

100 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE  
calcul de leurs éclipsés. Plus on avance dans l'étude de l'Astro-  
nomie, & plus on trouve de corrections nécessaires, desquelles  
on n'avoit pas la moindre idée.

---

SUR UNE  
NOUVELLE MÉTHODE DE CALCULER  
RIGOREUSEMENT  
LES ÉCLIPSES DE SOLEIL.

V. les Mém.  
p. 426.

**L**E calcul des Éclipses a de tout temps fait un des plus  
importans objets de l'Astronomie; ces phénomènes,  
dont la prédiction paroît si admirable, servent outre cela non-  
seulement à perfectionner les théories du Soleil & de la Lune,  
mais encore à déterminer les longitudes géographiques par la  
comparaison des observations.

On n'employoit autrefois à ce dernier usage que les seules  
éclipses de Lune & non celles du Soleil & des Étoiles par la  
Lune; & voici la raison de cette différence.

L'éclipse de Lune est absolument réelle, & tous ceux qui  
la voient dans un instant donné, la voient de la même ma-  
nière. Si donc on a observé une certaine phase dans deux  
endroits différens, comme, par exemple, le commencement  
ou la fin, il est sûr que ces deux observations ont été faites  
dans un même instant, & que la différence qui se trouve  
entre les heures des deux Observateurs, est égale à la différence  
de leurs méridiens ou de la longitude des deux endroits.

Dans l'éclipse de Soleil il n'y a rien de réel; cet Astre ne  
perd rien de sa lumière, la Lune le cache seulement, en tout  
ou en partie, à quelques endroits de la Terre; & comme  
elle est extrêmement proche de nous, il arrive nécessairement  
que tandis qu'un lieu sur la Terre voit le Soleil éclipse, un  
autre lieu ne s'aperçoit d'aucune éclipse.

Il suit encore de-là qu'un Observateur placé au centre de  
la Terre, ne verroit sûrement les phases d'une éclipse ni dans

le même temps ni de la même grandeur que celui qui est placé sur la surface du globe, où la parallaxe de la Lune altère sa hauteur & sa route apparentes.

Il est cependant nécessaire, pour qu'une éclipse puisse servir à la recherche des longitudes, que chaque phase observée, à différens endroits soit dépouillée de l'effet de la parallaxe, qui la rend si différente d'elle-même, & réduite à celle qu'observeroit un Astronome placé, s'il étoit possible, au centre de la Terre.

Les Astronomes ont en général inventé deux méthodes de calculer les éclipses du Soleil & des Étoiles fixes par la Lune.

La première & la plus anciennement employée, consiste à calculer, pour un endroit donné sur le globe, quelle doit être au temps de l'éclipse la parallaxe de la Lune, de la décomposer, pour ainsi dire, pour apprécier le dérangement qu'elle occasionne à cette planète en longitude & en latitude, & à tracer ainsi son orbite apparente telle qu'elle doit paroître au Spectateur placé dans l'endroit désigné; après quoi on calcule facilement, au moyen de quelques triangles rectilignes, le commencement, la fin & les autres phases de l'éclipse, presque toujours très-différentes de celles qu'observeroit un Spectateur placé au centre de la Terre.

Pour y parvenir, on commence par rechercher pour le temps de la conjonction vraie, c'est-à-dire vue du centre de la Terre, & pour celui du commencement & de la fin de l'éclipse, connus à peu-près, quelle doit être la hauteur du Soleil sur l'horizon: on sait que cette hauteur s'obtient par la résolution d'un triangle sphérique, dans lequel on a la déclinaison du Soleil, la distance du Pôle au zénith connues, avec l'angle du cercle horaire au méridien.

Ces trois triangles sphériques résolus, on recherche pour chaque point, au moyen de la hauteur de la Lune & de sa distance à la Terre, connue par les Tables, quelle doit être sa parallaxe & son diamètre: on détermine ensuite, par plusieurs analogies, combien cette parallaxe doit changer sa longitude & sa latitude dans ce point; & alors ayant obtenu la position

de ces trois points, on trace l'orbite apparente de la Lune telle que la doit voir le Spectateur placé au point donné de la Terre, & on calcule, comme dans une éclipse de Lune, au moyen de quelques triangles rectilignes, les instans où la distance des deux luminaires, est égale à la somme des demi-diamètres; ce qui donne le commencement & la fin, & on cherche ensuite l'instant de la plus courte distance, qui détermine le milieu de l'éclipse & sa grandeur.

Il est aisé de voir que comme on ne calcule, par cette méthode, que les apparences propres à un lieu donné sur la Terre, ces apparences variables pour tous les endroits, ne peuvent être comparées & qu'on n'en peut rien tirer pour la recherche des longitudes. Il n'est pas moins facile de s'apercevoir que la recherche du dérangement de la Lune en longitude & en latitude, causé par la parallaxe, doit être très-pénible & très-délicate, quand même on se serviroit des Tables que *Reinoldus* avoit calculées pour abréger cette recherche.

C'est à ces deux inconvéniens que M. de la Lande a entrepris de remédier: par un calcul assez simple & dans lequel il n'emploie presque que la Trigonométrie rectiligne & quelques formules algébriques très-simples, il parvient à déduire l'orbite apparente de la Lune, de la parallaxe de hauteur, sans employer le partage de cette parallaxe en longitude & en latitude, supprimant ainsi la partie la plus pénible & la plus ennuyeuse de ce calcul.

Quand M. de la Lande n'auroit procuré que cet avantage au calcul des éclipses par cette méthode, c'en seroit déjà un assez considérable; mais il y en a joint un bien plus grand, c'est celui de pouvoir employer les éclipses sujettes aux parallaxes, & calculées par cette méthode, à la recherche des longitudes avec la dernière facilité.

Nous avons dit ci-dessus que la proximité de la Lune à la Terre faisoit que chaque endroit du globe voyoit les phases d'une même éclipse différentes, sans qu'aucun les aperçût de la même manière que les verroit un Observateur placé au centre de la Terre.

C'est cependant ce que verroit cet Observateur que donnent les Tables, & on est, comme nous l'avons dit, obligé d'altérer pour chaque endroit l'orbite vraie de la Lune & l'heure de la conjonction vraie, afin d'obtenir les phases apparentes telles qu'elles s'y doivent observer.

Puisqu'on peut donc déduire de l'orbite vraie, de la conjonction vraie, c'est-à-dire non altérées par l'effet de la parallaxe & telles qu'elles seroient vues du centre de la Terre, l'orbite & les phases apparentes, il doit y avoir un moyen de déduire, par un calcul rétrograde, s'il m'est permis d'employer ce mot, des phases apparentes & observées l'heure de la conjonction vraie ou vue du centre de la Terre au méridien de chaque endroit. Or, la conjonction vraie étant unique, il est sûr que la différence qui se trouvera entre les heures comptées à son moment dans les différens endroits, sera nécessairement égale à leur différence de longitude.

Cette méthode, que vraisemblablement la longueur & la difficulté du calcul avoient empêché de mettre en usage, devient extrêmement facile par la simplicité que M. de la Lande a introduit dans cette manière de calculer les éclipses, & on peut aussi aisément remonter des phases apparentes, observées à l'heure de la conjonction vraie, que descendre de cette heure déduite des Tables aux phases apparentes dans chaque endroit.

La seconde méthode de calculer les éclipses de Soleil & des Étoiles par la Lune, inventée par le célèbre Jean-Dominique Cassini, est absolument différente de celle que nous venons d'exposer; elle est infiniment plus savante & plus élégante; on n'y calcule point, comme dans celle-ci, les apparences particulières à chaque endroit, on saisit ce que l'éclipse de Soleil a de réel; & de ce général, on déduit ensuite ce qui résulte pour chaque endroit du globe terrestre pour lequel on veut calculer. Essayons d'en donner une idée.

L'éclipse de Soleil, prise comme éclipse de Soleil, n'a, ainsi que nous l'avons dit, rien de réel; il n'est pas vrai que cet

Astre perde rien de sa lumière, c'est au contraire la Terre qui est véritablement obscurcie; la Lune interposée entr'elle & le Soleil, jette sur la Terre une tache d'ombre entourée d'une pénombre qui diminue d'épaisseur à mesure qu'elle s'éloigne de l'ombre noire. Cette tache traverse la partie du globe exposée au Soleil, & tous les endroits sur lesquels elle passe, voient le Soleil plus ou moins éclipsé; ceux qui ne se trouvent que sur le passage de la pénombre, le voient éclipsé en partie; il l'est totalement pour ceux qui se trouvent sous le passage de l'ombre, & pour les uns & pour les autres le commencement de l'éclipse est l'instant auquel le lieu proposé est atteint par le commencement de la pénombre, & la fin l'instant ou la fin de la pénombre le quitte. Nous disons est atteint, car la rotation du globe terrestre sur son axe fait que chaque point du globe terrestre est entraîné autour de cet axe & a un mouvement différent de celui de la Lune.

Tout cela doit être représenté sur un plan tangent à l'orbe de la Lune & perpendiculaire au rayon qui va du centre de la Terre à celui du Soleil; le globe terrestre y est représenté dans la position actuelle qu'il a à l'égard du Soleil, le méridien du lieu pour lequel on calcule, y est représenté par une ligne droite partant du centre, la trace du mouvement de ce lieu sur le globe par une ellipse plus ou moins alongée, suivant la plus grande ou la moindre déclinaison du Soleil, & cette ellipse est divisée en parties qui représentent les heures & les minutes, à compter depuis le méridien: l'orbite de la Lune y est aussi représentée par une ligne droite divisée en heures & minutes, à compter de l'heure de la conjonction vraie, & cette ligne est tracée suivant la latitude de la Lune, plus ou moins éloignée du diamètre de la projection qui représente l'écliptique, & avec l'inclinaison qu'elle a dans le point de la conjonction avec le cercle.

Cela supposé, si on prend en parties de la projection la somme des deux diamètres du Soleil & de la Lune avec un compas; & que faisant parcourir à une des pointes l'orbite de la Lune, on cherche le point auquel l'autre pointe atteignant l'ellipse

l'ellipse du lieu proposé sur la projection du globe, y marquera la même heure & la même minute que sur l'orbite de la Lune; on aura l'instant du commencement de l'éclipse pour cet endroit, & une opération semblable en donnera la fin: on obtiendra les phases des autres doigts, en diminuant d'un sixième pour chacune, le demi-diamètre du Soleil.

Si présentement on a des observations de la même éclipse, faites en un lieu différent, dont la latitude soit connue, on tracera de même son ellipse sur la projection & on la divisera en heures, à compter toujours du méridien du lieu pour lequel on a calculé, & on cherchera le commencement, la fin & les autres phases de l'éclipse par la même méthode que nous venons d'expliquer sur cette nouvelle ellipse. On aura donc l'heure qu'il étoit au premier endroit à l'instant auquel toutes ces phases sont arrivées dans le second: l'observation donne celle qu'il étoit alors dans ce second endroit, & par conséquent la différence de leurs méridiens & de leurs longitudes.

Il est aisé de voir par ce détail, que ce tableau, ou projection, doit être extrêmement exact & d'une grandeur suffisante, si on veut prédire, par son moyen, les phases d'une éclipse avec précision; mais toutes les parties n'en sont pas également difficiles à tracer: l'orbite de la Lune, par exemple, le cercle de latitude & l'écliptique, sont représentés par des lignes droites, & les divisions y sont des parties égales, mais les parallèles que décrivent les différens points du globe terrestre ont pour projections des ellipses, & leurs divisions ne sont ni égales ni faciles.

Cette réflexion auroit dû naturellement amener l'idée de construire, une fois pour toutes, pour chaque degré de déclinaison des ellipses exactement divisées, & de prendre ensuite pour échelle le grand axe de ces ellipses, auquel il auroit été toujours facile de faire quadrer la projection de l'orbite lunaire pour chaque éclipse, cette projection étant toujours une ligne droite divisée en parties égales.

Cependant, malgré la simplicité de cette idée, qui auroit dû la faire adopter, elle ne l'a point été, & les Astronomes

ont mieux aimé prendre l'orbite de la Lune pour échelle & y assujettir la projection du globe, toujours très-difficile à tracer.

C'est ce procédé si simple que M. de la Lande réclame aujourd'hui; & pour y engager plus aisément les Astronomes, il a tracé & fait graver un quart d'ellipse divisé; il avoit voulu en donner douze pour 12 degrés de déclinaison différens, mais l'embarras de les présenter sans confusion a obligé de n'en faire graver qu'une à la fin de son Mémoire; il donne la manière de trouver le centre & toutes les parties de la projection, & de construire une échelle qui donne les parties de l'écliptique du cercle de latitude & de l'orbite lunaire, proportionnelles au grand axe de l'ellipse pour toutes les parallaxes possibles de la Lune, & il fait voir qu'en suivant exactement les règles qu'il prescrit, on peut toujours avoir, par l'opération graphique de la projection, le commencement, la fin & toutes les phases d'une éclipse avec une précision plus que suffisante pour la prédire. Ce n'est pas que cette méthode n'admette elle-même le calcul, on en peut voir le détail dans les préceptes des Tables de M. de la Hire; mais M. de la Lande pense que si on fait l'opération graphique avec une exactitude suffisante, & qui sera extrêmement facilitée par l'ellipse divisée qu'il donne, on n'aura besoin d'employer le calcul que lorsqu'on voudra tirer des conclusions délicates de l'observation de quelque éclipse. Simplifier une méthode utile en Astronomie, est presque rendre un aussi grand service que de l'inventer.

---

### *OBSERVATION ASTRONOMIQUE.*

**L**E 9 Août 1762, M. de Rostan, de la Société économique de Berne & de la Société Médico-Physique de Bâle, étant à Lausanne, & prenant des hauteurs du Soleil avec un quart-de-cercle pour vérifier une méridienne, s'aperçut que cet Astre ne donnoit qu'une lumière fort pâle; il crut cet obscurcissement causé par les vapeurs du lac Léman: cependant ayant, à tout hasard, pointé au Soleil une lunette de 14