rendu un plus grand ſervice aux Sciences: en effet, ſelon la judicieuſe réflexion de M. le Gentil, ces citations jettent non ſeulement plus de lumière que de ſimples extraits, quelques bien faits qu'ils puiſſent être; mais elles conſervent encore à la poſtérité une infinité de paſſages des bons Auteurs dont les ouvrages ont péri. Nous ne devons une infinité de fragmens très-précieux de cette eſpèce qu'à cette exactitude à citer le texte des Auteurs originaux, & on ne peut trop la recommander à ceux qui écrivent ſur les Sciences.

SUR LA COMPARAISON DU PASSAGE DE MERCURE SUR LE SOLEIL, Arrivé en 1753, avec ceux qui avoient été obſervés juſqu'alors.

V. les Mém. p. 259.

LA planète de Mercure eſt ſi proche du Soleil, qu'il eſt aſſez difficile de la pouvoir obſerver au Méridien comme les autres aſtres; les Anciens d'ailleurs ne pouvoient abſolument l'y apercevoir, parce qu'elle n'y paſſe que de jour, & qu'avant l'application des lunettes aux inſtrumens, elle étoit abſolument inviſible dans cette circonſtance. On n'avoit guère que ſes conjonctions inférieures dans leſquelles elle paſſe ſur le diſque du Soleil, pour déterminer les élémens de ſa théorie: encore cette reſſource n'exiſte-t-elle que depuis l'invention des lunettes d'approche ſans leſquelles on ne pourroit obſerver ce phénomène. Il ne faut donc pas être étonné que la théorie de cette Planète n'ait pas été portée au même point de perfection que celle des autres; on doit au contraire être ſurpris qu'elle ait pû faire en ſi peu de temps un ſi grand chemin vers la perfection.

Feu M. Halley eſt peut-être celui des Aſtronomes modernes qui a le plus heureuſement travaillé ſur cette matière; ſes Tables repréſentent aſſez bien toutes les conjonctions de Mercure arrivées dans le Nœud aſcendant & avant ſon paſſage par le périhélie, parce que Mercure y avoit été observé plusieurs fois, mais elles ne représentent pas avec la même exactitude les conjonctions arrivées en 1740 & 1753, dans lesquelles Mercure étoit près de son Nœud descendant & à environ dix signes & demi d'anomalie moyenne: elles donnent la longitude de cette Planète trop petite; d'où on peut conclurre que l'erreur n'étant pas la même des deux côtés de la ligne des apsides, elle vient de l'équation du centre au moins en partie, & par conséquent de l'excentricité que M. Halley a supposée à la Planète. Ce savant Astronome, qui n'avoit d'observations de Mercure que d'un seul côté de son orbite, ne pouvoit s'apercevoir de cette erreur, & il crut avoir donné à ses Tables le dernier degré de précision, en ôtant 28 secondes de l'époque, & ajoûtant 20 secondes au mouvement séculaire de Mercure.

Aujourd'hui qu'un plus grand nombre de conjonctions écliptiques de Mercure avec le Soleil, arrivées de part & d'autre de la ligne des apsides de cette Planète, mettent les Astronomes plus à portée qu'ils n'étoient autrefois de déterminer les élémens de sa théorie, M. de la Lande a entrepris cette recherche; mais avant que d'en présenter le résultat, nous croyons devoir mettre sous les yeux du lecteur les difficultés qu'il a fallu vaincre, & de quelle manière on vient à bout de les surmonter.

Lorsqu'on voit passer Mercure sur le Soleil, on est tenté de croire que ces corps sont dans un même plan, ou du moins fort près l'un de l'autre: il s'en faut néanmoins beaucoup, & le mouvement apparent de Mercure vû de la Terre, est très-différent de celui que verroit un spectateur placé dans le Soleil: c'est cependant ce dernier que l'on cherche, & qu'il faut conclurre de celui qu'on observe.

En considérant dans l'instant de la conjonction la ligne qui va du centre du Soleil au centre de la Terre, on voit bien que si Mercure est sans latitude, elle passera aussi par son centre, & que cette planète sera vûe de la Terre sur le centre du Soleil; mais si Mercure a quelque latitude, il se forme alors deux triangles qui ont pour base commune la perpendiculaire tirée du centre de Mercure sur le plan de l'écliptique, & dont l'angle aigu mesure la grandeur apparente de cette ligne, tant pour le spectateur placé sur la Terre que pour celui que nous avons supposé dans le Soleil. Pour que cette grandeur apparente fût la même aux yeux des deux Observateurs, il faudroit que Mercure fût à égale distance de la Terre & du Soleil, & c'est ce qui ne peut jamais arriver; il est toûjours bien plus loin de la Terre que du Soleil, & par conséquent la latitude vûe de la Terre, ou, comme on la nomme, *géocentrique*, est toûjours plus petite que celle qui seroit vûe du Soleil & qu'on appelle *héliocentrique*. Ce que nous venons de dire de la latitude doit s'entendre avec les changemens convenables du mouvement de la planète en longitude. On est donc toûjours obligé de conclurre du petit au grand, & la moindre erreur dans l'observation en produit une bien plus grande dans le résultat.

L'inclinaison de l'orbite est le seul élément qui ne soit pas altéré par la différence de position des deux spectateurs; deux lignes tirées sur un carreau de vître paroîtront toûjours faire entr'elles le même angle, de quelque côté & à quelque distance qu'on les regarde, pourvû que le spectateur ne sorte pas de la perpendiculaire au carreau, ce qui, comme on voit, est le cas de l'observateur placé sur la Terre, & de celui que nous avons supposé dans le Soleil.

Ce n'est pas encore tout, nous avons jusqu'ici fait abstraction de la grosseur du globe terrestre, elle a néanmoins un rapport sensible avec la distance de la Terre à Mercure, & l'observateur placé sur la surface de la Terre rapporte Mercure à un point différent de celui où le verroit un observateur placé au centre: il faut donc encore tenir compte de cette différence causée par la position de l'observateur.

Ce n'est qu'en évitant par de longs calculs toutes ces sources d'erreur qu'on peut, pour ainsi dire, arracher des observations les résultats & les élémens qu'elles semblent ne donner qu'à regret; & c'est aussi ce qu'a fait M. de la Lande à l'égard de celles qu'il a cru pouvoir employer: car il s'en trouve qui portent un caractère d'inexactitude si marqué, qu'elles n'en méritent pas la peine.

Pour déterminer l'excentricité, l'aphélie, & le lieu moyen de Mercure par la comparaison de ses passages observés sur le Soleil, il faut connoître très-exactement le mouvement moyen de cette planète & celui de son aphélie, au moins pour l'intervalle de temps qui se trouve entre les deux observations que l'on compare. Il semble au premier coup d'œil qu'en prenant deux de ces passages assez éloignés l'un de l'autre, & arrivés dans le même degré d'anomalie ou à peu-près, on pourroit, l'équation étant la même dans l'une & dans l'autre, en conclurre le mouvement moyen de la planète. Mais M. de la Lande n'a pas trouvé que cette méthode donnât une précision suffisante, la moindre erreur dans les observations en introduisant nécessairement une considérable dans la détermination de cet important élément.

Il a donc mieux aimé se servir de celui des Tables de M. Halley, qui fait le mouvement diurne de Mercure de 4^d $5' 32'' 31'''$, sauf à le corriger dans la suite suivant ce qu'exigeroit la comparaison des observations.

Tous les passages observés étant réduits, & M. de la Lande en ayant tiré les élémens par les méthodes dont nous venons de parler, il a employé pour trouver ceux de la théorie générale de Mercure celle qu'il avoit déjà mis en usage pour déterminer l'orbite de Mars *; & quoique nous en ayons parlé alors, nous allons en retracer une légère idée.

* V. les Mém. 1755, p. 204.

En prenant les élémens que donne chaque passage, on fait varier l'excentricité & le lieu de l'aphélie jusqu'à ce qu'on puisse représenter avec exactitude le mouvement vrai de la planète dans l'intervalle de temps qui se trouve entre deux passages qu'on choisit à cet effet.

Pour peu qu'on soit au fait des théories astronomiques, il est aisé de voir que comme le changement de l'un ou l'autre de ces élémens fait varier le lieu de la planète, on ne peut être sûr si on a attribué à chacun d'eux la quantité qui lui convenoit; car il est possible en diminuant l'excentricité & en changeant le lieu de l'aphélie, de manière que le lieu de Mercure approche plus de la plus grande équation, de lui donner la même quantité de mouvement vrai dans cet endroit qu'on lui auroit donnée en rendant l'excentricité plus grande & une moindre anomalie; on a donc un certain nombre d'excentricités différentes, qui avec une certaine variation dans l'aphélie, repréſenteront également bien le mouvement de Mercure dans un temps donné. Les limites, ſelon M. de la Lande, ſont l'excentricité de 7888, avec une augmentation de 25′ ſur le lieu de l'aphélie, & l'excentricité 7908 avec l'augmentation de 19′ 33″ 36‴; toute autre excentricité entre ces deux nombres, à laquelle on donnera une poſition d'aphélie proportionnelle, repréſentera également l'intervalle entre les deux Obſervations de 1740 & 1753.

Il n'y a cependant qu'une ſeule de ces ſuppoſitions qui puiſſe être vraie, & voici la condition à laquelle on la peut reconnoître: une véritable théorie repréſente non ſeulement le mouvement de la planète dans une partie de ſon orbite, mais encore dans tout ſon cours; il eſt donc queſtion de chercher entre ces limites une excentricité & une poſition d'aphélie qui puiſſe repréſenter un autre intervalle, comme celui de 1743 à 1753, qu'a choiſi M. de la Lande, alors on ſera ſûr d'avoir obtenu au moins à très-peu près l'excentricité que l'on cherche, & la poſition réelle de l'aphélie. M. de la Lande trouve qu'en avançant de 25′ le lieu de l'aphélie des Tables de M. Halley, & prenant l'excentricité de 7888, le calcul pourra repréſenter aſſez exactement les deux intervalles propoſés.

Avec l'excentricité que nous venons d'établir, il calcule dans l'hypothèſe elliptique de Képler la plus grande équation, qu'il trouve de 23^d 27′ 50″ 48‴, & qu'il place à 104^d 38′ 33″ 48‴ d'anomalie moyenne.

Cette plus grande équation eſt moindre de 14′ 47″ que celle de M. Halley; mais on ſe tromperoit ſi on entreprenoit de réduire celles des autres degrés d'anomalie, tirées des Tables de cet Aſtronome, en leur faiſant ſubir une réduction proportionnelle à leur quantité. M. de la Lande fait voir qu'en traitant de cette manière l'équation de 11^d 51′ 18″, qui eſt moitié de la plus grande, on lui feroit ſubir une diminution de 7′

23″ 30‴, au lieu de celle de 5′ 25″ que donne le calcul. Le changement d'excentricité change non la nature, mais la figure de l'ellipſe, & il faut calculer de nouveau les équations ſi l'on veut les avoir avec quelqu'exactitude.

En faiſant aux Tables de Mercure de M. Halley les changemens que nous venons de dire, elles repréſentent aſſez bien les obſervations de tous les paſſages de cette planète que nous avons: nous diſons aſſez bien, parce que celui de 1697 & ceux de 1725 & de 1736, s'éloignent du calcul, & que, comme nous l'avons dit, la moindre erreur dans l'obſervation en produiſant une plus conſidérable dans les réſultats, tout ce qu'on peut faire en pareil cas, eſt de rendre les erreurs en plus égales aux erreurs en moins, & c'eſt préciſément ce qu'a fait M. de la Lande. Il ne manqueroit pour donner la dernière main à cette partie de la théorie que d'avoir des obſervations de Mercure aux environs de ſes moyennes diſtances, pour vérifier la juſteſſe de la plus grande équation que nous venons de rapporer, mais c'eſt ce que M. de la Lande n'a pû ſe procurer.

La détermination du mouvement de l'aphélie eſt plus difficile que celle du mouvement de la planète, car M. Halley n'ayant eu, pour en déterminer le lieu, ni des obſervations ſûres, ni une méthode ſuffiſamment exacte, on peut avec autant de vraiſemblance attribuer la différence qui ſe trouve entre le calcul & l'obſervation pluſtôt à un défaut dans la détermination du lieu de l'aphélie, qu'à une quantité trop grande ou trop petite de mouvement.

M. de la Lande, pour s'en aſſurer, a pris le lieu de l'aphélie déterminé par l'obſervation de 1753, & en retrogradant, il a calculé la poſition qu'il devoit avoir dans les obſervations précédentes, ſuppoſant le mouvement ſéculaire d'une minute quinze ſecondes tel qu'on le tire de la comparaiſon de l'obſervation de 1753 avec celle-ci, & il a trouvé, preſque par-tout, le calcul conforme à ce que donnoient les obſervations; nous diſons preſque par-tout, car l'obſervation de 1736 paroît s'en éloigner ſi on prend le milieu entre les différentes obſervations qui en ont été publiées: mais ſi on ſe ſert de la détermination de la latitude donnée par M. de Thury, elle se trouve d'accord avec le calcul.

A l'égard du lieu du nœud, M. de la Lande le déduit immédiatement de son Observation du passage de Mercure sur le Soleil en 1753; mais pour déterminer son mouvement par la même voie, il auroit fallu être parfaitement sûr des observations précédentes, & il n'a pû que prendre un milieu entre tous leurs résultats, augmentant cependant d'une minute pour faire accorder ce mouvement du nœud à l'observation de 1697.

On peut bien juger, par tout ce que nous venons de dire, que M. de la Lande ne regarde pas la théorie de Mercure comme achevée, on a sans doute encore besoin de beaucoup d'observations, il est seulement étonnant qu'il ait pû tirer du petit nombre qu'il en avoit, un parti aussi avantageux qu'il l'a fait.

SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

V. les Mém. p. 364.

* *V. Histoire, 1752, p. 95, & Hist. 1753, p. 225.*

NOUS avons rendu compte en 1752 & 1753 * des recherches de M. de la Lande sur la parallaxe de la Lune, relativement aux changemens qu'y doit apporter l'aplatissement de la Terre; voici encore une suite de ce travail dans laquelle il examine l'effet de ces changemens & les corrections qu'ils doivent introduire dans le calcul des éclipses de Soleil ou des planètes & des étoiles fixes par la Lune.

La parallaxe est l'angle formé par deux lignes qui vont, l'une du centre de la Terre, & l'autre d'un point de sa surface à une même planète, & cet angle est d'autant plus grand que la ligne qui part de la surface de la Terre approche plus d'être perpendiculaire au rayon qui part du centre; elle est dans cette situation quand l'astre est à l'horizon: aussi la plus grande parallaxe est-elle l'horizontale, elle va en diminuant lorsque l'astre s'élève, & devient enfin nulle au zénith les deux lignes en question se confondant alors dans la verticale.

Telle a toûjours été la théorie des parallaxes, & c'est d'après ces