un angle de 40′ 3″ ou de 2403 ſecondes. Puiſque les aberrations ſont proportionnelles aux ouvertures, il n'y a qu'à prendre la ſomme des aberrations des deux lunettes & la partager dans le rapport de 830 à 2403, pour avoir la quantité qui convient à chacune: par ce moyen, M. de l'Iſle détermine l'aberration dans la lunette de 20 pieds à 8″, & celle que donne la lunette de 7 pieds de 24 ſecondes; d'où il ſuit qu'en ôtant ces quantités des diamètres obſervés avec ces lunettes, on aura le véritable diamètre du Soleil.

Si on veut maintenant comparer ces mêmes nombres à ceux qui expriment l'angle que forment les ouvertures au foyer des lunettes, on verra qu'ils en ſont la centième partie, & par conſéquent bien différens de ceux que donneroit la théorie de M. Newton.

SUR LES
ÉLÉMENS DE L'ORBITE DE MARS.

DEPUIS que les Aſtronomes ſont demeurés d'accord de la figure elliptique des Orbites planétaires, il n'eſt plus queſtion que d'en déterminer les élémens, c'eſt-à-dire, la grandeur & la poſition des axes, la diſtance entre les foyers & la plus grande équation; le reſte n'eſt plus alors qu'une ſimple affaire de calcul. V. les Mém. p. 204.

Une des grandes difficultés qui ſe trouve dans cette recherche, eſt que l'Obſervateur ne voit pas la planète du Soleil, auquel ſon mouvement ſe rapporte, mais la voit de deſſus la Terre, dont le mouvement ſe complique avec celui de la planète, & y cauſe des altérations ſingulières.

Il y a cependant un temps dans lequel ces altérations s'évanouiſſent abſolument; ce temps eſt celui des oppoſitions: la Terre eſt alors entre le Soleil & la planète, & l'Obſervateur placé ſur la Terre, voit la planète par la même ligne droite, qu'il la verroit s'il étoit placé dans le Soleil.

Les méthodes d'obſerver, devenues plus parfaites depuis un ſiècle, ont multiplié les obſervations exactes; & c'eſt d'après ces obſervations que M. de la Lande a entrepris de déterminer les principaux élémens de l'orbite de Mars, c'eſt-à-dire, le lieu de ſon aphélie & ſon excentricité.

Pour y parvenir, il a employé une méthode propoſée par M. Caſſini en 1723*, à laquelle il applique le procédé donné par M. l'Abbé de la Caille en 1750: nous allons eſſayer de donner une légère idée de cette méthode.

* Mém. Acad. 1723, p. 168.

C'eſt un problème connu de tous ceux qui ont quelque connoiſſance des ſections coniques, que de déterminer la grandeur & la poſition d'une de ces courbes, lorſqu'on a un foyer & trois points ſur ſa circonférence; en appliquant ce problème au cas préſent, nous avons par trois oppoſitions obſervées, non trois points, mais trois lignes, partant d'un foyer de l'ellipſe & allant à ſa circonférence; ce qui ne ſuffiroit pas pour en déterminer la grandeur & la poſition. Mais nous avons auſſi une autre condition qui ne ſe trouve pas dans le problème purement géométrique; c'eſt que les ſecteurs elliptiques, compris entre ces trois lignes, doivent être proportionnels aux temps que la planète a mis à aller de l'un à l'autre; d'où il ſuit, que ſuppoſant d'abord une certaine excentricité & une certaine poſition de l'aphélie qui puiſſe repréſenter l'intervalle entre les deux premières obſervations, on verra ſi cette ſuppoſition repréſentera également bien l'intervalle qui ſe trouve entre la ſeconde obſervation & la troiſième: ſi elle la repréſente, il eſt certain que la ſuppoſition étoit légitime; mais ſi, comme il doit preſque toûjours arriver, elle ne la repréſente pas exactement, on ſera varier l'excentricité & la poſition du grand axe, juſqu'à ce qu'on vienne à repréſenter également les deux intervalles. On voit aiſément que cette méthode eſt une eſpèce de fauſſe poſition, & ce qu'on appelle *méthode de tâtonnement;* mais ces ſortes de méthodes ſont ſouvent employées par les Aſtronomes, qui les préfèrent dans beaucoup d'occaſions à des méthodes plus élégantes, mais qui demanderoient un plus long calcul.

Comme

Comme dans cette recherche on est obligé de calculer pour chaque point & dans chaque supposition le lieu de la planète, M. Cassini s'étoit servi de l'hypothèse elliptique simple, plus facile à manier que celle de Képler. Cette hypothèse n'est pas cependant absolument exacte, mais dans les orbites planétaires dont l'excentricité n'est pas fort grande, elle peut passer pour suffisante; M. de la Lande a voulu ramener le tout à la précision géométrique, en introduisant dans l'hypothèse de Képler une forme de calcul plus abrégée, qui donne le moyen de convertir très-facilement une anomalie vraie en anomalie moyenne avec toute la précision possible, sans supposer autre chose que la quadrature du cercle, de laquelle on approche, comme on sait, autant que l'on veut, avec toute la facilité possible, & cela, quelque grande que puisse être l'excentricité; ce qui étend cette méthode aux orbites des comètes, qui ne sont que des ellipses énormément alongées, & par conséquent très-excentriques.

L'avantage de la méthode employée par M. de la Lande est d'autant plus grand, que toutes les autres qui avoient été données jusqu'ici, supposoient toûjours les distances de la planète au Soleil exactement connues dans les trois points observés; ce qui n'est point, l'observation ne donnant que la position du rayon vecteur sans aucune détermination de sa longueur. D'ailleurs, le calcul de toutes ces autres méthodes est beaucoup plus long, & on n'éviteroit pas même par leur moyen le tâtonnement & la fausse position qu'emploie M. de la Lande. Voyons présentement les résultats de ses calculs.

Les oppositions qu'emploie M. de la Lande, ont été déterminées non seulement par les passages de Mars au Méridien, mais encore par la comparaison de la planète à des étoiles connues; méthode bien plus exacte, dans laquelle la certitude d'une opération ne dépend pas de l'exactitude de la pendule, & qui laisse toûjours lieu de lever le moindre doute qu'on pourroit avoir en déterminant de nouveau la position de l'étoile qui y a servi.

La première avoit été observée en 1741 par M. le

Monnier, Mars étoit alors dans le $22^d\ 45'\ 16''$ de l'Écrevisse, avec une latitude boréale de $4^d\ 14'\ 39''$.

La seconde observée par M. Maraldi en 1743, donnoit la longitude de Mars de $4^f\ 27^d\ 16'\ 32''$, & sa latitude de $4^d\ 28'\ 35''$.

La troisième observée en 1745 par M.rs le Monnier & l'Abbé de la Caille, plaçoit Mars au 1.er degré $35'\ 10''$ de la Balance, avec une latitude de $3^d\ 23'\ 52''$.

La quatrième observée en 1747 par M. le Monnier, donne la longitude de Mars de $7^f\ 10^d\ 55'\ 59''$.

La cinquième observée en 1749 par M. l'Abbé de la Caille, donne le lieu de l'opposition de $3^f\ 4^d\ 55'\ 41''$, & la latitude de Mars de $4^d\ 43'\ 28''$.

La sixième de 1751, observée à Paris par M.rs Cassini & le Monnier, & au Cap de Bonne-Espérance par M. l'Abbé de la Caille, donne le lieu de Mars dans son opposition de $11^f\ 21^d\ 34'\ 58''$.

Enfin la septième observée en 1753 à l'Isle de France, par M. l'Abbé de la Caille, donne la longitude de Mars de $1^f\ 24^d\ 47'\ 24''$.

M. de la Lande compare d'abord l'observation de 1743 avec celles de 1751 & de 1753, parce que dans celle de 1743 Mars étoit proche de son aphélie; que dans celle de 1751 il étoit au voisinage du périhélie, & que dans celle de 1753 il étoit peu éloigné de ses moyennes distances; ce qui, comme on voit, donne trois points placés le plus favorablement qu'on les puisse desirer; & de la comparaison de ces trois observations, il tire par la méthode que nous avons expliquée, le lieu de l'aphélie de $4'\ 33''$ moins avancé que ne le donnent les Tables de M. Halley, & l'excentricité de 14176 parties au lieu de 14170 que lui assignent ces mêmes Tables.

Par la comparaison des observations de 1745, 1747 & 1749, on trouve seulement $2'\ 2''$ à ôter du lieu de l'aphélie donné par les Tables de M. Halley, & l'excentricité de 14246.

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on trouvera qu'il n'y aura guère que 49″ à ôter du lieu de l'aphélie de M. Halley, & 5′ 18″ à retrancher de celui des Tables de M. Caſſini, pour ramener le calcul à toutes les obſervations que nous venons de rapporter, & que la plus grande équation ſera de $10^d\ 41'\ 20''$, peu différente de celle qui avoit été déterminée par M.rs Halley, de la Hire & Caſſini. M. de la Lande même croit cette différence encore moindre qu'elle ne paroît, & penſe qu'elle diſparoîtroit preſqu'entièrement, ſi on faiſoit entrer dans le calcul les inégalités que le voiſinage de Jupiter & de la Terre cauſe à Mars, & celles que la Terre peut recevoir de celui de Vénus. Si la découverte de tant de nouveaux élémens rendent l'Aſtronomie plus préciſe, au moins eſt-il bien certain qu'ils ne la rendent pas plus facile.

SUR UNE ADDITION
À FAIRE AUX TABLES ASTRONOMIQUES DE M. CASSINI.

ON s'eſt aperçu d'aſſez bonne heure dans l'Aſtronomie qu'il y avoit des périodes déterminées qui ramenoient les lunaiſons aux mêmes jours de l'année ſolaire. Les Chaldéens, au rapport de pluſieurs Auteurs, connoiſſoient ces périodes, & en faiſoient uſage; mais on en étoit demeuré là. M. Halley propoſa le premier, vers la fin du dernier ſiècle, de les faire ſervir à la correction des Tables, & fit voir que les mêmes erreurs ſe retrouvoient au bout d'une période de dix-huit ans. Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe, en employant tous les élémens de la théorie de la Lune, parvenir à conſtruire des Tables qui ſoient exemptes de la plus grande partie de ces erreurs; mais auſſi le calcul devient infiniment

V. les Mém. p. 372.