée par une obſervation immédiate que M. le Monnier fit avec ſon excellent

excellent micromètre vers le temps de la conjonction; il trouva en effet la distance de Mercure au bord le plus proche de 13' 26"4, ce qui étant corrigé par la réfraction & la parallaxe, donne environ 2' 23" pour la latitude: par les observations de M. de la Caille, je trouve 2' 26".

Il faut convenir que les observations faites au quart-de-cercle ou à la machine parallactique, n'ont pas un degré de précision suffisant pour pouvoir déterminer à 5" près la latitude de Mercure sur le Soleil, à cause de la mesure du temps qui y entre nécessairement: la meilleure méthode seroit de déterminer avec un micromètre, dont un bord du Soleil parcourroit le fil, la différence en déclinaison, ou avec un héliomètre la distance au bord le plus proche, & de supposer l'inclinaison de l'orbite apparente connue par les tables, pour en déduire la latitude au temps de la conjonction, du moins lorsque Mercure n'est pas trop proche de l'horizon. Pour ce qui est du temps de la conjonction, l'on peut calculer le mouvement horaire en longitude, en latitude & en déclinaison par le moyen de l'observation, trouver la différence en déclinaison au moment de la sortie observée, d'où l'on conclut la différence en longitude, & la latitude de Mercure pour cet instant, ce qui donne la latitude au temps de la conjonction, & l'instant de la conjonction elle-même.

Par exemple, M. de Thury, à 10^h 5' 39", observa que Mercure mettoit 28 secondes à passer par les fils obliques, le bord inférieur du Soleil rasant le fil, ce qui donne la différence en déclinaison de Mercure & du centre du Soleil 9' 9"; & comme le mouvement en déclinaison, suivant mon calcul, est de 1' 51" par heure, il y a 27 secondes à ajoûter pour avoir la différence en déclinaison à l'heure où Mercure est sorti du disque du Soleil, ou SY (*fig. 2*) l'angle YES 37^d 4', égal à l'arc QS, QC est de 16^d 48': donc $CS = 20^d\ 16'$, & par conséquent la latitude $ZS = 5'\ 31''$, & la différence de longitude $ZE = 14'\ 56''3$. Supposant l'angle d'inclinaison connu par le calcul de 10^d 23' environ, l'on trouvera la latitude en conjonction

EI, 2′ 45″ au lieu de 2′ 25″ : on en déduira aussi le temps de la conjonction, en supposant le mouvement horaire connu de même par le calcul. Cette observation-ci donne la latitude plus grande que je ne l'ai établie ci-dessus ; mais comme elle n'a pas été faite avec un micromètre, elle n'empêchera pas que je ne m'en tienne au résultat précédent.

Il reste bien des conclusions à tirer de ces observations de Mercure, soit par les autres circonstances de ce passage, soit par sa comparaison avec ceux qui ont été observés jusqu'à présent ; je les réserve pour un second Mémoire : quant à présent, je finirai par l'observation de la dernière phase, c'est-à-dire, de la sortie de Mercure.

J'avois observé jusqu'alors dans le pavillon nord-est du château ; mais le Soleil étant trop élevé, il me fallut transporter la lunette sur la terrasse qui est à l'ouest, du côté de la cour. Le vent y étoit encore plus fort, sur-tout au moment du contact intérieur : ce contact me parut arriver à 10h 18′ 16″ ; la sortie entière fut observée à 10h 21′ 16″, c'est-à-dire, environ 34 minutes plus tôt qu'elle ne devoit arriver, suivant les tables de M. Halley, dans l'état où elles ont été publiées en 1749. Si l'on réduit ces deux phases au méridien de l'Observatoire royal de Paris, on aura 10h 18′ 41″ & 10h 21′ 41″, la première s'accorde avec l'observation de M. Bouguer, la seconde avec l'observation de M. de Thury. *(Voyez les Mémoires de 1753)* Ainsi la première est celle que je crois la plus exacte, parce que la lunette de M. Bouguer étoit presque de même longueur que la mienne, & celle de M. de Thury presque double.

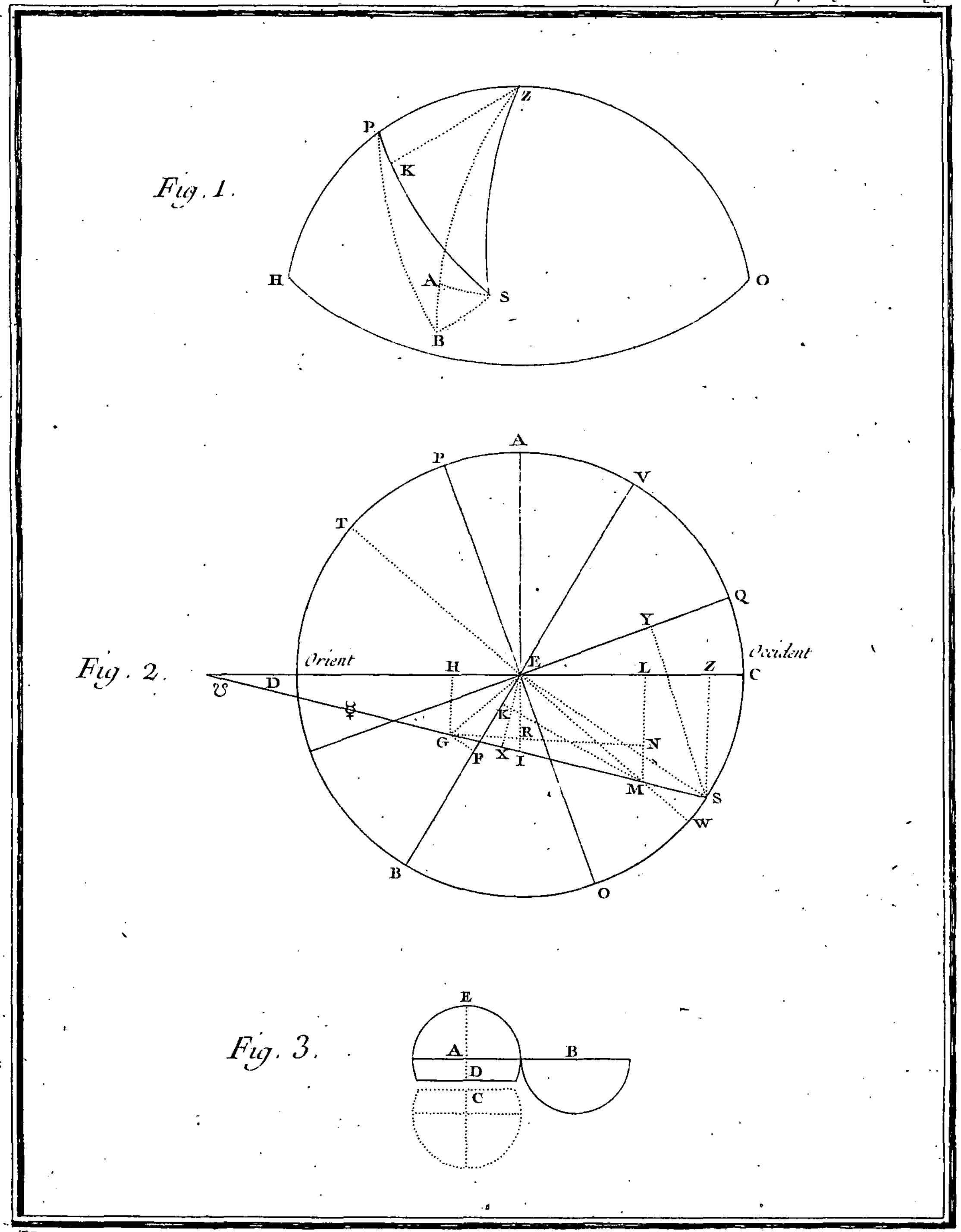


Fig. 1.
P
Z
K
H
A
S
O
B
Fig. 2.
A
P
V
T
Q
Y
Orient
Occident
H
E
L
Z
C
D
K
R
N
G
F
X
I
M
S
W
B
O
Fig. 3.
E
A
B
D
C

J. Ingram Sc.

Fig. 4.

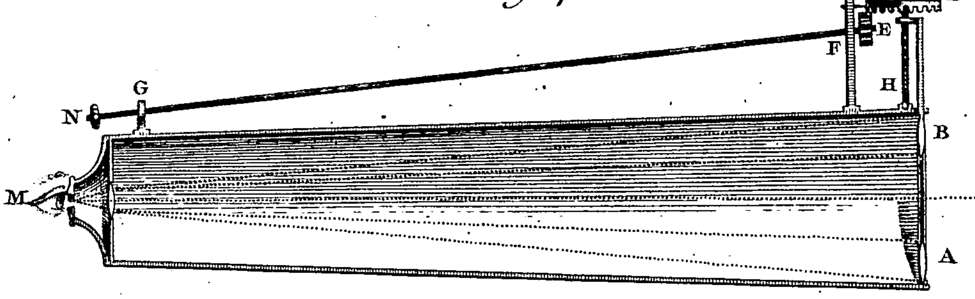


Fig. 5.

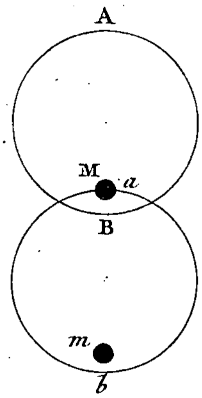
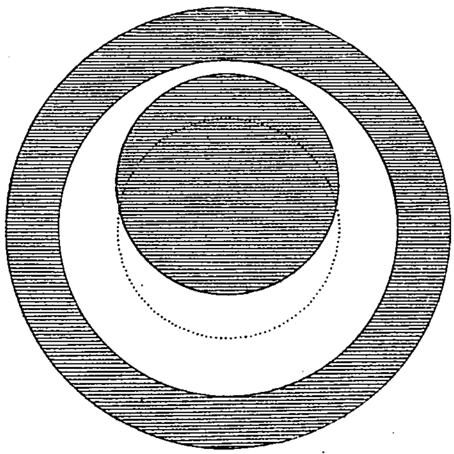


Fig. 6.



J Ingram Sc.