

Il n'est donc pas étonnant que les mesures de M. l'abbé de la Caille, toutes faites, comme il en avertit, avec des lunettes de 6 à 7 pieds, se trouvent de quelques secondes plus grandes que celles de M.^{rs} de la Hire, Halley, Cassini & Mayer, qui avoient employé des lunettes beaucoup plus longues; il fait même voir qu'en appliquant les corrections résultantes de cette théorie, aux observations qui s'éloignent le plus du plus grand diamètre qu'il a déterminé, elles y reviennent toutes, ou du moins s'en rapprochent extrêmement. Il résulte donc de ses recherches, qu'on peut regarder comme certain qu'en se servant de lunettes de 6 à 7 pieds de longueur, le rapport constant entre le demi-diamètre horizontal de la Lune & sa parallaxe horizontale polaire, est de 15' à 54' 41 ou 42", & que le plus grand diamètre de la Lune est à très-peu près de 33' 40". Jamais ces élémens n'avoient été déterminés avec une pareille précision, & ce ne sera pas un des moindres fruits de l'exactitude de l'Astronomie moderne & du voyage de M. l'abbé de la Caille, que de les y avoir amenés.

*SUR LES INÉGALITÉS DE MARS,
PRODUITES PAR L'ACTION DE LA TERRE.*

LA théorie Newtonienne, aujourd'hui presque universellement adoptée par les Astronomes, déduit avec la plus grande facilité le mouvement des planètes dans des orbites plus ou moins alongés, de la combinaison du mouvement projectile ou en ligne droite avec l'attraction que le Soleil exerce sur elles en raison renversée du carré de leurs distances; ces deux seuls élémens suffisent pour faire décrire aux planètes, des orbites assez semblables à celles que l'observation nous enseigne qu'elles décrivent effectivement.

Mais il est évident qu'en partant de ce même principe, la régularité de ces orbites ne doit pas être parfaite: le Soleil n'est pas le seul corps qui puisse attirer dans la Nature; cette

qualité est, selon Newton, inhérente à toute matière, qui l'exerce à proportion de sa masse. Chaque planète n'est donc pas seulement attirée par le Soleil, mais elle le doit être encore par les autres planètes, même par les Comètes qui passeront assez près d'elle pour lui faire sentir leur action, & cette seconde attraction doit nécessairement changer la vitesse & la direction du mouvement de la planète, & altérer la ligne qu'elle auroit décrite en vertu de la seule attraction du Soleil: c'est cette altération dans l'orbite & dans le mouvement de la planète qu'on nomme *perturbation*, parce qu'elle trouble, pour ainsi dire, la régularité de son mouvement.

Pour qu'une planète puisse en détourner sensiblement une autre de sa route, il faut qu'elle ait assez de masse & qu'elle s'en approche assez près pour que son attraction ait un rapport sensible avec celle que le Soleil exerce sur la planète qui doit être détournée de sa route; autrement la perturbation seroit physiquement nulle, & la planète ne seroit point dérangée.

Si l'on examine sur ces principes la théorie de la planète de Mars, on ne trouvera guère que la Terre qui puisse troubler la régularité de ses mouvemens. Jupiter, quoique beaucoup plus gros que la Terre, est toujours trop éloigné de Mars, pour qu'il puisse exercer sur ce dernier une action fort sensible; mais la Terre, dont la masse excède de beaucoup celle de Mars, s'en approche souvent assez près pour agir très-sensiblement sur lui, & pour le déranger de l'orbite qu'il décriroit en vertu de la seule attraction du Soleil. Examinons quelle doit être cette action que M. de la Lande a entrepris de déterminer dans le Mémoire dont nous parlons.

L'orbite de Mars enveloppe, comme on fait, celle de la Terre: supposons, pour un moment, ces deux orbites circulaires concentriques, & le Soleil placé à leur centre commun; le rayon de l'orbite de la Terre & celui de l'orbite de Mars seront à peu près dans le rapport de 11 à 18; en sorte que la distance entre les deux orbites sera seulement 7. Si Mars & la Terre étoient placés sur un même rayon, & qu'ils fissent tous deux leur révolution dans un temps égal, il est certain

que toute l'action de la Terre sur Mars s'exerçant dans le même sens & dans la même direction que celle du Soleil, elle tendroit toujours à diminuer le rayon de l'orbite de Mars, sans altérer la régularité de sa figure.

Si l'on rend présentement à la Terre la vitesse réelle qu'elle a dans son orbite, & qui est presque double de celle de Mars, il est clair que la Terre se trouvera tantôt plus proche & tantôt plus éloignée de la planète de Mars, & cela de tout le diamètre de son orbite, c'est-à-dire, que sa plus grande distance étant 29, la plus petite pourra n'être que 7, d'où résultent des attractions réciproquement proportionnelles aux carrés de ces nombres, & par conséquent énormément inégales; ces mêmes attractions se combineront encore différemment avec celle du Soleil, suivant la position respective de Mars & de la Terre dans leurs orbites; leur effet ne sera plus, à beaucoup près, si facile à déterminer, & la figure de l'orbite de Mars sera très-sensiblement altérée.

Le problème deviendra encore bien plus difficile, si on donne aux orbites des deux planètes la figure elliptique qu'elles ont réellement, & leur excentricité; car il est clair que pour avoir une équation qui puisse représenter tous les points de l'orbite que Mars décrit en vertu de cette perturbation, on doit y faire nécessairement entrer ces élémens presque tous variables. En effet, il faut que la formule qui doit donner la solution de ce problème, contienne pour toutes les positions possibles de la Terre & de Mars, la résolution d'un triangle, dans lequel on a la distance de Mars au Soleil, celle de la Terre au Soleil, & l'angle compris entre les deux rayons qui vont du Soleil à Mars & à la Terre. Or il est aisé de voir, avec la plus petite attention, combien ces quantités doivent être difficiles à représenter par une expression générale, puisqu'elles sont variables, non seulement en vertu de la figure elliptique des deux orbites & de leur excentricité, mais encore à raison de la position respective de la Terre & de Mars. Ce n'est pas encore tout, la résolution du triangle dont nous parlons ne donne que la distance de la Terre à Mars & la

direction de la ligne qui les joint, & il faut encore en déduire l'attraction que la Terre exerce sur Mars, le changement de direction qu'elle cause à l'élément infiniment petit de l'orbite, & enfin l'accélération ou le ralentissement de la vitesse. On sent assez avec combien d'adresse le calcul de tous ces élémens doit être conduit, pour ne pas tomber dans un abyme de difficultés, duquel il seroit presque impossible de sortir.

Ce que nous venons de dire de Mars, doit s'entendre de même de la planète de Vénus, en y faisant les changemens qu'exige la différence de position de son orbite, qui est entourée par celle de la Terre; au lieu que cette dernière l'est par celle de Mars: aussi M. de la Lande n'a-t-il pas hésité à employer dans cette recherche les mêmes formules qu'il avoit mises en usage dans un Mémoire qu'il lut l'année dernière, & dans lequel il recherchoit les inégalités que le mouvement de Vénus devoit recevoir par l'attraction de la Terre, & nous ne répéterons point ici la manière dont il y a conduit son calcul.

Dans celui-ci, il commence par calculer, en introduisant dans ses formules les véritables élémens de la théorie de Mars, quelle doit être la distance de Mars à la Terre, à mesure que l'angle de commutation, c'est-à-dire celui qui est fait au Soleil par les rayons vecteurs des deux planètes, s'agrandit, & il détermine ces distances de 2 en 2 degrés jusqu'à 180 degrés; ce qui est suffisant, puisque les distances doivent se trouver les mêmes de l'autre côté de ce point, & décroître dans la même raison qu'elles ont augmenté.

D'après ces distances ainsi déterminées, il calcule, en supposant les deux orbites de Mars & de la Terre circulaires & concentriques, quel doit être le changement en longitude de Mars, en vertu de l'action de la Terre, ayant égard non seulement à l'attraction, mais encore à la direction suivant laquelle elle agit, & à la manière dont elle se combine avec celle du Soleil; il recherche ensuite ce que l'excentricité de Mars doit apporter de changement dans ce calcul, & trouve que ces deux équations dépendantes de la perturbation causée au mouvement de Mars par l'action de la Terre, peuvent, lorsqu'elles se trouvent

toutes deux en même sens, monter ensemble à $1' 23''$, quantité très-sensible, & que l'exactitude de l'Astronomie moderne ne permet pas de négliger.

Jusqu'ici M. de la Lande n'a fait entrer dans son calcul que l'excentricité de Mars; celle de la Terre n'est cependant pas à négliger; la proximité des deux planètes est assez grande, pour qu'elle puisse occasionner un changement sensible dans la perturbation que la Terre cause au mouvement de Mars. M. de la Lande trouve qu'en introduisant dans le calcul l'excentricité de la Terre, la perturbation précédemment trouvée éprouve une correction de 10 à 11 secondes.

Il restoit encore une légère source d'altération que M. de la Lande n'a pas cru devoir négliger. Le rayon de l'orbite de Mars est exprimé dans son calcul par l'unité; l'excentricité y devient donc une fraction; & comme le carré de cette excentricité, qui doit être encore une fraction bien plus petite, entre plusieurs fois dans le calcul, il avoit d'abord cru pouvoir négliger cette fraction; mais ne voulant rien laisser qui pût jeter le moindre doute sur cette matière, il a voulu voir ce que ce carré pourroit produire en l'employant à la rigueur, & il a trouvé qu'effectivement il en résulroit encore une correction de 7 secondes, qui devoit être ajoutée à l'équation de 11 secondes dont nous venons de parler. Que de sources d'inégalité dans le mouvement des Astres, qui étoient totalement inconnues aux Anciens! & combien en laisserons-nous encore à découvrir à la postérité!

*SUR QUELQUES OBSERVATIONS
ASTRONOMIQUES,*

dont l'Académie possède les Manuscrits.

RIEN ne seroit peut-être plus avantageux à ceux qui cultivent les Sciences, que d'avoir des extraits fidèles de toutes les observations manuscrites qui se trouvent dans les