

les foyers de 1696 parties dont la distance moyenne contient 10000. M. de Louville la fait de 1683, & M. Cassini de 1688, toujours le même accord entre les trois Astronomes.

Muni de tous ces élémens, M. le Gentil tire de la nature même de l'ellipse un moyen de calculer aisément le diamètre du Soleil pour tout temps donné, & on peut s'affurer de l'avoir toujours par cette méthode à une seconde près du vrai dans les cas les moins favorables.

Comme la construction de l'ellipse donne nécessairement la position de son grand axe, qui est la ligne des apsides; il a eu la curiosité de voir comment ses diamètres observés avoient placé l'apogée du Soleil, & il l'a trouvé plus avancé d'environ deux degrés que ne le donnent les meilleures tables; ce qu'il ne remarque au reste que pour faire voir avec combien peu de succès on tenteroit de déterminer le lieu de cet apogée par l'observation des diamètres apparens, puisqu'une seule seconde d'erreur, & c'est la plus grande qu'il ait lieu de soupçonner dans les siennes, peut faire varier la position de ce point de près de deux degrés. Rien n'est peut-être plus utile en Astronomie, que de connoître jusqu'à quel point précisément on peut se fier aux méthodes qui paroissent les mieux démontrées.

SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

L'OBSERVATION des Parallaxes a toujours fait un des V. les Mém. principaux objets de l'attention des Astronomes: on page 78. fait que la connoissance des distances des Planètes en dépend presque entièrement, & que cette recherche est une des principales clefs de la véritable Astronomie.

Mais si l'observation des parallaxes en général est si intéressante, combien plus doit l'être pour nous celle de la parallaxe de la Lune! Indépendamment de la proximité de cet astre, & de ce qu'il appartient, pour ainsi dire, à la

Terre, sa parallaxe beaucoup plus sensible peut nous faire apercevoir dans ses distances des variations qui doivent devenir très-importantes à plusieurs égards.

Les anciens Philosophes avoient fait différentes tentatives pour connoître les distances du Soleil & de la Lune; mais il faut avouer que les premières tentatives furent bien grossières: ne connoissant aucune méthode astronomique, ils furent obligés de s'en tenir à des voies purement conjecturales, & on sera peut-être étonné de voir que Pythagore, un des plus grands génies de l'Antiquité, ne fit la distance de la Lune à la Terre que de 5491 lieues, tandis qu'elle est réellement de plus de 80000. Il est vrai que de son temps on n'avoit aucune idée de la grandeur de la Terre, connoissance qui est cependant essentiellement nécessaire à la détermination de la distance de la Lune.

Possidonius qui vint après lui fut plus habile ou plus heureux, puisqu'au rapport de Pline il faisoit cette distance de 87165 de nos lieues; ce qui approche assez de la véritable distance.

Après la détermination de Possidonius, nous n'osons presque rapporter celle d'Eratosthène, qui établissoit la distance de la Lune à la Terre de 19 demi-diamètres, au lieu de 52 dont elle est réellement, ni celle de Petoniris & Necepsus rois d'Égypte, qui s'imaginant apparemment que l'ordre de la Nature étoit sujet à leur pouvoir, fixèrent la distance de la Terre à la Lune à 86 lieues, c'est-à-dire, environ à la millième partie de ce qu'elle est réellement.

Hipparque fut le premier qui tenta de déterminer cette distance par la voie des observations; mais comme la méthode qu'il employoit ne lui donnoit pas assez de prise, il trouva des différences énormes dans ses résultats: il s'aperçut néanmoins, & c'étoit beaucoup pour le temps où il vivoit, que la Lune alloit très-inégalement, & que sa distance étoit extrêmement variable.

Ptolomée employa une méthode plus sûre & plus directe; il observa la plus grande & la plus petite hauteur méridienne
de

de la Lune à Alexandrie, & ayant calculé suivant les élémens quelles devoient être réellement ces distances, il attribue la différence entre le calcul & l'observation à la parallaxe, qu'il trouve en effet assez juste dans le cas où la Lune est la plus éloignée de la Terre. Mais ce qu'il y a de singulier, c'est que cette justesse n'est dûe, suivant M. de la Lande, qu'à la compensation fortuite de plusieurs erreurs, en sorte qu'on peut avancer à la lettre ce singulier paradoxe, que si Ptolémée étoit tombé dans quelques erreurs de moins, il se seroit trompé beaucoup davantage.

On s'en tint aux déterminations de Ptolémée jusqu'à Copernic, qui, par des méthodes plus exactes, donna la plus grande distance de la Terre à la Lune de 68 demi-diamètres, & la plus petite de 52. Ces distances furent adoptées par Tycho & par tous ceux qui le suivirent, jusqu'à la fin du dernier siècle.

Enfin les Astronomes modernes, aidés du secours des nouvelles méthodes d'observer & de calculer, ont rectifié toutes les déterminations des anciens, ils ont de beaucoup rapproché les limites des plus grandes & des moindres parallaxes; & l'accord qui règne entre les déterminations des plus illustres Astronomes, comme M.^{rs} Halley, Cassini, de la Hire, &c. ne laisse plus à lever qu'une légère incertitude, qui atteint à peine à une minute.

Mais l'exactitude de l'Astronomie moderne ne peut s'accommoder d'une pareille incertitude sur un élément aussi important que l'est la parallaxe de la Lune; & la détermination exacte de la grandeur des rayons du globe terrestre appartenant à tant de titres aux Astronomes françois, il étoit bien naturel qu'ils tentassent de profiter eux-mêmes du fruit de leurs travaux, en les appliquant à des objets d'une plus grande importance.

Un des principaux objets du voyage de M. l'Abbé de la Caille au cap de Bonne-espérance, étoit de déterminer avec précision les parallaxes de la Lune & de quelques-unes des Planètes.

Hist. 1752.

. O

Dans cette vûe, le Roi avoit jugé à propos d'envoyer à Berlin M. de la Lande, pour y faire les observations dont la comparaison avec celles de M. l'Abbé de la Caille devoit donner les éclairciffemens desirés sur cette matière.

En arrivant à Berlin, le premier soin de M. de la Lande fut de se procurer un lieu commode pour placer ses instrumens, & nous ne pouvons nous dispenser de parler ici du zèle avec lequel l'Académie royale des Sciences de Berlin en général, & M. de Maupertuis en particulier, se voulurent bien prêter à tout ce qui pouvoit contribuer au succès des opérations.

Après avoir pris de ce côté les précautions les plus grandes, précautions qu'il a poussées jusqu'à vouloir s'assurer de l'épaisseur du fil de soie qui servoit de pinnule au foyer de sa lunette, & en tenir compte, une des premières observations de M. de la Lande fut celle de la hauteur du pôle de Berlin. Cette hauteur avoit été déjà mesurée par M. Kies, qui l'avoit déterminée de $52^{\text{d}} 31' 0''$; mais comme cet Astronome ne s'étoit servi dans cette recherche que d'un quart-de-cercle de deux pieds de rayon, M. de la Lande crut devoir vérifier cet important élément avec un instrument plus grand; & par plusieurs observations de la plus grande & de la moindre hauteur de la polaire, il la trouva de $52^{\text{d}} 31' 13''$, détermination peu différente, comme on voit, de celle qu'avoit fixée M. Kies, mais qui étoit cependant nécessaire pour donner à la latitude observée de Berlin, toute la certitude dont on avoit besoin.

La longitude de cette même ville fut examinée avec le même soin, & déterminée de $44' 15''$ à l'orient de Paris, au lieu de $44' 25''$ dont on la faisoit communément: on conçoit aisément combien il étoit important de bien connoître cet élément, pour tenir un compte exact du mouvement de la Lune pendant le temps qui s'écouloit depuis son passage au méridien du Cap, jusqu'à ce qu'elle fût à celui de Berlin, & réduire ainsi les observations au même point où elles auroient été si elles avoient été faites sous un même méridien.

Pour éviter dans l'observation des hauteurs absolues les erreurs qui pouvoient venir de la part de l'instrument, M. de la Lande a toujours eu l'attention de comparer la Lune à une ou plusieurs étoiles, autant qu'il étoit possible, de la première grandeur ; & pour réduire au centre de la Lune les distances observées de l'un de ses bords, il employoit les diamètres mesurés à Paris avec un excellent micromètre.

Avec toutes ces précautions, M. de la Lande commença ses observations le 29 Novembre 1751 ; l'Académie les a publiées dans son dernier volume *, & on trouvera dans celui-ci celles qui ont eu leurs correspondantes au Cap, & desquelles on peut par conséquent déduire la parallaxe partielle de la Lune, ou l'angle sous lequel étoit vûe de la Lune la corde du globe terrestre qui joint le cap de Bonne-espérance & Berlin, ou plutôt celle qui joint les latitudes de ces deux places dans un même méridien.

* Voy. *Mém.*
année 1751,
p. 457.

La proximité de cette planète à la Terre est assez grande pour que les deux Observateurs placés l'un à Berlin & l'autre au Cap, la vissent répondre à des points du ciel sensiblement différens, & cette différence est l'angle duquel nous venons de parler, ou la parallaxe de la Lune qui répond à la corde qui joint les deux latitudes : cette parallaxe est immédiatement connue par observation.

Mais cette corde n'est pas le demi-diamètre de la Terre ; & par conséquent la parallaxe trouvée n'est pas la parallaxe horizontale, qui n'est autre chose que l'angle sous lequel ce rayon est vû de la Lune, & il est question de l'en conclure.

Rien ne seroit plus facile, si la Terre étoit parfaitement sphérique ; la circonférence du méridien étoit alors un cercle, il seroit toujours aisé de déduire de l'angle sous lequel seroit vûe de la Lune une de ses cordes, celui sous lequel seroit vû aussi le demi-diamètre.

Mais il est bien certain que la Terre n'est pas exactement sphérique, & que par conséquent la circonférence du méridien est une courbe différente du cercle ; il suit de là que si on veut regarder chaque degré comme un arc de cercle,

chaque degré aura aussi un rayon différent, & que le cercle étant la seule figure dans laquelle les perpendiculaires à sa surface se réunissent au centre, aucun des rayons du sphéroïde ne tendra au sien, mais que tous ces rayons décriront par leurs extrémités aux environs de ce centre une courbe qu'on nomme *gravicentrique*, dont la nature dépend de celle de la courbe qui forme la circonférence du méridien. Nous ne remettons ici que très-sommairement toute cette théorie sous les yeux du lecteur, parce que nous l'avons exposée fort au long dans l'Histoire de l'année dernière *, à laquelle, pour éviter des redites inutiles, nous le prions de vouloir bien recourir.

* Voy. Hist.
1751, p. 152.

Il est bien certain que pour déduire de la parallaxe observée aux deux extrémités d'une corde quelconque d'un méridien, celle qui appartiendrait au rayon de la Terre, il faut connoître la longueur de ce rayon; ce qui exige non seulement la connoissance de la proportion qui se trouve entre le diamètre de l'équateur & celui qui passe par les poles, mais encore celle de la courbure qu'on donne à la circonférence du méridien.

Ni l'une ni l'autre de ces quantités ne peut être regardée comme absolument déterminée. M. Newton fait d'après sa théorie le demi-axe & le rayon de l'équateur dans la proportion de 229 à 230, & donne au méridien une courbure elliptique. Les observations modernes donnent pour le rapport entre ces deux mêmes quantités celui de 178 à 179, & M. Bouguer pense qu'en faisant de la circonférence du méridien une courbe telle que les accroissemens des degrés fussent comme les quatrièmes puissances des sinus des latitudes, on parviendrait à représenter plus exactement la grandeur des trois degrés mesurés sous l'Équateur, en France & en Lapponie. La première de ces hypothèses est plus simple, mais la seconde approche beaucoup plus de la vérité: nous disons approche, car M. de la Lande croit que pour la faire quadrer exactement aux degrés observés, il faudroit faire à ces derniers des corrections assez considérables; & si

par ce moyen on s'écartoit des observations, on auroit aussi l'avantage de se rapprocher beaucoup de l'aplatissement de la Terre, déterminé par la théorie de M. Newton.

M. de la Lande a calculé la parallaxe horizontale de la Lune sous l'Équateur, dans l'une & l'autre hypothèse, & toutes deux l'ont toujours donnée la même, à peu de secondes près; ce qui doit détruire tout le soupçon d'incertitude que ce que nous venons de dire pourroit jeter sur le résultat des observations: il a fait ensuite la même chose pour Berlin; car, suivant ce que nous avons dit de l'inégalité des rayons terrestres, la parallaxe horizontale doit être différente à différentes latitudes: enfin il n'a rien négligé pour tirer tout le parti possible de ses observations, & de celles de M. l'Abbé de la Caille.

La parallaxe de la Lune étant une fois déterminée pour quelques points connus de son orbite, il ne faudroit plus, selon M. de la Lande, qu'une suite complète d'observations de son diamètre dans toutes ses situations différentes, pour avoir la figure de l'orbite de cette planète; il a déjà préparé pour cela des instrumens, & il se propose de faire ces observations avec une très-grande exactitude: on peut aisément juger du degré de certitude qu'elles jeteront sur la théorie de cette planète.

Tandis que M. de la Lande observoit à Berlin, M. Bradley faisoit aussi à Londres des observations correspondantes à celles de M. l'Abbé de la Caille. La réputation que cet illustre Astronome s'est si justement acquise, nous dispense d'entrer dans aucun des détails propres à en faire connoître l'exactitude; nous nous contenterons de parler ici de celles que M. de l'Isle, auquel il les avoit adressées, a comparées avec celles du Cap pour en tirer la parallaxe de Mars. V. les M. page 424.

On voit aisément qu'il ne peut être question dans cette recherche, d'aucune des variations qu'introduit dans la parallaxe de la Lune l'inégalité des rayons du Globe terrestre: la Terre, qui vûe de cette dernière planète paroît un sphéroïde

fenfiblement aplati, doit, étant vû de Mars, paroître très-parfaitement sphérique; mais aussi la parallaxe de Mars beaucoup moindre, exige de la part des observateurs une plus grande précision. En comparant aux observations de M. Bradley six de celles de M. l'Abbé de la Caille, qui en sont les correspondantes, on trouve l'angle à Mars formé par les rayons visuels des deux observateurs, menés au même point de Mars: cet angle a pour base la corde du méridien qui joint les latitudes du Cap & de Berlin, & en le réduisant à celui sous lequel le rayon de la Terre seroit vû de Mars, on a la parallaxe horizontale.

Comme la distance de Mars varioit d'une observation à l'autre, on a été obligé de tenir compte du changement que cette variation de distance apportoit dans la parallaxe horizontale conclue de chaque observation, & après toutes les réductions, M. de l'Isle trouve six parallaxes ou résultats qui diffèrent très-peu les uns des autres, sur-tout si on en rejette deux qui s'accordent moins bien avec les quatre autres; & en prenant un milieu, il trouve enfin la parallaxe horizontale de Mars de 27", plus grande seulement de 3" que celle qui avoit été déterminée en 1706 * par M. Maraldi, par une méthode tout-à-fait différente, & dans d'autres circonstances.

Comme la proportion des distances de la Terre & de Mars au Soleil est assez précisément connue, la parallaxe de Mars déterminée, on conclut aisément celle du Soleil, & M. de l'Isle la détermine de 10" $\frac{1}{2}$ ou environ. Jamais les distances absolues n'avoient été recherchées par une méthode plus directe & moins sujette à erreur.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires,
 Les Observations des éclipses de quelques étoiles par
 la Lune, par M. le Monnier.
 L'Observation de l'éclipse de Lune du 2 Décembre 1751,
 par M. de Thury.
 Les Observations astronomiques faites au Collège Mazarin

V. les Mém.
 page 115.

page 221.

page 496.

* Voyez Hist.
 1706, p. 95.