

SUR LA THÉORIE DE MERCURE.

V. les Mém.
pp. 446 &
461.

LES observations sont la véritable base de toute l'Astronomie, plus elles sont multipliées, plus les conséquences qu'on en tire pour établir les élémens de la théorie des Planètes sont sûres & faciles à en déduire.

On ne doit donc pas s'étonner que la théorie de Mercure n'ait pas été poussée jusqu'ici au même point de perfection que celle des autres Planètes. Mercure est si près du Soleil & ses élongations si petites, qu'il est souvent très-difficile de le découvrir, même à l'aide des lunettes que nous avons, & dont les Anciens étoient privés. Il résulte de-là que les anciennes observations de Mercure sont extrêmement rares, & qu'il s'en trouve encore moins de faites dans les pays septentrionaux, où la sphère plus oblique & l'air moins pur, ne permettent de le voir que très-rarement.

Plus les anciennes observations de Mercure sont rares, plus il est important de les recueillir, & de les discuter avec soin lorsqu'on veut travailler à la théorie de cette Planète, leur rareté ne permettant pas de les corriger l'une par l'autre ou de prendre entre elles des quantités moyennes.

C'est aussi ce qu'a fait *M. de la Lande* dans les deux Mémoires qu'il a donnés sur cette matière, & dont nous avons à rendre compte; il a recueilli avec le plus grand soin toutes les observations de cette Planète qu'il a pu trouver dans les ouvrages des Astronomes, & y a porté le flambeau de la critique la plus savante & la plus judicieuse.

Le plus ancien livre d'Astronomie que nous ayons, est l'Almageste de Ptolémée, on n'y trouve que seize observations de Mercure, encore de ces seize, deux sont visiblement altérées ou défectueuses.

Copernic se plaint amèrement dans son livre des Révolutions célestes, de ce que la latitude de son climat & les brouillards de la Vistule ne lui avoient jamais permis d'observer Mercure.

Tycho-Brahé avoit été plus heureux, il avoit fait plusieurs

observations de Mercure, mais par malheur elles tomboient toutes sur un seul tiers de l'orbite de Mercure, & ne donnoient aucune lumière sur le reste: il n'est donc pas étonnant que les Tables de Mercure fussent si imparfaites; que lors de l'observation de la conjonction de Mercure, qui arriva en 1631, celles de Képler fussent en erreur de $14^{\frac{1}{2}}$, celles de Lansberge de $1^{\text{d}} 21'$, celles de Ptolémée de $4^{\text{d}} 25'$, & enfin celles de Longomontan de $7^{\text{d}} 13'$.

Hévélius fit beaucoup d'observations sur Mercure, & les observations commençoient alors à devenir beaucoup plus exactes: ces observations, qui se trouvent dans son ouvrage intitulé *Machina Cœlestis*, sont au nombre d'environ douze cents; mais on ne peut guère employer utilement que celles qui tombent vers les plus grandes digressions, & en même temps vers les moyennes distances de Mercure au Soleil, pour déterminer le mouvement de l'aphélie depuis un siècle; les autres ne pouvoient servir qu'à la recherche de l'excentricité, & ne valent pas celles qu'on fait aujourd'hui avec bien plus d'exactitude.

Les observations du P. Riccioli sur Mercure, sont en assez grand nombre, mais soit qu'elles fussent peu exactes, soit qu'il n'eût pas fait les circonstances favorables, soit enfin qu'il n'eût pas pris la peine de les réduire & d'en tirer les conséquences légitimes; cet Astronome a très-mal réussi dans sa théorie de Mercure: on trouve encore dans son Almageste quelques observations faites à Ingolstat & à Inspruck, mais qui n'ont pas été calculées.

Vers la fin du dernier siècle, feu M. de la Hire entreprit de donner des Tables astronomiques, & travailla beaucoup sur la théorie de Mercure; il fit lui-même plusieurs observations de cette Planète, tant dans le voisinage de l'horizon que dans le méridien; mais comme il n'avoit pas choisi avec assez de soin les circonstances favorables, M. de la Lande n'a pu en tirer une grande utilité, & quoique M. de la Hire eût encore employé des observations manuscrites de Margraff, la théorie est cependant assez imparfaite.

M. Halley avoit fait quelques observations de Mercure qu'il

publia à la fin de l'Astronomie Caroline, & elles lui ont probablement servi à construire les Tables de cette Planète, qu'il publia en 1720, & qui se trouvèrent les meilleures & les plus exactes qui eussent paru jusqu'alors : il s'étoit aussi vraisemblablement aidé des observations d'Horoccius, mais ce qui est extrêmement étonnant, c'est que dans le nombre immense des observations de Flamstéed, il ne s'en trouve presque aucune de Mercure.

Nous n'avons eu depuis ce temps que très-peu d'observations de cette Planète, du moins de celles qui peuvent servir à en constater la théorie, car les observations des passages sur le Soleil se faisant toujours très-près du nœud ascendant ou descendant, ne déterminent jamais que ces deux points opposés de son orbite, & on fait qu'il faut au moins trois points pour déterminer une éclipse.

Cette rareté d'observations ne doit pas même étonner ; Mercure est si petit & presque toujours si absorbé dans les rayons du Soleil, qu'il est très-souvent impossible de l'apercevoir dans le méridien ; M. de la Lande lui-même l'y a cherché plusieurs fois inutilement, même à l'aide d'un gros télescope newtonien qui tournoit dans le plan de ce cercle.

Les passages de Mercure sur le Soleil, comparés les uns aux autres, avoient fait reconnoître à M. de la Lande plusieurs erreurs dans les *Éléments des Tables de M. Halley* : M. Cassini de Thury avoit fait la même remarque & avoit corrigé ces Tables, autant que la rareté des observations le lui avoit pu permettre ; mais tous, & M. Mayer lui-même, convenoient que pour pouvoir établir la théorie de Mercure, il falloit des observations faites dans la circonstance où Mercure est en même temps dans sa plus grande digression & dans ses moyennes distances : essayons de faire voir la raison de cette nécessité, sur-tout pour la détermination du lieu de l'aphélie.

Mercury est, de toutes les Planètes, celle qui a l'excentricité la plus grande & l'orbite la plus alongée ; si on suppose que la Terre soit placée dans la ligne des apsidés prolongée du côté du périhélie, & que Mercure soit en même temps dans ses moyennes distances au Soleil ; la Terre le verra par une ligne qui sera

tangente à l'ellipse, mais le changement d'excentricité, ni même une erreur médiocre dans l'époque de la longitude, n'influeraient que très-peu sur la distance vue de la Terre, parce que la partie de l'ellipse se confond pendant un certain espace avec le rayon par lequel Mercure est vu de la Terre; mais si on suppose que l'aphélie ait changé de place, alors l'ellipse ayant tourné sur celui de ses foyers où est placé le Soleil, le point où est Mercure sera jeté à côté & sera vu de la Terre par un rayon absolument différent du premier. Les observations faites dans la circonstance où Mercure est en même temps dans la moyenne distance & dans la plus grande digression, seront donc les plus propres à déterminer la position de l'aphélie; c'est aussi de-là qu'est parti M. de la Lande.

Les observations qu'il a employées sont celles qu'il a faites lui-même dans des circonstances favorables; elles sont au nombre de trois, & elles sont fondées sur des différences d'ascension droite & de déclinaison prises entre la Planète & une étoile.

De ces observations corrigées par la réfraction, M. de la Lande déduit le lieu apparent de Mercure vu de la Terre, & de celui-ci en employant la plus grande équation supposée connue (ce qui ne peut tirer à aucune conséquence dans cette recherche), il déduit le lieu de Mercure vu du Soleil, puis en se servant des Tables de M. Halley, les meilleures & les plus exactes alors pour cette Planète, il obtient le lieu calculé de Mercure, tant vu du Soleil que vu de la Terre; la différence entre l'un & l'autre s'est trouvée de 14 secondes, dont la longitude calculée excédoit la longitude observée.

Une seconde digression de Mercure, traitée de la même manière, donne une différence de 1' 14" entre le lieu vrai de Mercure & son lieu calculé, mais en augmentant de $14\frac{1}{2}$ la longitude de l'aphélie donnée par les Tables, cette différence s'évanouit & le calcul est parfaitement d'accord avec l'observation.

Une troisième observation de Mercure dans la plus grande digression, donne une différence de 48 secondes entre le lieu calculé & le lieu observé, mais en avançant l'aphélie de $9\frac{1}{2}$, cette différence disparaît absolument.

Ces trois observations, les plus récentes de toutes, puisqu'elles

sont faites en Novembre 1763, & en Mai & Juillet 1764; concourent à indiquer la nécessité d'avancer le lieu de l'aphélie: deux autres plus anciennes, d'Avril 1750 & de Mai 1758, mènent à la même conclusion; M. de la Lande en a encore calculé quelques-unes propres à réformer la plus grande équation & les époques, & le résultat de tous ses calculs est qu'il faut avancer le lieu de l'aphélie des Tables de M. Halley de 10 minutes, ce qui le place en 1764 à $13^{\text{d}} 49' \frac{1}{2}$ du Sagittaire, & qu'il faut en outre ôter 2 minutes à l'équation du centre, & ajouter pareille quantité aux époques; les Tables corrigées de cette manière ont paru à M. de la Lande, satisfaire mieux que toutes les autres à toutes ses observations.

La recherche du lieu de l'aphélie, celle de l'époque des moyens mouvemens & celle de la quantité de la plus grande équation, pouvoient être fondées sur des observations modernes, mais celles des objets dont il nous reste à parler, c'est-à-dire du mouvement de l'aphélie, du mouvement moyen & de la révolution de Mercure, exigeoient nécessairement la comparaison des observations modernes avec les plus anciennes: on fait que dans ces sortes de recherches, plus l'intervalle de temps entre les observations comparées est grand, plus on obtient d'exactitude; l'erreur, s'il y en a, se trouvant rejetée sur un plus grand nombre d'années, ou de révolutions, sur chacune desquelles elle devient comme insensible.

Il ne paroît cependant pas que les Astronomes aient fait un grand usage de seize observations de Mercure, faites il y a environ seize à dix-huit cents ans, qui se trouvent rapportées dans l'Almageste de Ptolémée; on ne doit pas même en être trop étonné: ces observations n'étoient pas si aisées à employer qu'on pourroit le croire au premier coup d'œil, les dates que Ptolémée en donne, sont toutes en années Égyptiennes, & partant de l'ère ou époque de Nabonassar, ou bien en années de la période Dionysienne; il faut donc pour en faire usage, réduire ces dates à la période & à la forme d'année dont nous nous servons, & les forcer en quelque sorte à parler le même langage que nous; ce n'est pas tout, Ptolémée avoit écrit en grec, l'impression n'avoit pas encore multiplié les livres, & les manuscrits de l'Almageste furent

long-temps perdus; les Conquérens Arabes en avoient fait faire une traduction en leur langue, & c'est sur cette traduction qu'ont été faites les traductions latines que nous avons, car ce ne fut que long-temps après qu'on retrouva un exemplaire du manuscrit grec.

On peut juger combien la fidélité du texte avoit dû être altérée, & combien de fautes ont dû y introduire ces traductions & ces copies multipliées.

On ne pouvoit donc se servir des observations rapportées par Ptolémée sans les soumettre à l'examen d'une judicieuse critique.

M. de la Lande a commencé son second Mémoire par réduire les dates des observations de Ptolémée à l'année telle que nous l'avons aujourd'hui, & voici la méthode qu'il a suivie.

Le commencement de la première année de Nabonassar, tombe exactement au 26 Février de l'année 746 avant Jésus-Christ, & cette époque ne peut être douteuse, car Ptolémée donne le lieu de toutes les Planètes pour ce commencement de l'époque, & il ne peut y avoir qu'un seul jour & une seule année qui réponde à toutes ces longitudes différentes.

L'année Égyptienne étoit composée comme nos années communes de trois cents soixante-cinq jours, mais le calendrier Égyptien n'avoit pas, comme le nôtre, tous les quatre ans une année de trois cents soixante-six jours; il suit de-là que la première année de Nabonassar ayant commencé le 26 Février, la seconde & la troisième commencèrent au même jour, mais que la quatrième dut commencer un jour plus tôt, c'est-à-dire le 25 Février, puisque cette quatrième année avoit un jour de moins que la quatrième année Julienne qui étoit bissextile.

En continuant la même manière de compter les années, on trouvera aisément l'année & le jour des mois de l'année Julienne auxquels répond le commencement de chaque année Égyptienne compté depuis l'ère ou époque de Nabonassar, & M. de la Lande en a dressé une Table.

Il y avoit encore un travail à faire sur cet objet, Ptolémée date suivant les jours des mois Égyptiens; il falloit donc une nouvelle Table du nombre de jours que contenoient ces mois & de leur ordre dans le calendrier Égyptien, & M. de la Lande l'a jointe à son Mémoire.

Avec ces deux Tables, il étoit facile de réduire les temps des observations marquées par Ptolémée à la forme Julienne, & c'étoit la première préparation que M. de la Lande s'étoit proposé de leur donner.

Il restoit encore un autre point de même nature à discuter si on ne vouloit pas courir risque de se tromper d'un jour sur la date des observations; la manière dont l'énonçoit Ptolémée, très-claire & très-précise de son temps, ne l'est nullement du nôtre: il a fallu qu'à force de lire cet auteur, M. de la Lande se soit assuré que, dans ses dates, Ptolémée marquoit toujours le jour actuel & le suivant, & qu'il comptoit les jours astronomiquement, c'est-à-dire depuis midi, & non comme les Égyptiens qui les commençoient au lever du Soleil: cette détermination, si nécessaire, n'a pu se faire qu'à l'aide du calcul des lieux du Soleil, rapporté par Ptolémée.

Les lieux du Soleil & ceux des Étoiles auxquelles Mercure est comparé dans l'Almageste, n'étoient pourtant rien moins qu'exactes; les observations d'équinoxes qui servoient de base au calcul de Ptolémée sont visiblement défectueuses, & il a fallu avoir recours à celles d'Hipparque qui s'accordent à très-peu près au calcul de nos meilleures Tables; d'après cette discussion, M. de la Lande forme une Table des corrections à faire aux lieux du Soleil, rapportés dans l'Almageste, pour les réduire au lieu vrai. Ces mêmes erreurs influoient sur la position des Étoiles; mais de plus il a fallu réduire les positions d'Étoiles rapportées par Ptolémée à l'époque du catalogue d'Hipparque, qui tombe au 24 Septembre de l'année 128 avant Jésus-Christ; d'après ces corrections & en supposant le mouvement de précession des équinoxes de $1^d 25' 30''$ en cent ans, au lieu d'un degré seulement que lui donnoit Ptolémée, M. de la Lande a formé une Table de la correction à faire aux longitudes des Étoiles que Ptolémée suppose dans différentes observations qu'il calcule, & par conséquent aux lieux des Planètes qu'il en déduit.

Il restoit encore une autre ambiguïté produite par une expression familière à Ptolémée; un grand nombre des distances qu'il rapporte entre Mercure & les Étoiles, sont exprimées, non en degrés & minutes,

minutés, mais en Lune, Demi-lune, tiers de Lune, &c. c'est-à-dire en diamètres de cette Planète & en parties de ces mêmes diamètres : cette mesure étoit assez vague; mais la valeur n'a pu en échapper à la sagacité de M. de la Lande, un calcul assez fin lui a fait voir que, par un diamètre lunaire, Ptolémée entendoit une quantité de 32' 45"; il est étonnant que cet Astronome dénué des secours que nous offrent les lunettes & les micromètres ait pu approcher si près du véritable diamètre moyen de la Lune.

Partant des principes que nous venons de poser, M. de la Lande passe enfin à l'examen des observations, & à restituer les passages de l'Almageste qui ont été altérés par les fautes des traducteurs ou des copistes.

La plus ancienne des seize observations rapportées dans l'Almageste, paroît avoir été faite à Babylone & non à Alexandrie; le calcul du lieu du Soleil & de l'heure de son lever, prouvent évidemment qu'elle n'a pu être faite dans cette dernière ville, & les restitutions nécessaires du texte, étant faites, il résulte du travail de M. de la Lande, que le calcul tiré des Tables de M. Halley, donne à Mercure une longitude héliocentrique trop grande, & que par conséquent le mouvement séculaire de ces Tables est trop petit.

On ignore l'auteur de cette observation & des six suivantes que rapporte Ptolémée, & qui paroissent avoir été faites dans le même lieu; Regiomontan les attribue à *Dionysius*, probablement parce que Ptolémée se sert des années qu'il nomme *secundum Dionysium*; le P. Riccioli pense qu'elles sont de *Timocharis*, qui vivoit à peu-près vers le temps où elles ont été faites, quelques Astronomes en attribuent deux à Hipparque: mais ce dernier sentiment ne peut se soutenir, le temps où elles ont été faites, & celui où Hipparque a vécu, ne permettent pas de le penser.

Nous ne pouvons suivre M. de la Lande dans le détail intéressant de toutes les recherches qu'il a faites pour restituer les passages du texte où Ptolémée rapporte ces observations, tantôt en employant le calcul astronomique, tantôt en comparant les différentes traductions & les différentes éditions, soit les unes avec les autres, soit avec le texte grec publié par Theon; ces

détails méritent d'être lus dans le Mémoire même, tout ce que nous pouvons en dire est qu'on peut les regarder comme un modèle de critique en ce genre : nous allons passer tout de suite aux résultats qu'a donnés à M. de la Lande, la comparaison de ces observations avec les observations modernes.

Avant de faire cette comparaison, il falloit chercher l'heure à laquelle chacune des observations rapportées par Ptolémée avoit été faite, il ne marque ordinairement le temps de ces observations, que par le temps qui s'écouloit entre l'observation même & le lever & le coucher du Soleil, suivant qu'elles étoient faites le matin ou le soir; il a donc fallu déterminer l'heure à laquelle le Soleil se levoit ou se couchoit, au temps de chacune de ces observations. Cette détermination exige la connoissance exacte de la latitude des lieux où elles ont été faites, c'est-à-dire, de Babylone & d'Alexandrie, & on ne peut les réduire au méridien de Paris, sans connoître la différence des méridiens de Babylone & d'Alexandrie d'avec celui de Paris.

Il a donc fallu que M. de la Lande entrât encore dans cette discussion géographique, & il détermine la latitude de Babylone de 35 degrés, & la différence de longitude de $2^h 41'$ à l'orient de Paris; la latitude d'Alexandrie, dans l'endroit où on présume qu'observoit Ptolémée, de 31 degrés, & la différence de longitude de $1^h 51' 22''$ à l'orient de Paris.

A l'aide de ces déterminations, il a été facile à M. de la Lande de réduire le temps de toutes les observations rapportées dans l'Almageste, aux heures du méridien de Paris, ce qui l'a mis à portée de les comparer aux observations modernes, & d'en tirer les résultats suivans.

Nous avons expliqué au commencement de cet article, comment on tiroit de l'observation de la digression de Mercure dans les plus grandes distances, le lieu de l'aphélie de cette Planète : huit des observations de Ptolémée, traitées par cette méthode, ont indiqué que la longitude de l'aphélie des Tables de M. Halley, devoit être diminuée d'environ 12 degrés, & le mouvement moyen pendant dix-neuf cents vingt ans augmenté de la même quantité, ce qui donne environ 26 secondes par an; cependant comme il

Il y a une des observations qui s'écarte beaucoup des autres, M. de la Lande n'a poussé cette augmentation qu'à 18 secondes, ce qui le porte à $1^{\circ} 10'' \frac{1}{2}$ par an, ou $1^{\text{d}} 57' 40''$ par siècle, & il est d'autant moins étonnant que M. Halley se soit trompé sur le mouvement de l'aphélie de Mercure, qu'il ne l'avoit pas déduit des observations, mais l'avoit seulement conclu de la théorie Newtonienne, alors très-peu exacte en cette partie, parce qu'on négligeoit l'action des autres Planètes sur l'orbite de Mercure.

Il résulte donc de la comparaison des observations anciennes avec les modernes, que le mouvement annuel de l'aphélie de Mercure doit être augmenté de 18 secondes par an.

Deux observations de Mercure, faites en 1672 & en 1683 par Hévélius, ont encore été employées à cette recherche; mais quoiqu'elles paroissent avoir été faites plus exactement que celles de Ptolémée, elles se sont trouvées à trop peu de distance de celles de M. de la Lande, & bien loin d'indiquer une augmentation du mouvement de l'aphélie, elles semblent, au contraire, indiquer une diminution dans ce même mouvement: preuve de la nécessité de choisir pour ces déterminations les observations les plus anciennes, sur-tout quand on a l'art de les discuter aussi finement que l'a fait M. de la Lande.

Le lieu & le mouvement de l'aphélie étant déterminés, M. de la Lande passe à la détermination du mouvement moyen de Mercure: la première observation qu'il emploie est celle du mois de Novembre 1631, l'intervalle de temps entre cette date & notre temps, est court; mais d'un autre côté, c'est une conjonction, & on sait que dans cette circonstance, le mouvement apparent de la Planète est plus rapide & sa longitude héliocentrique plus facile à déterminer que dans toute autre position. Le calcul tiré des Tables de M. Halley, pour ce même temps, en supposant le mouvement de l'aphélie augmenté de 18 secondes, donne une longitude de Mercure trop grande de 17 minutes, mais en augmentant le mouvement moyen de 6 secondes par an, ce même calcul représentera assez bien l'observation.

M. de la Lande a employé à la même recherche deux des observations rapportées par Ptolémée; ces observations n'ont

certainement pas le degré de précision de celles dont nous venons de parler : mais l'intervalle de temps de plus de deux mille ans, qui se trouve entre elles & nous, compense ce défaut ; & M. de la Lande trouve que le calcul des Tables corrigées, comme nous venons de le dire, représente la première à 7 minutes près & ne s'écarte de la seconde que de deux minutes, erreur insensible sur un si énorme intervalle.

En augmentant le mouvement annuel de 6" par an, ou de 600", ou 10' par siècle, il est clair que la révolution de Mercure doit être changée ; une seule règle de trois indique la quantité de ce changement, & donne à M. de la Lande la révolution tropique ou absolue de Mercure, de $87^j 23^h 14' 26''$, plus petite de 8" que celle qui se trouve dans les Tables de M. Halley, & en ayant égard à la précession des équinoxes, la révolution sidérale de $87^j 23^h 15' 37''$.

La révolution d'une Planète étant connue, donne nécessairement sa distance moyenne au Soleil, ou du moins le rapport entre cette distance & celle de la Terre ; on fait que suivant la règle de Képler, les carrés des temps périodiques sont entre eux comme les cubes des distances ; c'est en partant de cette règle que M. de la Lande a calculé la distance de Mercure au Soleil, qu'il trouve de 38711 parties, dont le rayon de l'orbe de la Terre contient 100000.

M. de la Lande est donc parvenu dans les deux Mémoires dont nous venons de parler, à déterminer le lieu & le mouvement de l'aphélie de Mercure, l'époque & la quantité de son moyen mouvement, sa révolution & sa distance ; il ne reste plus qu'à déterminer l'équation du centre de cette Planète pour avoir sa théorie complète, mais cette recherche doit faire la matière d'un troisième Mémoire que promet M. de la Lande. Il y a tout lieu de croire qu'il sera aussi intéressant pour ceux qui desireront le progrès de l'Astronomie, que les deux dont nous venons de rendre compte.