# DÉTERMINATION

## THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE

## DES FORCES

*Qui ramènent différentes aiguilles aimantées à saturation, à leur méridien magnétique,*

Par le citoyen Coulomb.

Lu le 26 prairial an 7.

1. Dans les différens mémoires que j'ai présentés à la ci-devant Académie des sciences, j'ai trouvé, au moyen de ma balance de torsion, par des expériences qui paroissent décisives, les principales lois de l'action des élémens du fluide magnétique.

2. Il résulte de ces expériences que, quelle que soit la cause des phénomènes magnétiques, tous ces phénomènes pouvoient s'expliquer et être soumis au calcul, en supposant dans les lames d'acier ou dans leurs molécules, deux fluides aimantaires, les parties de chaque fluide se repoussant en raison directe de leur densité, et en raison inverse du carré de leur distance, et attirant les molécules de l'autre fluide dans le même rapport;

en sorte que chaque lame de fer ou d'acier renferme dans chaque molécule, avant d'être aimantée, une quantité des deux fluides suffisante pour se saturer ou s'équilibrer mutuellement, que les deux fluides ainsi réunis n'exercent plus aucune action l'un sur l'autre.

3. Il résulte de cette supposition que tout l'art d'aimanter une lame consiste à séparer les deux fluides, et j'ai prouvé dans les mémoires que je viens de citer, que, soit qu'ils soient seulement séparés dans chaque molécule de l'acier, soit qu'ils soient transportés d'une extrémité de la lame à l'autre, les résultats étoient les mêmes quant au calcul.

4. Mais comme ces deux fluides supposés séparés dans les lames aimantées, agissent pour se réunir; ils se réuniroient effectivement, s'il n'y avoit pas dans les lames aimantées quelque force qui empêchât cette réunion. La supposition la plus simple pour satisfaire à cette condition, est une force d'adhérence de ce fluide aux molécules de l'acier, qui l'empêche de se déplacer. Mais si cette force d'adhérence existe, elle a une limite : ainsi toutes les fois que l'action du fluide magnétique sur une molécule de ce fluide, sera plus considérable que son adhérence à l'acier, cette molécule se déplacera, et ce déplacement continuera jusqu'à ce qu'il y ait égalité entre les forces qui agissent sur chaque molécule aimantaire pour la déplacer, et la force d'adhérence qui s'oppose à ce déplacement.

5. Il résulte de l'article qui précède que la distribution du fluide magnétique dans une lame aimantée,

offre au calcul un problême indéterminé; car ce fluide peut être distribué de toutes les manières possibles, pourvu qu'il n'y ait aucun point dans la lame où l'action qui tend à le déplacer soit plus grande que l'adhérence du fluide aux molécules de l'acier. Parmi toutes les suppositions que l'on peut faire pour la distribution de ce fluide, et qui rendent ce problême déterminé, il en est une où l'on peut dire que l'aiguille est aimantée à saturation: c'est celle où chaque point du fluide éprouve de la part de tout le fluide de la lame une action qui tend à le déplacer, précisément égale à celle que la cohérence oppose à ce déplacement. Cette condition détermine, comme on voit, la disposition du fluide, et pour lors la question peut être soumise au calcul.

6. L'on parvient à aimanter à saturation, ou au moins à approcher très-près de cet état dans les lames d'acier, soit par la méthode de la double touche, soit par celle dont j'ai fait usage (1). Par cette dernière méthode, le fluide magnétique est transporté d'une extrémité de la lame à l'autre, et est par conséquent séparé par les forces réunies des poles opposés de quatre forts aimans. Lorsqu'on sépare ensuite la lame aimantée des aimans, le fluide se trouve avoir, aux extrémités de la lame, plus de densité que dans l'état de saturation, c'est-à-dire que tout le fluide répandu dans la lame agit sur chacune de ses molécules avec une force plus grande que la résistance qu'oppose l'adhérence: ainsi le fluide aimantaire

(1) Volume de l'Académie des sciences pour 1789, p. 504.

se déplace de chaque point de l'aiguille, jusqu'à ce qu'il y ait par-tout égalité entre l'action qui tend à le déplacer, et l'adhérence qui s'oppose à ce déplacement.

Il arrive quelquefois dans des lames qui sont très-longues, relativement à leurs autres dimensions, et surtout dans celles qui sont fortement trempées, qu'il se forme plusieurs centres aimantaires; ou que le centre aimantaire ne se place pas au milieu de l'aiguille. Nous rendrons compte de cet effet dans un autre mémoire; nous dirons seulement que c'est à cette difficulté de placer le centre magnétique dans le centre de gravité des lames, que l'on doit attribuer un fait absolument nécessaire de connoître dans la construction des aiguilles de boussole. Voici en quoi il consiste. Lorsque l'on trempe à blanc une lame d'acier longue et peu épaisse, qui auroit, par exemple, 330 millimètres de longueur, 10 millimètres de largeur et 1 millimètre d'épaisseur, l'on trouve que la force directrice qui la ramène dans *son méridien est beaucoup moins* grande que lorsque l'aiguille est revenue à consistance de ressort. Le contraire a lieu dans les petites aiguilles : il faut, pour que le moment de force directrice soit un *maximum*, qu'elle soit trempée rouge-blanc. J'avois déjà trouvé une partie de ces faits (1); mais j'avois pour lors trop généralisé les résultats. Je serai obligé d'y revenir dans un ou deux mémoires qui suivront immédiatement celui-ci, et qui termineront le travail que j'ai entrepris

(1) Volume de l'Académie pour 1789, p. 494.

sur les lois du magnétisme et leurs usages dans la construction des aiguilles aimantées.

7. Je reviens à l'objet du mémoire que je soumets aujourd'hui au jugement de l'Institut. Dans une des expériences décrites dans le mémoire que je viens de citer, j'avois réuni en faisceaux plusieurs aiguilles de fil de fer, et en les aimantant à saturation ainsi réunies, j'avois trouvé qu'en formant des faisceaux semblables, ou, ce qui revient au même, dont toutes les dimensions correspondantes fussent proportionnelles, ces faisceaux étoient ramenés au méridien magnétique par des forces dont le momentum étoit comme le cube des dimensions semblables. J'avois ensuite tâché de prouver, par une méthode de tâtonnement, que, relativement à l'axe de deux cylindres aimantés à saturation, la théorie donnoit le même résultat.

J'ai aujourd'hui pour objet de prouver que, quelle que soit la figure de deux aiguilles aimantées, pourvu que les figures soient semblables, c'est-à-dire les parties correspondantes proportionnelles entre elles, il résulte de l'expérience que le momentum de leur force directrice vers le méridien magnétique est comme le cube de leurs dimensions correspondantes.

Je prouverai ensuite, par une méthode rigoureuse, que, d'après la théorie que je viens d'expliquer, ce résultat doit avoir lieu. La réunion de ces deux preuves ne laissera plus de doutes, non sur les causes du magnétisme, qui offriront toujours un champ vaste à tous les systèmes, mais sur les lois d'après lesquelles l'on doit calculer et déterminer d'une manière rigoureuse tous les phénomènes magnétiques.

*Première expérience.*

8. J'AI tiré d'une même planche d'acier laminé deux aiguilles parallélogrammatiques ; elles avoient 250 millimètres de longueur, 30 millimètres de largeur, et à peu près un millimètre d'épaisseur.

L'on a réuni par leur plan ces deux aiguilles, en liant fortement les deux extrémités, de manière à les contenir en contact ; on les a pour lors aimantées à saturation, on les a placées dans la balance de torsion dont nous parlerons tout à l'heure, et l'on a trouvé que pour les retenir à 27 degrés de distance de leur méridien, il a fallu une force de torsion de 332 degrés.

*Seconde expérience.*

9. J'AI coupé dans la même planche d'acier une troisième lame, qui avoit précisément la moitié de la longueur et de la largeur de la première. Comme elle avoit été tirée de la même planche, elle avoit nécessairement la moitié de l'épaisseur des deux lames réunies. Cette lame étant aimantée à saturation, il a fallu une force de torsion de 42 degrés pour la retenir, comme la première, à 27 degrés de son méridien magnétique.

*Explication et résultat de cette expérience.*

10. J'AI expliqué, dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1789, tous les détails de la construction d'une

balance de torsion fondée sur les lois de la force de torsion des fils de métal. Voici le précis de cette construction. Lorsqu'on suspend à un fil de métal très-fin un cylindre, de manière que l'axe de ce cylindre se trouve dans la prolongation du fil et du point d'attache, il y aura une position où ce cylindre s'arrêtera, et c'est celle où la torsion du fil est nulle; mais si, sans déranger l'axe de la situation verticale où il se trouve, l'on fait tourner ce cylindre autour de cet axe, le fil se tordra, et la force de torsion, lorsqu'on lâchera le cylindre, l'obligera de tourner et de faire des oscillations autour de cet axe. Or, si l'on observe avec une montre à secondes le temps des oscillations, l'on trouvera que, soit que l'angle de torsion soit seulement de quelques degrés ou de plusieurs cercles, les oscillations seront isocrones; d'où il résulte, par une théorie connue de tous les géomètres, que les forces de torsion d'un même fil sont proportionnelles à l'angle de torsion. La valeur absolue de cette force de torsion se détermine ensuite en poids d'une manière exacte, d'après le temps des oscillations du cylindre, dont on connoît le poids et le rayon. J'ai prouvé (1) qu'en déterminant la force de torsion d'un fil de métal, d'après les oscillations d'un cylindre suspendu à ce fil, et tournant autour de son axe au moyen de cette force de torsion, l'on trouvoit que le moment de cette force étoit égal à $\left(\frac{Pa^2}{2\cdot\lambda}\right)$ multiplié par l'angle

(1) *Mémoires de l'Académie* pour 1784.

de torsion, où $P$ est le poids du cylindre, $a$ son rayon, et $\lambda$ la longueur du pendule qui bat des oscillations isocrones avec les oscillations du cylindre. On trouve dans le volume des *Mémoires de l'Académie* pour 1784, tous les détails d'expérience et de calcul nécessaires pour déterminer la force de torsion des différens fils de suspension relativement à leur longueur, à leur grosseur et à leur nature.

11. Actuellement, pour se servir de la force de torsion d'un fil de métal à déterminer le rapport de la force qui ramène deux aiguilles à leur méridien magnétique, l'on n'a besoin que de savoir que la force de torsion pour le même fil est proportionnelle à l'angle de torsion; d'après cela l'on suspend dans une boîte, horizontalement et successivement au moyen d'un fil de métal, les deux aiguilles aimantées, en faisant en sorte que, lorsque les aiguilles sont dans leur méridien magnétique, la torsion soit nulle. L'on tord ensuite le fil au moyen d'une pince qui le saisit dans sa partie supérieure, et qui porte un index qui mesure l'angle de torsion; l'on fait en sorte, comme dans nos deux expériences, que la torsion soit telle que les lames aimantées se trouvent, dans l'une et dans l'autre, former le même angle avec le méridien magnétique, et pour lors le momentum de la force qui ramène les deux aiguilles au méridien, est proportionnel à l'angle de torsion. L'on sent que pour avoir le véritable angle de torsion, il faut ôter de l'angle que parcourt l'index, celui dont la lame aimantée, entraînée par la force de torsion,

l'éloigne de son méridien. L'on trouvera dans le volume des *Mémoires de l'Académie* pour 1789, tous les détails d'après lesquels on peut déterminer les lois magnétiques au moyen de la balance de torsion : il faut seulement avertir que, dans l'usage de cet instrument, on doit observer les aiguilles à droite et à gauche du méridien, et prendre une moyenne pour corriger l'erreur qui peut résulter, soit de l'incertitude de la ligne méridienne tracée sur le milieu de l'aiguille, soit de l'angle primitif de torsion rélativement à cette méridienne.

12. Voici à présent le résultat de l'expérience qui précède. L'aiguille, composée des deux grandes lames, dans la première expérience, avoit toutes les dimensions doubles de la petite lame de la seconde expérience : ainsi les cubes de ces dimensions étoient entre eux :: 8 : 1. L'on trouve, pour les forces de torsion, les nombres 322 et 41, qui sont très-approchant entre eux :: 81 : 10. Ainsi les momens des forces qui ramènent les deux aiguilles à leur méridien magnétique, sont entre eux comme le cube de leurs dimensions homologues.

*Troisième expérience.*

13. J'AI réuni trois lames semblables aux deux de la première expérience, et pour éloigner cette aiguille ainsi composée, de 21 degrés de son méridien, j'ai trouvé qu'il falloit une torsion de 340 degrés.

*Quatrième expérience.*

14. Une lame tirée de la même planche, mais qui n'avoit que le tiers de la largeur et de la longueur des trois précédentes, a été retenue à 21 degrés de son méridien par une force à peu près de 13 degrés $\frac{1}{2}$.

15. Dans les deux dernières expériences, les cubes des dimensions homologues sont entre eux :: 27 : 1. Les forces de torsion sont entre elles dans un rapport un peu plus grand que 25 à 1, quantités que l'on peut regarder comme très-approchées dans des expériences de ce genre.

16. Enfin, pour n'avoir aucun doute sur la continuité de cette loi, j'ai voulu comparer entre elles des aiguilles, soit parallélogrammatiques, soit cylindriques, dont le rapport des cubes fût représenté par un très-grand nombre, comme, par exemple, 150 à 1. D'ailleurs, dans les expériences précédentes, mes premières aiguilles étoient de plusieurs pièces, et je voulois comparer entre elles des aiguilles d'une seule pièce, pour savoir si les aiguilles ou les aimans, composés d'une ou de plusieurs pièces, avoient la même force que les autres; mais je me suis aperçu, d'après les résultats des expériences qui précèdent, qu'en plaçant de très-petites aiguilles dans la chappe de la balance magnétique qui est destinée à porter ces aiguilles, je n'aurois, en éloignant ces petites aiguilles de 20 à 30 degrés de leur méridien, que des angles de torsion très-petits, et que les erreurs de

l'observation mettroient pour lors de l'incertitude dans les résultats. Je me suis déterminé, dans ce dernier cas, à me servir de la méthode des oscillations qui convient pour ce genre d'expérience, et dont le calcul est très-facile lorsqu'on ne veut comparer entre elles que des figures simples qui ont dans toute leur longueur le même nombre de fibres égaux.

17. Voici en quoi consiste cette méthode. Euler avoit trouvé avant moi, et j'ai développé cette théorie dans le neuvième volume des *Mémoires des Savans étrangers*, que lorsqu'une aiguille aimantée, de forme, soit parallélogrammatique, soit cylindrique, oscille en formant des angles peu considérables avec le méridien magnétique, le moment des forces qui la ramènent à ce méridien étoit assez exactement représenté par la formule (1) $\frac{Pl^2}{3\lambda}$, multiplié par l'angle dont elle est éloignée de ce méridien, où $P$ est le poids de l'aiguille, $l$ la moitié de

---

(1) Voici la démonstration de ce résultat. Dans la *fig.* 4, $ab$ représente le méridien magnétique; $ACB = A$, l'angle que forme l'aiguille avec son méridien, lorsqu'elle commence à osciller autour de son centre $C$, angle que l'on suppose très-petit; $\varphi$ la force aimantaire de la terre qui agit sur le point $\mu$ parallélement au méridien magnétique; $NC$ la position de l'aiguille au bout du temps $t$:

$$ACN = s; \quad NCa = (A - s); \quad C\mu = r.$$

$\mu$ étant une molécule aimantaire placée en $\mu$, l'on a pour le moment de l'action de la terre qui ramène l'aiguille à son méridien $CA$,

$$(A - s)\, dt \int \varphi \mu r;$$

et $u$ étant la vitesse angulaire, l'on aura $rdu$ pour l'accélération du point $\mu$, sa longueur, et $\lambda$ la longueur d'un pendule qui battroit les oscillations isocrones à celle de l'aiguille.

Ainsi si, dans les expériences où nous voulons comparer deux aiguilles semblables, nous fesons $P$ le poids de la première, $l$ sa longueur, et $\lambda$ le pendule qui bat des oscillations isocrones aux vibrations de cette aiguille; $P'$, $l'$ et $\lambda'$ les quantités correspondantes de la seconde

---

et $du. \int \mu r^2$ pour le moment d'accélération de toute l'aiguille; d'où résulte $(A - s) \int \varphi \mu r.\, dt = du \int \mu r^2$, ou

$$(A - s)\, dt\, \frac{\int \varphi \mu r}{\int \mu r^2} = du.$$

Mais si un pendule ordinaire oscille, l'on a

$$(a' - s')\, dt\, \frac{g}{L} = du.$$

Ainsi, si l'on suppose, ce qui est très-permis, les deux équations identiques, l'aiguille et le pendule feront leur oscillation dans le même temps, et l'on aura dans ce cas

$$\frac{\int \varphi \mu r}{\int \mu r^2} = \frac{g}{L}.$$

Mais si $h$ est la surface qui représente la section de l'aiguille, section dont on suppose les dimensions très-petites relativement à la longueur de l'aiguille, l'on aura $\int \mu r^2 = \int h r^2 . dr$, dont l'intégrale est $\left(\frac{h r^3}{3}\right)$, et $R$ étant la moitié de la longueur de l'aiguille, l'on aura pour l'aiguille entière $\frac{2 h R R^2}{3}$; ainsi $\int \varphi \mu r = g 2 h R \frac{R^2}{3 L}$; et comme $g 2 h R$ représente le poids de l'aiguille, l'on a $\int \varphi \mu r = \frac{P R^2}{3 L}$, quantité qui représente le momentum de l'action magnétique que la force aimantaire de la terre exerce pour ramener l'aiguille à son méridien magnétique.

aiguille ; si l'on nomme $\varphi$ le moment magnétique de la première, et $\varphi'$ celle de la seconde, l'on aura

$$\frac{\varphi}{\varphi'} = \frac{P\, l^2 .\, \lambda'}{P'\, l'^2 .\, \lambda}.$$

Mais comme la longueur de deux pendules est dans le rapport du carré du temps des oscillations, si $T$ est le temps où la première aiguille fait un certain nombre d'oscillations, et $T'$ celui où la seconde fait le même nombre d'oscillations, l'on aura $\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{T^2}{T'^2}$; ainsi

$$\frac{\varphi}{\varphi'} = \frac{P\, l^2 .\, T'^2}{P'\, l'^2 .\, T^2}.$$

*Mais comme nous voulons comparer ici des aiguilles*, soit parallélogrammatiques, soit cylindriques, de dimensions semblables, il en résulte que $\frac{P}{P'} = \frac{l^3}{l'^3}$; ainsi

$$\frac{\varphi}{\varphi'} = \frac{l^5 .\, T'^2}{l'^5 .\, T^2}.$$

Et si $\frac{\varphi}{\varphi'}$ étoit, ainsi que nous l'avons trouvé, par les expériences qui précèdent, proportionnel à $\frac{l^3}{l'^3}$, l'on auroit, d'après cette formule,

$$\frac{l^3}{l'^3} = \frac{l^5 .\, T'^2}{l'^5 .\, T^2}, \text{ ou } \frac{l'}{l} = \frac{T'}{T};$$

c'est-à-dire qu'en supposant que les momens des forces magnétiques de deux aiguilles de dimensions semblables soient, ainsi que les expériences précédentes nous l'ont indiqué, proportionnels au cube de ces dimensions, on doit trouver les temps des oscillations proportionnels aux longueurs des lames.

Il sera facile par conséquent de vérifier, par ce rapport très-simple, si la loi qui nous a été indiquée dans les précédentes expériences, existe encore lorsque le nombre qui représente le raport des cubes de ces dimensions est très-grand.

*Cinquième expérience.*

18. J'AI pris deux lames parallélogrammatiques rectangles d'acier fondu : la première pesoit 100.31 grammes; la seconde, 0.61 gramme. Les racines cubes de ce poids sont entre elles : : *5.5* : 1.0; c'est aussi le rapport que l'on a donné à leurs dimensions semblables. La première avoit 321 millimètres de longueur, la seconde avoit 58 millimètres; les autres dimensions étoient dans le même rapport. *Ces lames aimantées toutes deux à saturation*, la première a fait 30 oscillations dans 300", la seconde a fait 30 oscillations dans *55*".

*Résultat de cette expérience.*

19. SI l'on prend la racine cube du poids des deux aiguilles, nous trouvons ces racines très-approchant : : *55* : 10; les longueurs, les largeurs et les épaisseurs étant dans les mêmes proportions, nous trouverons le temps d'un même nombre d'oscillations : : 300 : *55*, très-approchant : : *55* : 10. Ainsi les temps d'un même nombre d'oscillations étant comme la longueur des aiguilles, il résulte du calcul de l'article précédent que

les momens des forces directrices sont entre eux comme les cubes des dimensions.

Les cubes des dimensions, et par conséquent le rapport des forces, se trouve ici : : 164 : 1 ; ce qui ne laisse aucun doute sur la vérité du résultat que nous établissons d'après l'expérience.

*Sixième expérience.*

20. J'AI pris deux aiguilles cylindriques d'excellent acier fondu, telles qu'on les trouve répandues dans le commerce.

La première pesoit 46.388 grammes; sa longueur étoit de 322 millimètres. La petite pesoit 2.159 grammes; elle avoit 115 millimètres de longueur.

La grosse aiguille a fait 10 oscillations en 90″; la petite aiguille a fait 10 oscillations dans 32″.

*Résultat de cette expérience.*

21. LE rapport des racines cubes des poids des deux aiguilles est approchant : : 28 : 10 ; celui des longueurs des aiguilles : : 28 : 10; celui d'un même nombre d'oscillations : : 90 : 32 : : 28 : 10.

Ces trois rapports calculés rigoureusement, en employant un plus grand nombre de chiffres, sont si rapprochés que, dans des expériences de ce genre, on peut les regarder comme égaux.

22. Je n'augmenterai pas inutilement ce mémoire d'un

nombre d'expériences qui toutes m'ont donné le même résultat; je préviens seulement que, pour les faire réussir, il faut absolument que les aiguilles soient dans le même état, c'est-à-dire, ou recuites rouge-blanc, ou trempées rouge-blanc. Le premier état est préférable; 1°. parce que dans les aiguilles ainsi recuites, à moins qu'elles n'aient une très-grande longueur relativement aux autres dimensions, il est très-rare que leur centre aimantaire ne les partage pas par le milieu, ou qu'elles aient plusieurs centres. C'est ce qu'il faut toujours vérifier avant de faire la comparaison des expériences.

En second lieu, c'est que s'il est très-difficile de saisir, en trempant deux aiguilles, précisément le même degré de trempe; il est encore plus difficile, en les faisant recuire jusqu'à l'état de ressort, de leur donner le même degré de recuit : et pour lors, l'état de l'acier n'étant pas le même dans les deux aiguilles, l'adhérence des molécules aimantaires à celle de l'acier, n'est pas la même.

22. Il me reste, pour remplir l'objet de ce mémoire, à faire voir l'accord du calcul théorique avec les expériences qui précèdent.

Les *fig.* 1 et 2 représentent deux parallélépipèdes dont les côtés sont homologues. Je choisis ces figures à cause de leur simplicité. L'on verra tout-à-l'heure que, quels que soient les corps que l'on compare entre eux, pourvu que les deux figures soient semblables, la démonstration qui va suivre pourra s'y appliquer.

Je rapporte un point quelconque $\mu$ aux trois coordonnées perpendiculaires l'une à l'autre, et parallèles aux faces du parallélépipède. Je fais $cp = x$, $pq = y$, et $qu = z$.

Je prends ensuite dans le parallélépipède $A' B' D' F'$ un point $c'$, placé d'une manière homologue au premier.

Je divise chaque parallélépipède en un nombre infini de parallélépipèdes semblables aux parallélépipèdes $ABDF$, $A' B' D' F'$; en sorte que chaque parallélépipède en contient un nombre égal.

D'après ces suppositions, l'action d'une molécule élémentaire placée en $\mu$ sur le point $c$, sera représentée par la masse de cette molécule multipliée par sa densité, et divisée par le carré de sa distance.

Et si l'on décompose cette force parallélement à l'axe $cP$, l'on aura la force décomposée suivant la direction de cet axe, égale à

$$\frac{\delta\, dx\, dy\, dz\, x}{(xx + yy + zz)^{\frac{3}{2}}}.$$

Où $\delta$ est la densité du fluide magnétique en $\mu$. L'on aura pour le petit parallélépipède, en nommant les mêmes lettres avec un accent, les quantités correspondantes,

$$\frac{\delta'\, dx'\, dy'\, dz'\, x'}{(x'^2 + y'^2 + z'^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Mais puisque les molécules sont supposées, dans les deux parallélépipèdes, en égal nombre et semblables aux parallélépipèdes qu'ils composent, il résulte de cette supposition que

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'} = \frac{l}{l'} = \frac{dx}{dx'} = \frac{dy}{dy'}, \text{ etc.}$$

où $l$ et $l'$ sont les longueurs des deux parallélépipèdes. Ainsi la force qui agit dans le second parallélépipède devient

$$\frac{\delta' l'}{l} \cdot \frac{(x\, dx\, dy\, dz)}{(xx + yy + zz)^{\frac{3}{2}}}.$$

D'où il résulte que l'action d'une molécule aimantaire, dans le premier parallélépipède sur le point $c$, est à l'action correspondante, dans le second parallélépipède sur un point $c'$, semblablement placé :: $\delta : \frac{\delta' l'}{l}$.

Mais nous observerons que les deux parallélépipèdes contiennent chacun un même nombre de parallélépipèdes semblables et placés semblablement, relativement aux points $c$ et $c'$, et que l'adhérence étant la même dans les deux parallélépipèdes, il faut que la somme des actions de toutes les molécules aimantaires qui agissent suivant $pc$ dans le grand parallélépipède, soit égale à l'action aimantaire qui agit semblablement sur le point $c'$ dans le petit parallélépipède : ce qui aura lieu si l'on suppose que les molécules correspondantes dans les deux parallélépipèdes, exercent sur les points $c$ et $c'$ une action égale ; d'où résulte $\delta' l' = \delta l$.

Ainsi les densités magnétiques des points correspondans dans deux parallélépipèdes semblables, sont entre elles en raison inverse des longueurs de ces deux parallélépipèdes.

23. Il faut actuellement prouver que, d'après ce rapport des densités, les momens des forces magnétiques

qui ramènent deux aiguilles semblables à leur méridien, sont entre eux comme les cubes des dimensions homologues.

Dans la *fig.* 3, $NS$ représente le méridien magnétique, $ag$ une fibre longitudinale prise dans la longueur de l'aiguille, $\mu$ une molécule de cette fibre, sur laquelle la force magnétique de la terre agit suivant $\mu f$, parallèle au méridien magnétique; mais comme le centre d'action de la terre est à une distance que l'on peut regarder comme infinie, relativement à la longueur $ga$ de l'aiguille, il en résulte qu'elle sera par-tout proportionnelle à la densité du fluide de la molécule $\mu$, multipliée par son volume. Le momentum de cette force, si l'aiguille forme l'angle $AcN$ avec son méridien magnétique, sera égal à $\delta \mu c \mu.\ sin.\ acN$.

Si l'on compare ce premier résultat avec ce qui auroit lieu pour une fibre correspondante, et semblablement placée dans le petit parallélépipède, l'on auroit pour cette fibre correspondante $\delta' \mu' c u'.\ sin.\ acN$.

Ainsi les momens des deux molécules correspondantes dans les deux parallélépipèdes, sont entre elles pour un même angle $acS :: \delta.\ c\mu.\ \mu : \delta'.\ c'\mu'.\ \mu'$; mais les molécules étant semblables aux parallélépipèdes, $\frac{\mu}{\mu'} = \frac{l^3}{l'^3}$ et $\frac{cu}{c'\ \mu'} = \frac{l}{l'}$. Nous avons trouvé tout-à-l'heure que $\delta l = \delta' l'$ : ainsi nous aurons $\delta c\mu.\ \mu : \delta' c'\mu'.\ \mu' :: \delta l^4 : \delta' l'^4 :: l^3 : l'^3$, comme l'expérience nous l'avoit primitivement appris.

Ainsi il résulte également de l'expérience et de la théorie, que deux parallélépipèdes d'acier de même nature, et au même degré de recuit et de trempe, ont les momens de leurs forces directrices comme les cubes de leurs dimensions homologues.

24. Nous avons cru nécessaire de présenter la théorie qui précède dans un exemple particulier où les calculs élémentaires sont très-simples; mais il est facile de sentir, et cette remarque n'est pas pour ceux qui sont habitués à traiter ces sortes de questions, que le même résultat a lieu dans tous les corps de figures semblables, puisque l'on peut toujours prendre des points semblablement placés dans les deux corps semblables, et supposer chaque corps divisé en molécules dont la masse soit proportionnelle à la masse totale du corps; ce qui donnera en même temps un égal nombre de molécules dans chaque corps, et tous les résultats qui précèdent. C'est encore ce que l'expérience prouve : car en comparant entre elles des aiguilles aimantées de figures semblables, telles que celles dont on est dans l'usage de se servir dans les boussoles, qui sont ordinairement, ou des parallélépipèdes rectangles longs et applatis, ou des aiguilles cylindriques, ou des aiguilles en flèches, plates ou coniques, j'ai toujours trouvé que les momens de leurs forces directrices étoient comme le cube des dimensions homologues.

25. Lorsque l'on compare entre elles deux aiguilles semblables, mais qui ne sont pas de la même nature,

pour lors l'adhérence du fluide dans les molécules des deux aiguilles d'acier, n'est pas la même, et, dans les résultats de l'article 23, au lieu de faire $\delta l = \delta' l'$, il faut, pour que l'équilibre subsiste, faire $\delta l : \delta' l' :: A : A'$, ou $\delta l A' = \delta' l' A$, en supposant $A$ la force d'adhérence dans la première aiguille, et $A'$ celle de la seconde; et pour lors, pour avoir le rapport des momens de la force directrice, il faudra mettre, au lieu de $\delta' l' = \delta l$, $\delta' l' = \frac{A' \delta l}{A}$; ce qui donne le rapport des momens des forces magnétiques des deux aiguilles semblables, mais de nature différente $:: \delta l^4 : \frac{A'}{A} \delta l\, l'^3 :: A l^3 : A' l'^3$. Ainsi, dans deux aiguilles semblables, mais de nature différente, les momens de la force directrice sont entre eux en raison composée de l'adhérence du fluide aimantaire aux molécules de l'acier et du cube d'une des dimensions.

26. La méthode analytique que je viens de mettre sous les yeux de l'Institut est entièrement élémentaire; elle *paroît devoir donner lieu à cette observation*. La plus grande partie des questions de physique présentent des phénomènes d'attraction, de répulsion et de cohésion, dont il est presque toujours plus curieux qu'utile de connoître les causes, et nous y parvenons rarement; mais il n'en est pas de même des lois d'attraction et de répulsion, suivant lesquelles les corps agissent les uns sur les autres. Ces lois une fois connues, quelle que soit la position des molécules, si cette position est

Fig. 1.

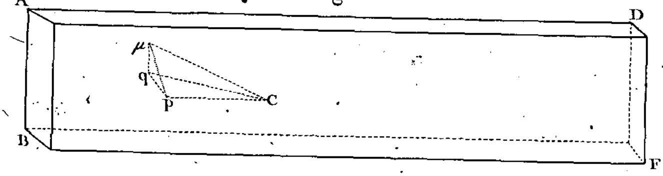



Fig. 2.

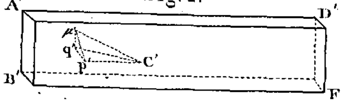



Fig. 3.

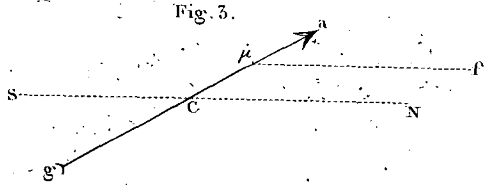
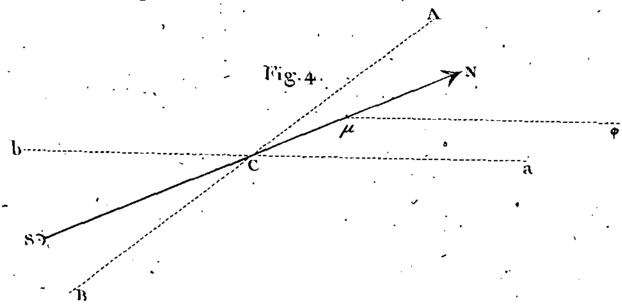



Fig. 4.




Gravé par E. Collin.

donnée, la question se réduit à un problême d'analyse le plus souvent très-difficile à résoudre, sur-tout lorsque beaucoup d'élémens agissent les uns sur les autres suivant des lois différentes; mais il y a presque toujours dans chaque question des points de vue qui les simplifient, et qui sont suffisans pour vérifier les lois qui servent de base aux calculs, et dans lesquels une analyse souvent élémentaire peut avoir prise.