

**SECONDE MÉMOIRE**

S U R

**L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.**

*Où l'on détermine, suivant quelles loix le Fluide magnétique, ainsi que le Fluide électrique, agissent, soit par répulsion, soit par attraction.*

Par M. COULOMB.

**L**A balance électrique que j'ai présentée à l'Académie, au mois de Juin 1785, mesurant avec exactitude, & d'une manière simple & directe, la répulsion de deux balles qui ont une électricité de même nature, il a été facile de prouver, en se servant de cette balance, que l'action répulsive de deux balles électrisées de la même nature d'électricité, & placées à différentes distances, étoit très-exactement en raison inverse du carré des distances; mais lorsque j'ai voulu me servir du même moyen pour déterminer la force attractive des deux balles chargées d'une électricité de différente nature, j'ai rencontré, en me servant de cette balance pour mesurer l'attraction des deux balles, un inconvénient dans la pratique, qui n'a pas lieu dans l'opération pour mesurer la répulsion. La difficulté pratique tient à ce que, lorsque les deux balles se rapprochent en s'attirant, la force d'attraction qui croît, comme nous allons bientôt le voir, dans le rapport de la raison inverse du carré des distances, croît souvent dans un plus grand rapport que la force de torsion qui croît seulement comme l'angle de torsion; en sorte que ce n'est qu'après avoir manqué beaucoup d'expériences, que l'on vient à bout d'empêcher les balles qui s'attirent, de se toucher, à moins d'opposer un obstacle idio-électrique au

mouvement de l'aiguille; mais comme notre balance est souvent destinée à mesurer des actions de moins d'un millième de grains, la cohérence de l'aiguille avec cet obstacle, trouble les résultats, & oblige à un tâtonnement, pendant lequel une partie de l'électricité se perd.

La figure 1, & le calcul qui va suivre, vont faire sentir en quoi consistent les difficultés de l'opération, & montreront en même temps les limites dans lesquelles il faut renfermer les expériences pour en assurer le succès.

Que  $acd'$  soit la position naturelle de l'aiguille, lorsque le fil de suspension n'est pas encore tordu;  $a$  représente la balle de bureau, attachée à l'aiguille  $ad'$  de nature idio-électrique;  $b$  est la balle suspendue dans le trou de la balance. Que l'on électrise les deux balles, l'une de l'électricité que l'on nomme *positive*, l'autre de l'électricité que l'on nomme *negative*, elles s'attireront mutuellement; la balle  $a$  de l'aiguille tendant à s'approcher du globe  $b$ , prendra la position  $\phi c\phi'$ ; cette position sera telle, que la force de réaction de torsion représentée par  $ac\phi$ , angle dont le fil de suspension aura été tordu, sera égale à la force attractive des deux balles; & si cette force attractive étoit proportionnelle à la raison inverse du carré des distances, comme nous l'avons trouvée pour la force répulsive, dans notre premier Mémoire, l'on auroit, en faisant  $ab = a$ ,  $a\phi = x$ ,  $D =$  le produit de la masse électrique des deux balles, & les arcs  $a$  &  $x$  assez petits pour qu'ils puissent mesurer la distance des deux balles (autrement il faudroit prendre la corde de cet arc pour la distance, & le cosinus de sa moitié pour le bras de levier); l'on auroit, dis-je, d'après ces suppositions, pour l'équilibre entre l'attraction des deux balles & la réaction de la torsion, la formule

$$nx = \frac{D}{(a-x)^2},$$

ou  $D = nx(a-x)^2$ ; d'où il résulte que lorsque  $x = a$  ou  $0$ , la valeur de  $D$  sera nulle, qu'ainsi il y a un point  $\phi$  entre  $a$  &  $b$ , où la quantité  $D$  est un *maximum*;

D d d ij

le calcul donne pour ce point  $x = \frac{1}{3} a$ . En substituant cette valeur de  $x$  dans la formule qui représente  $D$  dans le cas d'équilibre, l'on aura  $D = \frac{4}{27} n a^3$ ; & par conséquent toutes les fois que  $D$  sera plus grand que  $\frac{4}{27} n a^3$ , il n'y aura pas entre  $a$  &  $b$  de position  $\Phi$ , où l'aiguille puisse rester en équilibre, & les balles se toucheront nécessairement: mais il faut observer que dans la pratique, quoique  $D$  soit plus petit que  $\frac{4}{27} n a^3$ , les balles se joignent souvent, parce que la flexibilité des suspensions de l'aiguille permet à l'aiguille d'osciller, & que, passé  $\frac{1}{3} a$ , la force d'attraction augmente dans un plus grand rapport que la force de torsion; en sorte que lorsque la balle  $\Phi$  arrive, par l'amplitude de son oscillation, à une distance  $x$ , où  $D$  est plus grand que  $n x \cdot (a - x)^2$ , les deux balles continuent à s'approcher jusqu'à ce qu'elles se touchent.

C'est en me conduisant d'après cette théorie, que je suis parvenu à mettre en équilibre, à différentes distances, la force attractive des deux balles électrisées, avec la force de torsion de mon micromètre; en comparant ensuite les différentes expériences, j'en ai conclu que la force attractive des deux balles électrisées, l'une de l'électricité que l'on nomme *positive*, l'autre de celle que l'on nomme *negative*, étoit en raison inverse du carré des distances du centre de ces deux balles, même rapport déjà trouvé pour la force répulsive.

Pour assurer ce résultat, j'ai tenté, pour le cas d'attraction, un autre moyen qui, quoique moins simple & moins direct que le premier, demande moins de soins & de précautions pour réussir; il a d'ailleurs l'avantage apparent de présenter des expériences faites avec des globes d'un très-grand diamètre, au lieu que l'on ne peut opérer dans la balance, qu'avec des globes peu considérables; mais cet avantage n'est qu'apparent, & l'on verra par la suite, dans les différens Mémoires que je présenterai successivement à l'Académie, qu'avec des balles de deux ou trois lignes de diamètre, & au moyen de la balance, telle

que nous l'avons décrite dans notre premier Mémoire, l'on peut, non-seulement mesurer la masse totale du fluide électrique contenue dans un corps d'une figure quelconque, mais encore la densité électrique de chaque partie de ce corps.

*Deuxième Méthode expérimentale, pour déterminer la loi suivant laquelle un globe d'un ou deux pieds de diamètre, attire un petit corps électrisé d'une électricité de nature différente de la sienne.*

La méthode que nous allons suivre, est analogue à celle que nous avons employée dans le septième volume des *Savans Étrangers*, pour déterminer la force magnétique d'une lame d'acier, relativement à sa longueur, son épaisseur & sa largeur. Elle consiste à suspendre une aiguille horizontalement, dont l'extrémité seulement soit électrisée, & qui, présentée à une certaine distance d'un globe électrisé, d'une nature différente d'électricité, est attirée, & oscille en vertu de l'action de ce globe : l'on détermine ensuite par le calcul, d'après le nombre des oscillations dans un temps donné, la force attractive à différentes distances, comme l'on détermine la force de la gravité par les oscillations du pendule ordinaire.

Voici quelques observations qui nous ont dirigé dans les expériences qui vont suivre. Un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, & qui peut porter jusqu'à 80 grains sans se rompre, a une flexibilité de torsion, telle, que si à un pareil fil de 3 pouces de longueur, l'on suspend horizontalement dans le vide une petite plaque circulaire, dont le poids & le diamètre soient connus, l'on trouvera par le temps des oscillations de la petite plaque, d'après les formules expliquées dans un Mémoire sur la force de torsion, imprimé dans le volume de l'*Académie pour 1784*, qu'en agissant avec un levier de 7 à 8 lignes, pour tordre la soie autour de son axe de suspension il ne faudra, pour un cercle entier de torsion, employer le plus souvent qu'une

force d'un soixante millième de grain; & si le fil de suspension, a une longueur double ou de six-pouces, il ne faudra qu'un cent-vingt millième de grain. Ainsi, en suspendant horizontalement une aiguille à cette soie, lorsque l'aiguille sera parvenue à l'état de repos, ou que la soie sera entièrement détordue. Si, par le moyen d'une force quelconque, l'on fait faire des oscillations à cette aiguille, dont l'amplitude ne s'éloigne que de 20 à 30 degrés de la ligne, où la torsion est nulle; la force de torsion ne pourra influer que d'une manière insensible sur la durée des oscillations, quand même la force qui produiroit les oscillations ne seroit que d'un centième de grain. D'après cette première donnée, voici comme l'on s'y est pris pour déterminer la loi de l'attraction électrique.

L'on suspend, *fig. 2*, une aiguille *lg* de gomme-laque, à un fil de soie *sc* de 7 à 8 pouces de longueur, d'un seul brin, tel qu'il sort du cocon; à l'extrémité *l*, l'on fixe perpendiculairement à ce fil un petit cercle de 8 à 10 lignes de diamètre, mais très-léger & tiré d'une feuille de papier doré; le fil de soie est attaché en *s*, à l'extrémité inférieure d'une petite baguette *st*, séchée au four, & enduite de gomme-laque ou de cire d'Espagne; cette baguette est saisie en *t*, par une poupée à pince qui coule le long de la règle *oE*, & s'arrête à volonté au moyen de la vis *v*.

*G* est un globe de cuivre ou de carton, couvert d'étain, porté par quatre pilliers de verre, enduits de cire d'Espagne, & surmontés chacun, pour rendre l'isolement plus parfait, de quatre bâtons de cire d'Espagne, de trois à quatre pouces de longueur; ces quatre pilliers sont fixés par leur partie inférieure à un plateau, que l'on place sur une petite tablette à coulisse, qui peut, ainsi que l'indique la figure, s'arrêter à la hauteur la plus commode pour l'expérience; la règle *EO*, peut aussi, au moyen de la vis *E*, s'arrêter à la hauteur convenable.

Tout étant ainsi préparé, l'on place le globe *G*, de

manière que son diamètre horizontal  $Gr$ , réponde au centre de la plaque  $l$ , qui en est éloignée de quelques pouces. L'on donne une étincelle électrique au globe, au moyen de la bouteille de Leyde, l'on présente un corps conducteur à la plaque  $l$ , & l'action du globe électrisé sur le fluide électrique de la plaque non électrisée, donne à cette plaque, une électricité de différente nature de celle du globe; en sorte que, en retirant le corps conducteur, le globe & la plaque agissent l'un sur l'autre par attraction.

EXPÉRIENCE.

Le globe  $G$  avoit un pied de diamètre, la plaque  $l$  avoit 7 lignes, l'aiguille de gomme-laque  $lg$ , 15 lignes de longueur; le fil de suspension  $sc$ , étoit une soie telle qu'elle sort du cocon, de 8 lignes de longueur: lorsque la poupée étoit au point  $o$ , la plaque  $l$  touchoit le globe en  $r$ , & à mesure que l'on éloignoit la poupée vers  $E$ , la plaque s'éloignoit du centre du globe de la quantité donnée par les divisions 0, 3, 6, 9, 12 pouces, & le globe étant électrisé d'une électricité appelée *électricité positive*, la plaque de l'électricité négative, par le procédé indiqué: l'on a eu,

- 1.<sup>er</sup> Essai. La plaque  $l$ , placée à . . . 3<sup>pouces</sup> de distance de la surface du globe, ou à 9<sup>p.</sup> de son centre, a donné . . . . . 15 oscillations en . . . 20<sup>o</sup>.
- 2.<sup>em</sup> Essai. La plaque  $l$ , éloignée de 18<sup>pouces</sup> du centre du globe, l'on a eu . . . . . 15 oscillations en . . . 40<sup>o</sup>.
- 3.<sup>em</sup> Essai. La plaque  $l$ , éloignée à 24<sup>pouces</sup> du centre du globe, l'on a eu . . . . . 15 oscillations en . . . 60<sup>o</sup>.

*Explication & résultat de cette expérience.*

Quand tous les points d'une surface sphérique, agissent par une force attractive ou répulsive en raison inverse du carré des distances, sur un point placé à une distance quelconque de cette surface, l'on fait que l'action est la même, que si toute la surface sphérique étoit concentrée au centre de la sphère.

Mais comme dans notre expérience, la plaque *l* n'a que 7 lignes de diamètre, & que dans les essais, la moindre distance au centre de la sphère, a été de 9 pouces, l'on peut, sans erreur sensible, supposer toutes les lignes qui vont du centre de la sphère à un point de la plaque, parallèles & égales; & par conséquent, l'action totale de la plaque, peut être supposée réunie à son centre, ainsi que l'action du globe; en sorte que, dans les petites oscillations de l'aiguille, l'action qui fait osciller l'aiguille, sera une quantité constante pour une distance donnée, & agira suivant la direction qui joint les deux centres. Ainsi, si l'on nomme  $\phi$  la force,  $T$  le temps d'un certain nombre d'oscillations, l'on aura  $T$  proportionnel à  $\frac{1}{\sqrt{\phi}}$ : mais si  $d$  est la distance  $Gl$  du centre du globe, au centre de la plaque, & que les forces attractives soient proportionnelles à l'inverse du carré des distances ou à  $\frac{1}{d^2}$ , il en résultera que  $T$  sera proportionnel à  $d$  ou à la distance; en sorte qu'en faisant dans nos essais, varier la distance, le temps d'un même nombre d'oscillations a dû être comme la distance du centre de la plaque au centre du globe: comparons cette théorie avec l'expérience.

|                             |  |             |                                       |
|-----------------------------|--|-------------|---------------------------------------|
| 1. <sup>er</sup> Essai.     | Distance des centres...                        | 9 pouces,   | 15 oscillations en 20 <sup>es</sup> . |
| 2. <sup>es</sup> Essai..... | 18.....  |             | 41 <sup>es</sup> .                    |
| 3. <sup>es</sup> Essai..... | 24.....  |             | 60 <sup>es</sup> .                    |
|                             | Les distances sont ici comme les nombres.....  | 3, 6, 8.    |                                       |
|                             | Les temps d'un même nombre d'oscillations::... | 20, 41, 60. |                                       |
|                             | Par la théorie, ils auroient dû être::.....    | 20, 40, 54. |                                       |

Ainsi dans ces trois essais, la différence entre la théorie & l'expérience, est de  $\frac{1}{10}$  pour le dernier essai comparé au premier, & presque nulle pour le second comparé au premier; mais il faut remarquer qu'il a fallu à peu-près quatre minutes pour faire les trois essais; que quoique l'électricité tint assez long-temps le jour de cette expérience;

expérience, elle perdoit cependant  $\frac{1}{40}$  d'action par minute. Nous verrons, dans un Mémoire qui suivra celui que je présente aujourd'hui, que lorsque la densité électrique n'est pas très-forte, l'action électrique de deux corps électrisés diminue dans un temps donné, exactement comme la densité électrique, ou comme l'intensité de l'action; ainsi, puisque nos essais ont duré quatre minutes, & que l'action électrique perdoit  $\frac{1}{40}$  par minute, du premier au dernier essai, l'action due à l'intensité de la densité électrique, indépendante de la distance, a dû être diminuée à peu-près d'un dixième; par conséquent, pour avoir le temps de la durée corrigée des 15 oscillations dans le dernier essai, il faut faire  $\sqrt{10} : \sqrt{9} :: 60'' : \text{est à la quantité cherchée}$ , que l'on trouvera de 57 secondes, qui ne diffère que de  $\frac{1}{10}$  du nombre 60 secondes trouvé par l'expérience.

Nous voici donc parvenus, par une méthode absolument différente de la première, à un résultat semblable; ainsi nous pouvons en conclure que l'attraction réciproque du fluide électrique appelé positif, sur le fluide électrique nommé ordinairement négatif, est en raison inverse du carré des distances; de même que nous avons trouvé, dans notre premier Mémoire, que l'action réciproque d'un fluide électrique de même nature, est en raison inverse du carré des distances.

*Première Observation.*

L'on sent qu'il est très-facile, en employant la méthode qui précède, d'avoir, au moyen des oscillations de l'aiguille électrique, les loix de la force répulsive, ainsi que nous venons de déterminer celle de la force attractive. En effet, si l'on fait toucher la plaque au globe électrisé, elle prendra une électricité de la même nature que celle du globe, & sera repoussée; en sorte que l'aiguille oscillera en vertu de cette répulsion, dans une position absolument opposée à la première, & le nombre des oscillations, dans un temps donné, comparé avec la distance du centre de la plaque,

Mém. 1785.

E e e e

au centre du globe, feront connoître la force répulsive, par le même calcul que nous venons de suivre pour avoir la force attractive : cependant nous devons dire que toutes les expériences où l'on veut faire agir le fluide électrique par la force répulsive, s'exécutent, comme nous le verrons dans la suite, d'une manière plus simple, plus exacte & plus commode, au moyen de la balance que nous avons décrite dans notre premier Mémoire.

*Seconde Observation.*

Si l'on vouloit se servir de la même méthode pour déterminer la quantité d'électricité qui se partage entre un globe électrisé & un corps conducteur d'une figure quelconque, mis en contact avec ce globe, voici comme l'on pourroit s'y prendre : après avoir électrisé le globe, & déterminé, dans ce premier état, au moyen des oscillations, son action électrique sur la plaque de l'aiguille, pour une distance donnée, l'on feroit tout de suite toucher le globe par le corps conducteur qui doit prendre une portion de l'électricité du globe ; & en séparant ce corps du globe, l'on détermineroit de nouveau, par les oscillations de l'aiguille, la quantité d'électricité qui reste au globe ; & la différence de cette quantité avec celle que le globe avoit avant le contact, mesurera celle qu'a pris le corps mis en contact. Il est inutile d'avertir que de pareilles expériences ne peuvent bien réussir que dans les jours très-secs, où les corps isolés perdent lentement leur électricité ; qu'il faut avoir égard à cette diminution d'électricité dans la réduction des expériences qui se succèdent ; qu'il faut éviter qu'il ne se forme aucun courant d'air dans la chambre où l'on opère, & éloigner tout corps conducteur au moins à trois pieds du globe électrisé, & même de l'aiguille : mais nous répétons que lorsque nous déterminerons dans la suite, par l'expérience & par la théorie, la manière dont le fluide électrique se distribue dans les différentes parties des corps, l'on verra que toutes ces expériences réussissent beaucoup

mieux avec la balance électrique, que par la méthode des oscillations que nous venons d'expliquer.

*EXPÉRIENCES pour déterminer la loi suivant laquelle le fluide magnétique agit, soit par attraction, soit par répulsion.*

LES corps aimantés agissant l'un sur l'autre par attraction & par répulsion à des distances finies, ainsi que les corps électrisés, le fluide magnétique, paroît avoir, si ce n'est par la nature, au moins par cette propriété, de l'analogie avec le fluide électrique; & d'après cette analogie, l'on peut présumer que ces deux fluides agissent suivant les mêmes loix: dans tous les autres phénomènes d'attraction ou de répulsion que nous présente la Nature, soit dans la cohérence des corps, soit dans leur élasticité, soit dans les affinités chimiques, les forces d'attraction & de répulsion ne paroissent s'exercer qu'à de très-petites distances; d'où il sembleroit résulter, qu'elles ne suivent pas les mêmes loix que l'électricité & le magnétisme. En effet, la théorie & le calcul de l'attraction & répulsion des éléments des corps, nous apprennent que toutes les fois que les molécules élémentaires des corps s'attirent ou se repoussent par des forces qui diminuent dans le rapport, ou dans un rapport moindre que le cube des distances, par exemple, comme les distances, les corps peuvent agir l'un sur l'autre à des distances finies; mais que dans le cas où l'action des molécules diminue dans le rapport, ou dans un plus grand rapport que le cube des distances, pour lors les corps ne peuvent agir l'un sur l'autre, qu'à des distances infiniment petites (a).

(a) *De l'action attractive & répulsive des Corps, suivant la loi des distances.*

La figure *aa* représente un cône ou une petite pyramide très-aiguë, dont toutes les parties attirent le point *C*, suivant la raison inverse ( $n + 2$ ) des distances.

E e e ij

Nous aurons peut-être lieu de revenir sur cet objet; dans la suite de nos Mémoires sur l'électricité.

Nous avons employé dans cette nouvelle recherche, deux méthodes, pour déterminer par l'expérience, suivant quelle loi le fluide magnétique agit. La première de ces méthodes, consiste à suspendre une aiguille aimantée, à

Soit  $x = cp$ , l'action de la zone circulaire  $pm$  sur le point  $C$ , sera  $\frac{m dx x^n}{x^{1+n}}$ , dont l'intégrale sera  $\frac{m}{1-n} (k + x^{1-n})$ ; pour avoir  $k$ , il faut supposer la pyramide tronquée, ou que l'action s'évanouit en  $D$  lorsque  $x = CD = A$ , ce qui donne pour l'intégration complète  $\frac{m}{1-n} (-A^{1-n} + x^{1-n})$ , où il faut remarquer que lorsque  $A$  est égal à 0, si  $n$  est plus grand que 1,  $A^{1-n}$  sera égal à  $\frac{1}{0}$ , ou infini; si  $n$  est plus petit que l'unité, pour lors  $A^{1-n}$  sera égal à 0; ou, si l'on veut, toute la force attractive sera  $= \frac{m x^{1-n}}{(1-n)}$ .

C'est-à-dire que, dans le cas où  $n$  est plus grand que l'unité, ou lorsque la répulsion ou l'attraction diminue dans un rapport égal ou plus grand que le cube des distances, la valeur de la constante est infinie relativement à la valeur de la variable qui exprime la plus ou moins grande étendue du cône; & qu'ainsi l'attraction ou répulsion n'a lieu que dans le point de contact, & que celle des parties éloignées est infiniment petite relativement à celle du contact; mais dans le cas où  $n$  est plus petite que l'unité, c'est-à-dire, toutes les fois que l'action décroît dans un rapport moindre que le cube des distances, pour lors l'action des parties éloignées influe sur l'attraction totale, qui est nulle pour une pyramide infiniment petite & proportionnelle à  $x^{1-n}$ , pour la pyramide dont la longueur est  $x$ .

Il paroît résulter de ce calcul, que la cohésion, l'élasticité & toutes les affinités chimiques où les élémens des corps ne paroissent avoir d'action que très-près du point de contact, & où l'attraction élective paroît dépendre de la figure de ces élémens, ne peuvent agir entr'elles que dans un rapport très-approché de la raison inverse du cube des distances. Peut-être au surplus toutes les affinités chimiques dépendent-elles de deux actions, l'une répulsive, l'autre attractive, analogues à celles que nous trouvons dans l'électricité & le magnétisme.

lui présenter dans son méridien magnétique une autre aiguille aimantée, placée convenablement, & à déterminer par le calcul & l'observation, à différentes distances, avec quelle force le fluide magnétique d'une des aiguilles, agit sur le fluide magnétique de l'autre. Dans la deuxième méthode, l'on se sert d'une balance magnétique, à peu-près semblable à notre balance électrique, décrite dans le premier Mémoire; mais avant de rapporter le détail de nos expériences, il faut rappeler quelques propriétés connues des aiguilles aimantées, qui nous seront utiles.

Une aiguille, depuis 0 jusqu'à 24 pouces de longueur, de bon acier, fortement trempée, aimantée par la méthode de la double touche, telle que M. *Œpinus* l'a décrite & pratiquée d'après son excellente théorie du magnétisme & de l'électricité, prend un pôle à chaque extrémité; son centre aimantaire se place à peu-près vers son milieu.

Dans deux aiguilles aimantées, les pôles du même nom se repoussent, & les pôles d'un nom différent s'attirent. Cette attraction ou répulsion augmente à mesure que la distance où l'on présente les extrémités des aiguilles l'une à l'autre, diminue.

Si l'on suspend horizontalement une aiguille aimantée, en sorte qu'elle puisse tourner librement autour de son centre, elle se placera toujours dans la même direction, que l'on appelle son *méridien magnétique*; ce méridien formera un angle avec le méridien du monde, cet angle variera un peu dans le courant de la journée, suivant l'heure du jour, par une espèce de mouvement périodique: il variera tous les ans, par un autre mouvement probablement également périodique, mais dont la durée, pour chaque point de la Terre, nous est encore inconnue.

Si une aiguille, ainsi suspendue horizontalement, est mise en oscillation, elle s'éloignera également des deux côtés de son méridien magnétique; & elle y fera toujours ramenée, par une force facile à déterminer, si l'on observe la durée des oscillations, & que l'on connoisse la figure &

590 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 le poids de l'aiguille. Voyez le septième volume des Savans  
 étrangers, Mémoires de l'Académie.

*Préparation aux Expériences.*

J'AI pris un fil d'excellent acier, tiré à la filière, il avoit 25 pouces de longueur, & 1  $\frac{1}{2}$  ligne de diamètre; je l'ai aimanté par la méthode de la double touche, son centre magnétique s'est trouvé à peu-près vers son milieu. J'ai ensuite suspendu, au moyen d'un fil de soie, tel qu'il fort du cocon, de trois lignes de longueur, une aiguille aimantée de 3 pouces de longueur; & lorsque cette aiguille s'est arrêtée, j'ai tracé son méridien magnétique, que j'ai prolongé jusqu'à deux pieds de distance du centre de suspension. J'ai ensuite élevé (fig. 3), des perpendiculaires sur ce méridien magnétique; j'ai placé mon fil d'acier le long de ces perpendiculaires, & je l'ai fait glisser jusqu'à ce que l'aiguille *na* reprit la direction de son méridien magnétique, comme elle y étoit placée naturellement avant que le fil d'acier lui fut présenté; & j'ai observé ensuite, suivant que mon fil aimanté étoit plus ou moins éloigné de l'aiguille suspendue, de combien l'extrémité de ce fil dépassoit, ou étoit en-deçà du méridien magnétique, lorsque l'aiguille s'arrêtoit sur son méridien.

P R E M I È R E E X P É R I E N C E .

|                         | Le fil placé à la distance de l'extrémité de l'aiguille. | 1 pouce | L'extrémité dépasse le Méridien magnétique de..... | + | 1 0 <sup>lignes</sup> |
|-------------------------|--|---------|--|---|-----------------------|
| 1. <sup>er</sup> Essai. |  | 1       |  | + | 9                     |
| 2. <sup>me</sup> Essai. |  | 2       |  | + | 8                     |
| 3. <sup>me</sup> Essai. |  | 4       |  | - | 4                     |
| 4. <sup>me</sup> Essai. |  | 8       |  | - | 4 <sup>2</sup>        |
| 5. <sup>me</sup> Essai. |  | 16      |  | - | 4 <sup>2</sup>        |

S E C O N D E E X P É R I E N C E .

L'ON a suspendu horizontalement une aiguille aimantée de deux pouces de longueur par son centre: libre & sollicitée seulement par la force magnétique du globe de la

Terre, elle faisoit 34 oscillations en 60 secondes. L'on s'est encore servi du même fil aimanté de l'expérience qui précède, qui avoit 25 pouces de longueur; mais, au lieu de le placer horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, comme tout-à-l'heure, on l'a placé verticalement dans ce méridien à 2 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille suspendue. Le pôle sud du fil vertical, répondant au pôle nord de l'aiguille, & ensuite en la faisant baisser verticalement, toujours à la distance de 2 pouces de l'extrémité de l'aiguille, l'on a compté le nombre d'oscillations que faisoit l'aiguille dans 60 secondes, suivant que l'extrémité du fil d'acier étoit plus ou moins baissée au-dessous du niveau de l'aiguille: voici le résultat de cette expérience.

|                             |  |                         |      |
|-----------------------------|--|-------------------------|------|
| 1. <sup>er</sup> Essai.     | L'extrémité du fil au niveau de l'aiguille.....  | 120 oscillations en.... | 60". |
| 2. <sup>me</sup> Essai.     | L'extrémité baissée de 6 <sup>lignes</sup> ..... | 122.....                | 60". |
| 3. <sup>me</sup> Essai..... | 1 pouce.....                                     | 122.....                | 60". |
| 4. <sup>me</sup> Essai..... | 2.....   | 115.....                | 60". |
| 5. <sup>me</sup> Essai..... | 3.....   | 112.....                | 60". |
| 6. <sup>me</sup> Essai..... | 4.....   | 98.....                 | 60". |
| 7. <sup>me</sup> Essai..... | 8.....   | 39.....                 | 60". |

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu une aiguille de 4 lignes de longueur à la place de la première; le fil d'acier a été placé à 3 pouces de l'extrémité de cette aiguille, verticalement, comme dans l'expérience qui précède, dont on a suivi tous les procédés. L'aiguille libre n'étant sollicitée que par la force magnétique de la Terre, fait 53 oscillations en 60".

|                             |  |                               |      |
|-----------------------------|--|-------------------------------|------|
| 1. <sup>er</sup> Essai.     | L'extrémité du fil d'acier au niveau de l'aiguille.... | fait 152 oscillations en..... | 60". |
| 2. <sup>me</sup> Essai.     | En dessous de....                                      | 1 pouce 152.....              | 60". |
| 3. <sup>me</sup> Essai..... | 2.....   | 148.....                      | 60". |
| 4. <sup>me</sup> Essai..... | 4.....   | 120.....                      | 60". |
| 5. <sup>me</sup> Essai..... | 8.....   | 58.....                       | 60". |

*Explication & résultat de ces trois Expériences.*

Les trois expériences qui précèdent, prouvent que le centre d'action de chaque moitié de notre fil est placé à très-peu de distance de l'extrémité de ce fil; en sorte que dans notre fil d'acier de 25 pouces de longueur, l'on peut, sans erreur sensible, supposer tout le fluide magnétique condensé vers l'extrémité de ce fil, sur 2 ou 3 pouces de longueur. En effet, dans la première expérience, le fil d'acier est placé horizontalement & perpendiculairement à la direction du méridien magnétique où se trouve l'aiguille suspendue; cette aiguille est sollicitée par deux forces, la force magnétique du globe de la Terre, qui la retient dans le méridien, & la force magnétique des différents points du fil d'acier aimanté; mais puisque dans notre première expérience, l'aiguille se trouve, à tous les essais, placée sur son méridien magnétique, il en résulte que toutes les forces magnétiques du fil d'acier de 25 pouces de longueur, agissant sur l'aiguille, sont en équilibre entre elles: ainsi, dans les trois premiers essais, où les distances sont 1, 2 & 4 pouces, les forces magnétiques des huit à dix dernières lignes de l'extrémité de l'aiguille, qui dépassent le méridien, sont en équilibre avec les forces de tout le reste de l'aiguille; en sorte qu'il paroît que l'on peut à peu-près supposer que la moitié du fluide magnétique, dont la moitié de l'aiguille est chargée, est concentrée vers les dix dernières lignes de son extrémité.

Les seconde & troisième expériences donnent le même résultat. Dans ces deux expériences, le fil d'acier est placé verticalement dans le méridien magnétique de l'aiguille, par conséquent, l'action de la partie supérieure du fil étant très-oblique à l'aiguille suspendue, & agissant d'ailleurs à une grande distance, ne doit que peu influer sur les oscillations de l'aiguille; mais l'on voit dans ces deux expériences, que le plus grand nombre des oscillations de l'aiguille suspendue avoit lieu lorsque l'extrémité du fil étoit

étoit baissée d'un peu moins d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue: ainsi la force moyenne de la moitié intérieure du fil d'acier, avoit la résultante à 8 ou 10 lignes au-dessus de son extrémité, comme nous venons de le trouver par la première expérience, d'où il résulte que dans le fil d'acier de 25 pouces de longueur que nous avons employé, & qui avoit été aimanté par la méthode de la double touche, l'on peut, sans erreur sensible, supposer que le fluide magnétique est concentré à 10 lignes de son extrémité. Ce premier résultat étoit nécessaire avant de chercher à déterminer la loi suivant laquelle l'attraction & la répulsion ont lieu relativement à la distance: l'on verra dans un autre Mémoire, que la concentration du fluide magnétique vers l'extrémité des aiguilles aimantées par la méthode de la double touche, est une suite nécessaire de cette manière d'aimanter.

*Le Fluide magnétique agit par attraction ou répulsion, suivant la raison composée directe de la densité du fluide, & la raison inverse du carré des distances de ses molécules.*

LA première partie de cette proposition n'a pas besoin d'être prouvée; venons à la seconde.

Nous venons de voir que le fluide magnétique de notre fil d'acier de 25 pouces de long, étoit concentré aux extrémités, sur une longueur de 2 ou 3 pouces; que le centre d'action de chaque moitié de cette aiguille étoit à peu-près à 10 lignes de ses extrémités: ainsi, en éloignant de quelques pouces notre fil d'acier d'une aiguille très-courte, & dans laquelle, comme nous le verrons dans la suite, le fluide magnétique peut être supposé concentré à 1 ou 2 lignes des extrémités, l'on peut calculer l'action réciproque du fil sur l'aiguille & de l'aiguille sur le fil, en supposant le fluide magnétique dans le fil d'acier, réuni

594 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
à 10 lignes des extrémités, & dans une aiguille d'un pouce  
de longueur à 1 ou 2 lignes des extrémités. Ces réflexions  
nous ont dirigé dans l'expérience qui va suivre.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu un fil d'acier pesant 70 grains, d'un  
pouce de longueur, aimanté par la méthode de la double  
touche, à un fil de soie de 3 lignes de longueur, formé d'un  
seul brin, tel qu'il sort du cocon; on l'a laissé s'arrêter sur  
le méridien magnétique; l'on a placé ensuite verticalement  
dans ce méridien, à différentes distances, le fil d'acier de 25  
pouces de longueur, de manière que son extrémité fût tou-  
jours de 10 lignes au-dessous du niveau de l'aiguille sus-  
pendue: à chaque essai, l'on changeoit la distance, & en  
faisant osciller l'aiguille suspendue, on comptoit le nombre  
d'oscillations qu'elle faisoit dans un même nombre de  
secondes. Il a résulté de ces expériences :

- 1.<sup>er</sup> *Essai.* L'aiguille libre, oscille en vertu de l'action du globe  
de la Terre, à raison de . . . 15 oscillations en . . . . . 60".  
2.<sup>me</sup> *Essai.* Le fil placé à 4 pouces  
du milieu de l'aiguille . . . . . 41 . . . . . 60".  
3.<sup>me</sup> *Essai.* Le fil placé à 8 pouces  
du milieu de l'aiguille . . . . . 24 . . . . . 60".  
4.<sup>me</sup> *Essai.* Le fil placé à 16 pouces  
du milieu de l'aiguille . . . . . 17 . . . . . 60".

*Explication & résultat de cette Expérience.*

LORSQU'UN pendule est suspendu librement, & sollicité par  
des forces placées dans une direction donnée, qui le font  
osciller, les forces sont mesurées par la raison inverse  
du carré du temps d'un même nombre d'oscillations, ou,  
ce qui revient au même, par la raison directe du carré  
du nombre d'oscillations faites dans un même temps.

Mais, dans l'expérience qui précède, l'aiguille oscille

en vertu de deux puissances différentes; l'une est la force magnétique de la Terre, l'autre est l'action de tous les points du fil sur les points de l'aiguille. Dans notre expérience, toutes les forces sont dans le plan du méridien magnétique, & l'aiguille étant suspendue horizontalement, la véritable force qui la fait osciller, dépend de la partie de toutes ces forces, décomposée suivant une direction horizontale.

Mais nous avons vu, dans les trois expériences qui précédent, que le fluide magnétique étant concentré aux extrémités de notre fil, peut être supposé réuni à 10 lignes de l'extrémité de ce fil; & comme l'aiguille suspendue a un pouce de longueur, que l'extrémité boréale est attirée à une distance de 3 pouces & demi, & que l'extrémité australe est repoussée par le pôle inférieur de l'aiguille, dont la distance est de  $4\frac{1}{2}$  pouces; l'on peut supposer, sans erreur sensible, que la distance moyenne à laquelle le pôle inférieur du fil d'acier exerce son action sur les deux pôles de l'aiguille, est de 4 pouces. Conséquemment, si l'action du fluide magnétique étoit comme la raison inverse du carré des distances, l'action du pôle inférieur du fil d'acier sur l'aiguille, seroit proportionnelle à  $\frac{1}{4^2}$ ,  $\frac{1}{8^2}$ ,  $\frac{1}{16^2}$ ; ou à 1,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{16}$ .

Mais, puisque les forces horizontales qui font osciller l'aiguille, sont proportionnelles au carré du nombre d'oscillations faites dans un même temps, & qu'en vertu de la seule force magnétique du globe de la Terre, l'aiguille libre fait 15 oscillations en 60", cette dernière force sera mesurée par le carré de ces 15 oscillations ou par 15<sup>2</sup>. Dans le deuxième essai, les forces réunies du globe de la Terre & du fil d'acier, font faire à l'aiguille 41 oscillations en 60"; ainsi ces deux forces réunies sont mesurées par 41<sup>2</sup>, & la force seule due à l'action du fil d'acier aimanté, est par conséquent mesurée par la différence de ces deux carrés; ainsi elle est proportionnelle

à  $\frac{1}{41^2} - \frac{1}{15^2}$ . Nous aurons, donc pour l'action du fil sur l'aiguille :

| <i>Distance.</i>                                 | <i>Force dépendante de l'action aimantaire du fil d'acier.</i> |
|--|--|
| Pour le 2. <sup>m</sup> Essai... à 4 pouces..... | $= \frac{1}{41^2} - \frac{1}{15^2} = 1456.$                    |
| 3. <sup>m</sup> Essai... 8 pouces.....           | $\frac{1}{24^2} - \frac{1}{15^2} = 351.$                       |
| 4. <sup>m</sup> Essai... 16 pouces.....          | $\frac{1}{17^2} - \frac{1}{15^2} = 64.$                        |

Les deuxième & troisième essais, où les distances sont comme 1 : 2, donnent très-approchant, pour les forces, la raison inverse du carré des distances. Le quatrième essai donne un nombre un peu trop petit; mais il faut remarquer que, dans ce quatrième essai, la distance du pôle inférieur du fil d'acier au centre de l'aiguille, est de 16 pouces; & que la distance du pôle supérieur au centre de cette même aiguille, est à peu-près  $\sqrt{16^2 + 23^2}$ ; ainsi l'action du pôle inférieur étant représentée par

$\frac{1}{(16)^2}$ , l'action horizontale du pôle supérieur, sera

$\frac{16}{(16^2 + 23^2)^{\frac{3}{2}}}$ ; en sorte que l'action du pôle inférieur est à

celle du pôle supérieur, à peu-près :: 100 : 19; d'où il résulte que les oscillations de l'aiguille étant produites par l'action de ces deux pôles, & celle du pôle supérieur agissant dans un sens opposé à celle du pôle inférieur, le carré des oscillations que produiroit l'action seule du pôle inférieur du fil aimanté, est diminué de  $\frac{19}{100}$ , par l'action opposée

de la partie supérieure du même fil; ainsi, pour avoir l'action seule de la partie inférieure du fil, il faut, en supposant  $x$ , la véritable valeur de cette force, faire

$(x - \frac{19}{100}x) = 64$ , d'où  $x = 79$ . Substituons dans le

résultat du quatrième essai, cette quantité, nous trouverons :

|   |       |
|---|-------|
| 2. <sup>m</sup> Essai. Pour 4 <sup>pouces</sup> de distance, la force . . . . . | 1456. |
| 3. <sup>m</sup> Essai. Pour 8 <sup>pouces</sup> de distance, . . . . .          | 331.  |
| 4. <sup>m</sup> Essai. Pour 16 <sup>pouces</sup> de distance, . . . . .         | 79.   |

Et ces forces sont très-approchant comme les nombres 16, 4, 1, ou comme la raison inverse du carré des distances.

J'ai répété plusieurs fois cette expérience, en suspendant des aiguilles de deux & trois pouces de longueur, & j'ai toujours trouvé qu'en faisant les corrections nécessaires que je viens d'expliquer, l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide magnétique, étoit comme l'inverse du carré des distances.

*Première Remarque.*

L'ON a pu s'apercevoir, dans le courant de cette expérience, que nous supposons que notre fil étant aimanté par la méthode de la double touche; si l'on présente alternativement à une même distance, son pôle boréal & son pôle austral, à l'extrémité d'une aiguille aimantée par la méthode de la double touche, le pôle boréal du fil aimanté attirera le pôle austral de l'aiguille, exactement avec la même force que le pôle austral de ce fil repoussera le pôle austral de l'aiguille, & *vice versa* pour le pôle boréal de l'aiguille. Cette propriété qui, comme nous le verrons dans la suite, est une conséquence nécessaire de la théorie du magnétisme, sera d'ailleurs prouvée par l'expérience, en se servant de la balance magnétique, dont nous allons tout-à-l'heure donner la description & les usages.

*Deuxième Remarque.*

LA loi de la raison inverse du carré des distances, étant une fois donnée, il seroit facile de déterminer par le calcul, si, dans la première expérience, où le fil aimanté est placé horizontalement, & perpendiculairement

au méridien magnétique, & où l'on trouve, dans le dernier essai, qu'il faut éloigner à peu-près de 42 lignes, l'extrémité du fil du méridien de l'aiguille, le calcul donneroit, pour la direction de la résultante de toutes les actions de chaque moitié de ce fil, une ligne qui passeroit à neuf ou dix lignes de l'extrémité de ce fil. Nous allons présenter le calcul qui déterminera cette direction, d'après le dernier essai de la première expérience, où l'aiguille a trois pouces de longueur, & où le fil d'acier aimanté ayant 25 pouces de longueur, est placé horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, à 16 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille.

Soit dans la *figure 3*,  $x$ , le point où passe cette résultante, pour le pôle qui est placé le plus près de la ligne méridienne de l'aiguille;  $x'$ , le point où l'on suppose à l'autre extrémité de ce fil, tout le fluide magnétique concentré: quant au fluide magnétique de l'aiguille suspendue, quoique son centre d'action soit à deux ou trois lignes de ses extrémités, l'on peut le supposer à ses extrémités, parce que chaque pôle du fil agit sur les deux pôles de cette aiguille; & que si, par cette supposition, l'on fait le pôle  $n$  de l'aiguille, trop près de deux ou trois lignes du pôle  $s$  du fil d'acier, l'on fait en même temps, le pôle  $a$  de l'aiguille, trop éloigné du pôle  $s$  de la même quantité; ainsi l'erreur de la supposition se trouve à peu-près compensée.

Mais nous trouvons par l'expérience, que la distance de l'extrémité du fil à la ligne méridienne de l'aiguille, est dans le dernier essai de  $3\frac{1}{2}$  pouces. Ainsi en faisant  $x = sx = Nx$ , distance de l'extrémité du fil au centre d'action, nous aurons les formules suivantes, pour la force que les centres d'actions du fil exercent sur chaque extrémité de l'aiguille, dans une direction perpendiculaire à l'aiguille.

$$\text{Action du Pôle } S \text{ sur le Pôle } n. \dots \frac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 \pm (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{Action du Pôle } S \text{ sur le Pôle } a \dots \frac{3\frac{1}{2} + x}{[(19)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{Action du Pôle } N \text{ sur le Pôle } n \dots \frac{(28\frac{1}{2} - x)}{[(16)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{Action du Pôle } N \text{ sur le Pôle } a \dots \frac{28\frac{1}{2} - x}{[(19)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

Mais, comme dans cette expérience, l'aiguille d'acier est placée sur son méridien magnétique, & que chacune des forces qui précèdent, agit perpendiculairement à cette aiguille avec le même bras de levier, pour la faire tourner autour de son point de suspension, il en résulte que toutes ces forces sont en équilibre entr'elles; d'où l'on tire l'équation :

$$\frac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{3\frac{1}{2} + x}{[19^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}} \\ = \frac{28\frac{1}{2} - x}{[16^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{28\frac{1}{2} - x}{[19^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

Mais, comme nous avons déjà vu que  $x$  doit être moindre qu'un pouce, nous pouvons, pour première approximation, le négliger dans le dénominateur de notre équation, dont les nombres sont très-considérables, relativement à  $x$ , ou faire  $x$  égal à  $\frac{1}{2}$  pouce, qui approche davantage de sa véritable valeur.

Ainsi, il résultera du calcul de la formule, pour la valeur  $3x = x = \frac{56}{75}$  pouces, à peu-près 9 lignes, comme dans les deux premiers essais.

Par un calcul semblable, l'on trouvera que, lorsque l'extrémité du fil d'acier étoit éloignée de 8 pouces de l'extrémité de l'aiguille suspendue, la distance du point  $x$  au méridien, étoit à peu-près de  $12\frac{1}{2}$  lignes; mais comme l'expérience donne pour lors 4 lignes de distance du méridien à l'extrémité de l'aiguille, il en résulte que, dans

cet essai, il faut retrancher 4 lignes pour avoir la distance du centre d'action à l'extrémité de l'aiguille. Ainsi le calcul donne encore ici  $8\frac{1}{2}$  lignes pour la distance du centre d'action aux extrémités de l'aiguille.

Dans le troisième essai, où la distance de l'extrémité de l'aiguille au fil d'acier est de 4 pouces, le calcul donnera à peu-près 2 lignes pour la distance, depuis le centre d'action jusqu'à la méridienne : mais nous trouvons par l'expérience que, dans cet essai, l'extrémité du fil dépassoit le méridien, de 8 lignes; ainsi, dans cet essai, le calcul donne le centre d'action des extrémités du fil d'acier, à 10 lignes de ses extrémités.

Ainsi, il résulte de l'expérience & du calcul, que toutes les fois que des fils d'acier, de 25 pouces de longueur, agissent l'un sur l'autre, l'on peut supposer les centres d'actions, ou ce qui revient au même, tout le fluide magnétique réuni à 9 ou 10 lignes des extrémités de ces fils, & calculer, d'après cette supposition : dans les aiguilles très-courtes, le centre d'action est plus proche des extrémités; nous aurons lieu dans la suite de déterminer la loi de cette diminution, relative à la longueur des aiguilles, lorsque nous donnerons la manière la plus avantageuse d'aimanter les aiguilles, & de former des aimants artificiels.

Nous déterminerons en même temps la courbe qui, dans un fil d'acier aimanté, représente la densité du fluide magnétique depuis son extrémité jusqu'à son milieu où est placé son centre aimantaire; mais il est aisé de prévoir d'avance, d'après les expériences qui précèdent, que le lieu géométrique de cette densité, ne peut pas être une ligne droite, comme l'ont cru quelques auteurs.

*Deuxième méthode de déterminer la loi d'attraction & de répulsion du fluide magnétique.*

APRÈS avoir trouvé par les expériences qui précèdent, que dans une aiguille de 25 pouces de longueur, & à plus

plus forte raison, dans des aiguilles plus courtes, le fluide magnétique peut être supposé concentré dans les deux ou trois derniers pouces, vers leurs extrémités, & que, dans les aiguilles de 20 à 25 pouces, le centre d'action peut être supposé à 9 ou 10 lignes de chaque extrémité; il a été facile de construire une balance magnétique, d'après les mêmes principes qui m'ont servi pour construire la balance électrique, que j'ai décrite dans mon premier Mémoire. Mais je dois observer, que la forme & les détails des mesures de la balance magnétique que je vais donner, peuvent & doivent être changés à mesure que la pratique le prescrira. Je n'ai cherché, dans ce premier essai, qu'à donner à cette balance une forme simple, peu coûteuse, & qui fut cependant à peu-près suffisante pour les expériences que j'avois dessein de faire.

*Description de la balance magnétique.*

J'ai fait faire, *figure 4*, une boîte carrée, de 3 pieds de côté, & 18 pouces de hauteur; les planches ne sont fixées entr'elles, qu'avec des tenons, des mortoises & des chevilles de bois. À neuf pouces au-dessus du fond, est placé un cercle horizontal, de bois bien sec, ou de cuivre rouge, de 2 pieds 10 pouces de diamètre, divisé à l'ordinaire en 360 degrés. Sur cette boîte, est placée une traverse *AB* qui porte à son milieu une tige creuse *id*, de 30 pouces de longueur, terminée en *d*, par un micromètre de torsion, semblable à celui que nous avons décrit pour la balance électrique. La pince de ce micromètre saisit l'extrémité d'un fil de cuivre jaune, numéroté 12 dans le commerce, dont les six pieds pèsent 5 grains, & dont nous avons déterminé la force, dans le Mémoire sur les forces de torsion des fils de métal, imprimé dans le volume de l'Académie pour 1784. La partie inférieure de ce fil est prise par une double pince, ayant la figure d'un porte-crayon, représenté *figure 5*; cette double

*Mém. 1785.*

G g g g

pince est fendue, comme l'indique la figure, dans presque toute sa longueur, pour former pince à ses deux extrémités, qui s'ouvrent & se ferment au moyen de deux coulans. L'extrémité inférieure saisit un anneau de plomb ou de cuivre; cet anneau est destiné à porter l'aiguille d'acier aimantée, que l'on veut mettre en expérience.

Avant de commencer les expériences avec cette balance, il faut que, lorsque la torsion est nulle, l'aiguille aimantée se place naturellement sur son méridien magnétique; c'est ce qu'il est facile d'obtenir, en plaçant d'abord dans l'anneau suspendu au porte-crayon, un fil de cuivre rouge, des mêmes dimensions que le fil d'acier aimanté, que l'on compte soumettre à l'expérience; laissant ensuite l'index du micromètre fixement sur la première division de ce micromètre, l'on fait tourner tout le micromètre, (dont le tuyau, comme on l'a vu pour la balance électrique, peut glisser & tourner dans celui qui forme la tige *id*, *fig. 4*), jusqu'à ce que l'aiguille de cuivre s'arrête naturellement sur la direction du méridien magnétique, que l'on a tracée d'avance.

La boîte doit être placée sur ce méridien magnétique; de manière que la direction de ce méridien réponde aux divisions 0,180 du cercle horizontal, que nous avons dit être élevé dans la boîte, à 9 pouces au-dessus de son fond.

Après cette préparation, l'on substitue l'aiguille d'acier aimantée à l'aiguille de cuivre, & l'on est en état de commencer les opérations.

Nous ne donnerons ici que les expériences & les résultats qui nous sont absolument nécessaires pour déterminer la loi suivant laquelle le fluide magnétique agit, lorsque les molécules aimantaires sont placées à différentes distances l'une de l'autre.

**PREMIER RÉSULTAT.** *La force résultante de toutes les forces aimantées que le globe de la Terre exerce sur chaque point d'une aiguille aimantée, est une quantité constante, dont la direction, parallèle au méridien magnétique, passe toujours par le même point de l'aiguille, dans quelque situation que cette aiguille soit placée par rapport à ce méridien.*

J'avois déjà tâché de prouver ce principe dans un Mémoire sur les aiguilles aimantées, imprimé dans le septième volume des *Savans étrangers*; mais les expériences que j'ai rapportées pour lors, pourroient être sujettes à quelques contestations; celle qui va suivre est directe, & me paroît décisive.

EXPÉRIENCE.

J'ai suspendu horizontalement dans la balance, un fil d'acier aimanté, ayant 22 pouces de longueur, &  $1\frac{1}{4}$  ligne de diamètre. D'après la disposition de notre balance, cette aiguille s'est placée dans sa direction magnétique, son extrémité nord répondant au point 0 du grand cercle de 2 pieds 10 pouces de diamètre; la torsion du fil étant nulle, & l'index du micromètre étant sur le point 0, ou sur la première division de ce micromètre.

Au moyen du bouton qui porte l'index du micromètre, l'on a tordu le fil de cuivre de suspension de différens angles, ce qui a forcé l'aiguille de s'éloigner de son méridien magnétique: à chaque opération, l'on a observé l'angle dont elle étoit éloignée de ce méridien, & la force de torsion qu'il falloit employer pour produire cet angle, & l'on a eu les résultats suivans.

|                             | Le fil de suspension<br>tordu de..... | 1 cercle = 360.   | L'aiguille s'est<br>arrêtée à... | 10 $\frac{1}{2}$ de son Méridien. |
|-----------------------------|---------------------------------------|-------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. <sup>er</sup> Essai.     | .....                                 | 1                 | .....                            | 10 $\frac{1}{2}$                  |
| 2. <sup>me</sup> Essai..... | .....                                 | 2                 | .....                            | 21 $\frac{1}{4}$ .                |
| 3. <sup>me</sup> Essai..... | .....                                 | 3                 | .....                            | 33.                               |
| 4. <sup>me</sup> Essai..... | .....                                 | 4                 | .....                            | 46.                               |
| 5. <sup>me</sup> Essai..... | .....                                 | 5                 | .....                            | 63 $\frac{1}{2}$ .                |
| 6. <sup>me</sup> Essai..... | .....                                 | 5 $\frac{1}{2}$ . | .....                            | 85.                               |

G g g g ij

*Résultat & explication de cette expérience.*

Notre aiguille aimantée est ici suspendue par un fil de cuivre, numéroté 12 dans le commerce; nous avons vu, dans un Mémoire imprimé dans le volume de 1784, que, pour un même fil de suspension, la force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion; ainsi, dans le premier essai, la force de torsion est 1 cercle —  $10\frac{1}{2}$  degrés; dans le deuxième essai, elle est 2 cercles —  $21\frac{1}{4}$  degrés. Si nous comparons, d'après cette expérience, la force de torsion, avec l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, à chaque essai, nous trouverons très-exactement, que le sinus de l'angle formé par le méridien magnétique, & la direction de l'aiguille dans les essais successifs, sont proportionnels à l'angle de torsion; d'où il suit, comme nous l'avons vu, dans le septième volume des Savans étrangers, que la force résultante de l'action magnétique du globe de la Terre, est une force constante dirigée parallèlement au méridien magnétique, & passant toujours à égale distance de l'extrémité de l'aiguille, dans quelque position que cette aiguille soit placée, relativement à son méridien: voici le calcul comparé à l'expérience.

Soit  $A$ , l'angle de torsion d'un essai quelconque, qui doit servir de terme de comparaison.

$B$ , l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai.

$A'$ , l'angle de torsion trouvé dans un autre essai.

$B'$ , l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai; nous aurons généralement, d'après la théorie  $A$   $A' :: \sin. B : \sin. B'$ .

D'où  $\log. A' = \log. A + \log. \sin. B' - \log. \sin. B$ . Prenons le deuxième essai pour terme de comparaison; en corrigeant l'angle de torsion, de l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, cet angle sera 699 degrés, & son logarithme sera.....2,8444, l'angle  $B$  étant de  $21^d 15'$ ,  $\log. \sin. B$  sera.....9,5592.

En comparant ces deux quantités, d'après la formule, avec l'angle dont l'aiguille est éloignée de son méridien dans les autres essais, nous trouverons que,

|   |                      |
|---|----------------------|
| Les 2. <sup>me</sup> & 3. <sup>me</sup> Essais comparés par la théorie, donnent   |                      |
| pour la force de torsion du 3. <sup>me</sup> Essai.....                           | 1052 <sup>d</sup> .  |
| L'expérience donne pour la force de torsion du 3. <sup>me</sup> Essai.            | 1047 <sup>d</sup> .  |
| Différence.....   | 5.                   |
| Erreur de l'expérience.....   | - $\frac{1}{110}$ .  |
| Les 2. <sup>me</sup> & 4. <sup>me</sup> Essais comparés, donnent, par la théorie, |                      |
| pour la force de torsion.....   | 1388 <sup>d</sup> .  |
| L'expérience donne pour la force de torsion du 3. <sup>me</sup> Essai.            | 1394 <sup>d</sup> .  |
| Différence.....   | 6 <sup>d</sup> .     |
| Erreur de l'expérience.....   | + $\frac{1}{232}$ .  |
| Les 2. <sup>me</sup> & 5. <sup>me</sup> Essais comparés, donnent, par la théorie, |                      |
| pour la force de torsion.....   | 1726 <sup>d</sup> .  |
| L'expérience donne au 5. <sup>me</sup> Essai, pour la force de torsion,           | 1736 $\frac{1}{2}$ . |
| Différence.....   | 10 $\frac{1}{2}$ .   |
| Erreur de l'expérience.....   | + $\frac{1}{169}$ .  |
| Les 2. <sup>me</sup> & 6. <sup>me</sup> Essais comparés, donnent, par la théorie, |                      |
| pour la force de torsion.....   | 1921 <sup>d</sup> .  |
| L'expérience donne au 5. <sup>me</sup> Essai.....                                 | 1895 <sup>d</sup> .  |
| Différence.....   | 26 <sup>d</sup> .    |
| Erreur de l'expérience.....   | - $\frac{1}{75}$ .   |

L'on trouve donc le plus grand accord entre la théorie & l'expérience, ce qui prouve en même temps, la vérité de la théorie & l'exactitude de la méthode; exactitude que l'on ne peut attribuer qu'à la simplicité du moyen, car la boîte & toutes les parties qui forment la balance avoient été exécutées sans beaucoup de soin.

*Première Remarque.*

Cette propriété établie d'une manière qui me paroît incontestable, il sera facile, au moyen de notre balance,

de comparer tout de suite & sans calcul, la force de différentes aiguilles aimantées, soit entr'elles, soit avec le *momentum* d'un poids qui agiroit à l'extrémité d'un levier donné.

Il ne s'agit pour cette opération, que de suspendre horizontalement l'une après l'autre, dans notre balance, les différentes aiguilles que l'on voudra comparer, de manière qu'elles se placent librement sur le méridien magnétique, lorsque la torsion du fil de suspension est nulle; l'on tordra ensuite le fil de suspension au moyen du micromètre, de manière que les aiguilles suspendues, forment dans tous les essais, un même angle avec le méridien magnétique, & l'on conclura de cette expérience, que, puisque l'angle formé avec le méridien magnétique est constant, le *momentum* de la force avec laquelle chaque aiguille est ramenée à son méridien par l'action magnétique de la Terre, est proportionnel à l'angle de torsion qu'aura donné l'expérience.

Nous aurons lieu, dans un autre Mémoire, de revenir en détail sur cet objet, ainsi que sur beaucoup d'autres, relatifs au magnétisme.

*USAGE de la balance magnétique, pour déterminer la loi suivant laquelle les parties aimantées agissent l'une sur l'autre à différentes distances.*

L'on a aimanté un fil de bon acier, tiré à la filière, de 24 pouces de longueur, &  $1\frac{1}{2}$  ligne de diamètre, on l'a suspendu horizontalement dans notre balance magnétique; l'on a cherché d'abord, avec quelle force le magnétisme de la Terre ramenoit cette aiguille à son méridien, & l'on a trouvé qu'en tordant le fil de suspension de deux cercles moins 20 degrés, l'aiguille s'arrêtoit à 20 degrés de son méridien magnétique, en sorte que pour les angles de 20 à 24 degrés & au-dessous, les sinus étant à peu-près proportionnels aux arcs, il falloit pouréloigner l'aiguille

d'un degré de son méridien magnétique, une force de torsion très-approchante de 35 degrés.

L'on a placé ensuite un autre fil aimanté des mêmes dimensions, verticalement dans le méridien magnétique, à 11 pouces 2 lignes du centre de suspension de la première aiguille, en baissant l'extrémité de ce fil, à peu-près d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue horizontalement; en sorte que, si les deux aiguilles, l'une suspendue horizontalement, l'autre placée fixement verticalement dans le méridien de la première, s'étoient touchées, elles se seroient rencontrées à 1 pouce de leurs extrémités; mais comme c'étoit les pôles nord, ou du même nom de chaque aiguille, qui étoient opposés, elles se sont chassées mutuellement, & l'aiguille horizontale, suspendue dans la balance, a été repoussée de la direction de son méridien, & ne s'est arrêtée que lorsque la force de répulsion des pôles opposés, a été en équilibre avec la force directrice du globe de la Terre. Voici le résultat des différens essais.

## E X P É R I E N C E.

*Premier Essai.* L'aiguille suspendue horizontalement sans tordre le fil de suspension, a été chassée, & s'est arrêtée à 24 degrés de son méridien magnétique.

*Deuxième Essai.* Ayant tordu de trois cercles, l'aiguille s'est arrêtée à 17 degrés de son méridien magnétique.

*Troisième Essai.* Ayant tordu de huit cercles, l'aiguille s'est arrêtée à 12 degrés de son méridien magnétique.

*Explication & résultat de cette expérience.*

Nous avons dit que l'aiguille libre & uniquement sollicitée par l'action magnétique du globe de la Terre, étoit retenue à 20 degrés de son méridien par une force de torsion de deux cercles moins 20 degrés; ainsi, lorsque l'aiguille formoit un angle de 20 degrés avec son méridien magnétique, la force qui la rappeloit vers ce méridien

étoit de  $700^d$ ; & par conséquent, comme dans le premier essai elle s'arrêtoit à  $24^d$  de son méridien, elle y étoit ramenée avec une force de  $849^d$ ; mais, comme par la répulsion des aiguilles, le fil de suspension étoit tordu de  $24^d$ , la répulsion totale étoit de  $864$ .

Dans le 2.<sup>me</sup> Essai, l'aiguille s'arrêtoit à  $17^d$  de son méridien magnétique; ainsi, elle étoit ramenée à ce méridien par l'action aimantaire de la Terre, avec une force de  $595^d$ . Mais la torsion qui la retenoit à cette distance étoit 3 cercles +  $17^d$ . Ainsi, comme cette force de torsion agissoit dans le même sens que la force aimantaire de la Terre, l'action des deux pôles de l'aiguille étoit mesurée par...  $1692^d$ .

Dans le 3.<sup>me</sup> Essai, l'aiguille n'est qu'à  $12^d$  de son méridien magnétique. Ainsi, l'action du globe de la Terre n'est mesurée que par une force de  $420^d$ . Mais nous trouvons dans cet essai, que pour ramener l'aiguille à cette distance de  $12^d$  il avoit fallu tordre le fil de suspension de 8 cercles +  $12^d$ , =  $2890^d$ . Ainsi, la force répulsive des deux aiguilles placées à  $12^d$  de distance est mesurée dans ce dernier essai, par une torsion de  $2892 + 420 = 3312^d$ . Ainsi, dans nos expériences, où les distances sont 24, 17, 12, la raison inverse du carré des distances est mesurée par les nombres  $\frac{1}{376}$ ,  $\frac{1}{289}$ ,  $\frac{1}{144}$ , qui est très-approchant, comme  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ , 1. Mais les expériences donnent pour les forces répulsives correspondantes 864, 1692, 3312, qui sont aussi très-approchant, comme les nombres  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ , 1. Ainsi, en supposant, comme nous avons vu plus haut, qu'il étoit permis de le faire, tout le fluide magnétique concentré à 10 lig. de l'extrémité de nos aiguilles de 24 pouces de longueur, il en résulte que l'action répulsive du fluide magnétique est en raison inverse du carré des distances.

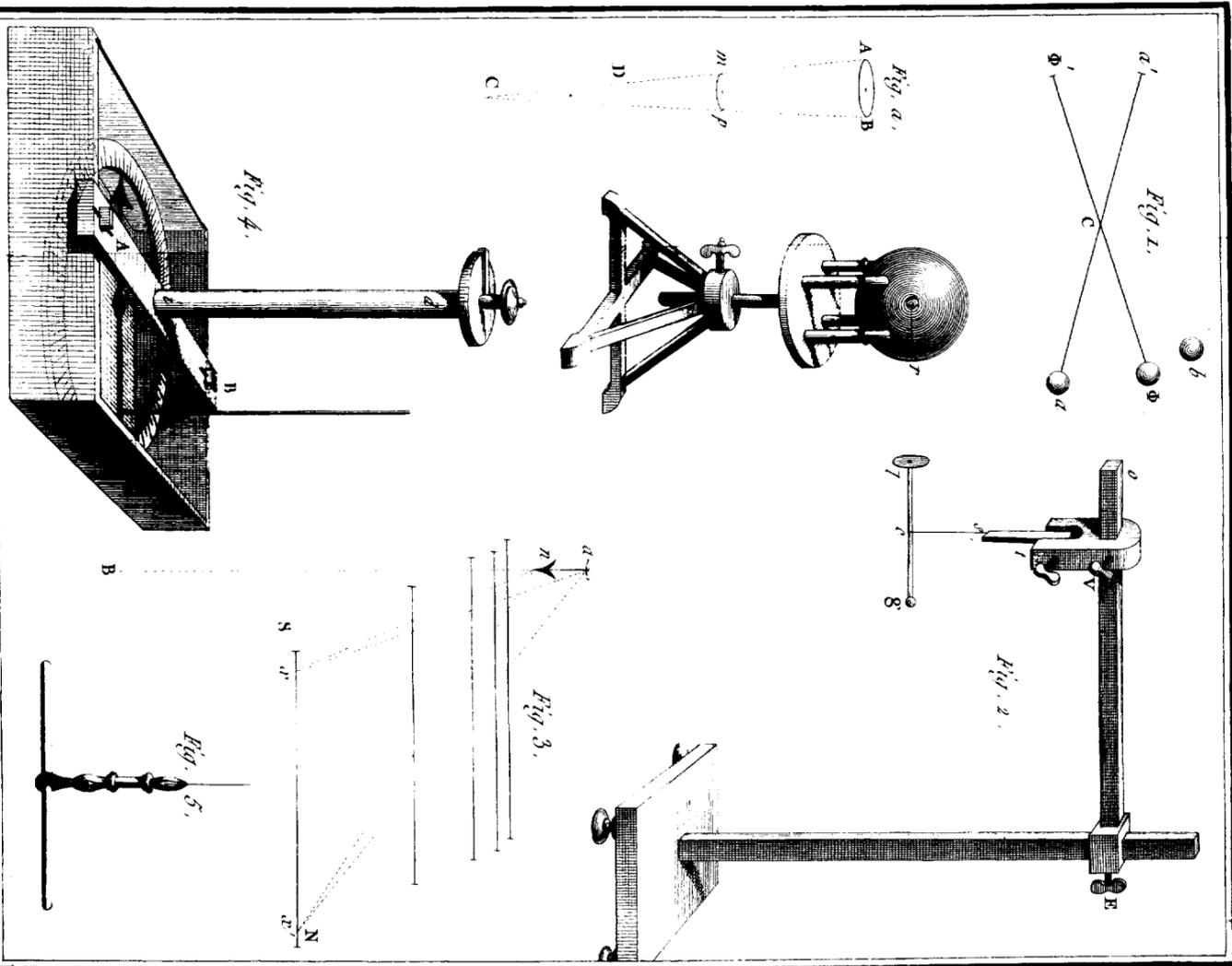
Nous avons pu négliger dans cette opération, l'action des autres pôles des aiguilles; car, puisque l'action est en raison inverse du carré des distances, que les aiguilles ont deux pieds de longueur, ces autres pôles se trouvant toujours à une distance au moins quatre fois plus grande que  
les

les premiers, & agissant d'ailleurs très-obliquement à la longueur des aiguilles, leur action ne peut pas altérer d'une manière bien sensible notre résultat. Mais s'il y avoit moins de différence entre la distance des différens pôles de l'aiguille que dans l'expérience qui précède, il faudroit, dans le calcul, avoir égard à l'action réciproque de tous les pôles, & à la longueur du levier sur lequel chacune de ces actions s'exerce. Ce calcul n'auroit pas plus de difficulté que celui que nous avons fait plus haut pour déterminer le centre d'action des extrémités des aiguilles, ou le point, vers ces extrémités, dans lequel il est permis de supposer le fluide magnétique concentré.

L'on peut encore, au moyen de la balance magnétique que nous venons de décrire, prouver d'une manière incontestable, que le fluide magnétique dans les fils d'acier aimantés par la méthode de la double touche, est concentré vers les extrémités de ces fils.

Voici le précis de l'opération qui mène à ce résultat. Ayant placé dans le méridien magnétique de notre balance, une règle verticale de deux lignes d'épaisseur, répondant à l'extrémité de l'aiguille suspendue, l'on fait glisser verticalement, le long de cette règle, le fil d'acier aimanté, de manière que les pôles du même nom se répondent, la règle étant entre-deux. Comme les deux extrémités, ou les deux pôles des fils d'acier & de l'aiguille, se chassent, l'on tord, au moyen du micromètre, le fil de suspension, jusqu'à ce que l'on ait ramené l'aiguille horizontale en contact avec la règle, en sorte qu'il ne reste que l'épaisseur de la règle, ou deux lignes de distance entre les points les plus rapprochés des deux aiguilles; mais comme le fil d'acier que nous plaçons derrière la règle est vertical, tous les points des deux aiguilles qui se trouvent à quatre ou cinq lignes de distance du recroisement, n'ont l'une sur l'autre pour se chasser mutuellement, qu'une force très-foible, à cause de leur distance & de l'obliquité de leur action; en sorte que la force de torsion qu'il faut

employer pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact de la règle, est proportionnelle à la densité des deux ou trois lignes de longueur du fluide aimantaire qui avoisinent les points des deux aiguilles, qui ne sont qu'à deux lignes de distance l'un de l'autre. Ainsi, en faisant glisser verticalement notre fil d'acier le long de la règle, nous présenterons à cette petite distance de deux lignes de l'aiguille, tous les points de ce fil, & la force de torsion de la suspension pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact avec la règle, fera proportionnelle à la densité du fluide magnétique du point du fil vertical, qui, dans chaque essai, se trouvera à deux lignes de distance de l'aiguille. Si l'on tente cette expérience, l'on trouvera que s'il faut une torsion de huit cercles lorsque le point de recoupement est à deux lignes de l'extrémité du fil, il ne faut que deux ou trois cercles de torsion à un pouce, & tout au plus un demi-cercle de torsion à deux pouces; & que lorsque le fil d'acier vertical a son extrémité baissée de trois pouces au-dessous de l'extrémité de l'aiguille suspendue horizontalement, la répulsion est presque nulle. L'on trouvera la même chose pour l'attraction des pôles du même nom; mais il faut avertir que pour compter sur le résultat d'une pareille expérience, il ne faut employer que des aiguilles fortement trempées & d'excellent acier, & ne pas leur donner un trop fort degré de magnétisme; autrement, comme dans cette opération le point de recroisement des deux aiguilles n'a que deux lignes de distance, si la force du fluide magnétique est telle que le fluide puisse se déplacer dans les parties des aiguilles qui s'avoisinent, les résultats ne seront plus comparables. L'on verra, dans un autre Mémoire, que la force coercitive, qui empêche le fluide magnétique une fois concentré par l'opération de la double touche, de se déplacer, est une quantité constante, qui varie suivant la nature & la trempe de l'acier; mais que, lorsqu'un point d'une aiguille est aimanté à satu-



Extrait del.

Y. le Comte sc.

ration, cette force coërcitive, que l'on peut comparer au frottement dans la mécanique, fait équilibre avec la résultante de toutes les forces, soit répulsives, soit attractives de tout le fluide magnétique répandu dans l'aiguille, la force de chaque point étant en raison composée de la directe des densités & de l'inverse du carré des distances.

*Récapitulation des objets contenus dans ce Mémoire.*

DES recherches qui précèdent, il résultera :

1.<sup>o</sup> Que l'action, soit répulsive, soit attractive de deux globes électrisés, & par conséquent de deux molécules électriques, est en raison composée des densités du fluide électrique des deux molécules électrisées, & inverse du carré des distances.

2.<sup>o</sup> Que dans une aiguille de 20 à 25 pouces de longueur, aimantée par la méthode de la double touche, le fluide magnétique peut être supposé concentré à dix lignes des extrémités de l'aiguille.

3.<sup>o</sup> Que lorsqu'une aiguille est aimantée, dans quelque position où elle soit placée sur un plan horizontal, relativement à son méridien magnétique, elle est toujours ramenée à ce méridien par une force constante parallèle au méridien, & dont la résultante passe toujours par le même point de l'aiguille suspendue.

4.<sup>o</sup> Que la force attractive & répulsive du fluide magnétique, est exactement, ainsi que dans le fluide électrique, en raison composée de la directe des densités, & inverse du carré des distances des molécules magnétiques.

