

fera vraye quand le temps sera supposé infiniment petit, & que la vitesse ne sera que l'infiniment petit, ou l'élément de la vitesse finie. Il ne faut qu'exprimer algébriquement la force, qui est l'excès de la pesanteur d'un volume d'eau sur un volume d'air égal, mais dont on retranchera la résistance du Liquide ou Milieu exprimée de même algébriquement; or cette résistance est le produit de la surface de la Bulle d'air par le quarré de sa vitesse. Toutes les autres expressions se présentent d'elles-mêmes.

De cette proportion naît une Équation différentielle, qu'il ne faut plus qu'intégrer pour avoir tout ce qui appartient au mouvement de la Bulle d'Air pris dans le fini, c'est-à-dire, l'espace qu'elle parcourt dans un temps déterminé, & sa vitesse pour ce temps. Mais quand on est arrivé aux intégrations; ou, pour mieux dire, aux cas où il faudroit intégrer, souvent on ne le peut pas, on est abandonné par les Regles générales, & on a recours à différentes adresses particulières qui, lorsqu'elles réussissent, sont des coups de génie ou de bonheur. Ici l'équation finale où l'on arrive se laisse intégrer aisément, & le Probleme est parfaitement résolu.

**SUR LA CONCILIATION
DES DEUX REGLES ASTRONOMIQUES
DE KEPLER**

Dans le Systeme des Tourbillons.

V. les M.
p. 301.

ON a vû dans les Volumes précédents* de quelle façon M. l'Abbé de Molières a déjà défendu le Systeme des Tourbillons Cartésiens contre les vives attaques que lui ont portées le célèbre Newton, & ses Disciples qui ne sont pas aujourd'hui renfermés dans les bornes de l'Angleterre. Voici encore une objection qui méritoit bien que l'on en délivrât, s'il étoit possible, le Systeme Cartésien.

Les temps que les Planetes employent à parcourir différents

arcs de leurs Orbes sont entre eux comme les aires correspondantes de ces mêmes Orbes, comprises chacune entre deux rayons tirés du Foyer à la circonférence, & terminées par les arcs de cette circonférence correspondants.

Les quarrés des temps des révolutions des Planetes autour du Foyer de leur mouvement sont entre eux comme les cubes de leurs distances à ce Foyer. Voilà ces deux Regles ou Loix aujourd'hui si connues, & si heureusement trouvées par Kepler, qu'il en méritoit le nom de Législateur en Astronomie.

Que le Tourbillon soit Sphérique, & que toutes ses Couches concentriques soient en équilibre, c'est-à-dire, qu'elles aient une Force centrifuge égale, sans quoi le Tourbillon ne se maintiendrait pas comme il fait, il est certain que les deux Loix s'accorderoient ensemble sans difficulté, ou plutôt naîtroient toutes deux ensemble des suppositions qu'on auroit faites. Nous avons déjà vû en 1728 naître ainsi la 2^{de} Loi, & pour la 1^{re} il est visible qu'elle en naîtroit aussi d'elle-même, puisque dans un Cercle les aires décrites du Centre ne peuvent être que proportionnelles aux arcs. Tout vient de ce que dans le Tourbillon Sphérique, où il y a équilibre de Forces centrifuges, les vitesses de deux points quelconques sont entre elles en raison renversée des racines quarrées des distances de ces points au Centre.

Si le Tourbillon est Elliptique, comme l'est notre Tourbillon Solaire, il arrive du dérangement. Ce qui étoit Cercle devient une Ellipse, ayant pour Foyer ce qui étoit son Centre, le point, qui décrivant ce Cercle étoit toujours également éloigné du Centre, ne l'est plus du Foyer en décrivant l'Ellipse, il n'a donc plus dans tout son cours la même force centrifuge, ni par conséquent la même vitesse, il a autant de vitesses différentes que de différentes distances au Foyer. Il peut suivre la 1^{re} Regle de Kepler, parce qu'ayant toujours des vitesses en raison renversée de ses distances, leurs rayons tirés du Foyer plus longs pour de plus grandes distances, & en même temps des arcs plus petits parcourus par de moindres vitesses pourront former des aires Elliptiques dans le rapport

requis ; mais alors ce même point ne peut suivre la 2^{de} Règle, parce que n'ayant dans tous les instants de son cours qu'une distance variable au Foyer, & tout autre point du Tourbillon auquel on le compareroit n'en ayant qu'une aussi, le rapport des distances au temps des révolutions ne peut que changer continuellement.

Il semble que cette difficulté devoit être commune aux deux Systemes de Descartes & de Newton, car elle ne vient que du mouvement Elliptique, & non Circulaire, des Planetes, également admis dans l'un & dans l'autre. Il est vrai cependant que la difficulté n'est que pour Descartes, il a supposé le Plein, de grands Tourbillons, de grands Torrents de matière fluide qui emportent les Planetes selon des Loix bien précises & durables, & il faut rendre compte de ce que ces mouvements peuvent produire. Newton au contraire s'est mis dans le Vuide, à des forces mouvantes connues & Mécaniques il a substitué une force inconnue & Métaphisique, une Attraction, dont on ne peut prévoir les effets, mais que l'on suppose telle que certains faits établis la demandent, & qui par conséquent satisfait toujours précisément à tout. M. l'Abbé de Molières lui reproche même assez finement cette extrême précision, les principes Physiques n'en ont pas tant, lorsqu'on vient à les appliquer aux Phénomènes.

Il suffiroit de répondre à l'Objection dont il s'agit, que les deux Loix de Kepler sont effectivement incompatibles, à la rigueur, dans le Tourbillon Elliptique, mais qu'aussi dans un Tourbillon peu Elliptique comme le nôtre, il s'en faut peu qu'elles ne s'accordent, & cela sera confirmé par toutes les observations. Cependant M. l'Abbé de Molières ne s'en tient pas là, il soutient que la 2^{de} Règle de Kepler s'accomplit à la lettre dans le Tourbillon Elliptique à l'égard de deux points différens pris, non pas dans deux points quelconques de leurs Orbes, mais seulement dans des points correspondans, c'est-à-dire, qui soient sur le même rayon tiré du Foyer. Pour parler plus géométriquement, M. de Molières dit que la somme des vitesses du 1^{er} point dans tout son Orbe sera à

la somme des vitesses du 2^d dans le sien, comme la racine de la distance moyenne du 2^d au Foyer sera à la racine de la distance moyenne du 1^{er}, & de-là s'ensuivra la 2^{de} Regle de Kepler modifiée comme elle a dû l'être en passant du Cercle dans l'Ellipse.

Ce qui rend un Tourbillon Elliptique, c'est l'inégalité de la compression des Tourbillons voisins qui agissent sur lui en faisant effort pour s'étendre. Il seroit presque contraire à la Physique que cette compression pût jamais être égale de tous côtés. Ainsi on peut compter que tous les Tourbillons sont plus ou moins Elliptiques, pour s'accommoder tous ensemble par cette figure, & comme de concert aux différents degrés de force dont chacun est poussé par ceux qui l'environnent.

Tout ce que M. Newton a tiré de son Attraction ou Force Centripete combinée avec la Force Centrifuge, se tire aussi de la Force Centrifuge, en substituant, au lieu de la Centripete, les appuis fixes qu'un Tourbillon se fait sur tous les Tourbillons voisins, & qui peuvent tenir la place de forces agissantes, selon que l'enseigne la Méchanique. M. l'Abbé de Molières conserve donc toute la belle Théorie de M. Newton, seulement il la rend en quelque sorte moins Newtonienne, en la dégageant de l'Attraction, & en la transportant dans le Plein. Ce Plein où elle n'est pas née, lui étant rendu, elle n'a plus besoin de l'Attraction, & ce n'est pas là un malheur pour elle.

Cette année le même M. le Clerc de Buffon, dont nous avons déjà parlé ci-dessus *, apporta à l'Académie la Solution d'un Probleme qu'il s'étoit proposé, & qui demandoit une fin Méchanique. * p. 43.

Un fil suspendu à un point immobile par son extrémité supérieure, & chargé à l'autre d'un Plomb, étant mis en mouvement, & faisant une vibration, rencontre par un de ses points moyens quelconque un Clou posé dans le plan vertical où se fait la vibration. Il passe au de-là, mais seulement

96 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

par sa partie interceptée entre le Clou & le Plomb, & cette partie décrit un arc de Cercle, dont elle est le rayon & le Clou, le centre. Il est évident que le fil a frappé le Clou avec une certaine force, & cela parce que le fil porte un Plomb, car autrement où il ne se seroit seulement pas mis en vibration, ou il n'auroit fait sur le Clou qu'une impression phisiquement nulle. La force de l'impression sur le Clou peut être plus ou moins grande, ce qui est visible, n'y eût-il d'autre principe de variation que le plus ou le moins de vitesse dont le fil ou Pendule est susceptible, mais il y en a encore d'autres que les Géometres appercevront bien, & que nous allons détailler. M. le Clerc demande en quel cas il arrivera qu'un fil, dont la longueur & le Plomb qu'il porte sont donnés, frappera avec la plus grande force possible le Clou qu'il rencontrera.

Le Plomb tend le fil autant qu'il peut être tendu par ce poids déterminé, & c'est cette tension qui le rend capable de faire une impression sur le Clou. Mais le Plomb ne tend le fil, autant qu'il le peut tendre, que quand il le tire selon sa longueur, & il ne le tire selon cette direction que quand le fil est vertical; dans toutes ses autres positions, l'action du Plomb, qui est toujours nécessairement verticale, est oblique à la longueur du fil, & par conséquent le tend moins.

Une seconde cause de la tension du fil est la force centrifuge que le Plomb a nécessairement, puisqu'il décrit des arcs de Cercle, d'abord autour du point de suspension du fil, ensuite autour du Clou, devenu le centre d'un Cercle que nous nommerons le *second*. Dans l'un & l'autre cas la force centrifuge tire toujours le fil selon sa longueur, puisqu'elle tend à éloigner son extrémité inférieure de la supérieure, qui est le centre du mouvement, & à cet égard elle est une force constante, mais elle peut d'ailleurs varier à l'infini par la vitesse, à laquelle elle est toujours proportionnée.

Plus la vitesse de la vibration du Plomb, avant que le fil rencontre le Clou, sera grande, plus le sera aussi la vitesse du Plomb, lorsqu'il décrira un arc du 2^d Cercle, & plus par conséquent

conséquent il tendra le fil par sa force centrifuge. Plus cette même vitesse du Plomb sera grande, plus il décrira un grand arc du 2^d Cercle, ce qui est clair, & par conséquent un plus grand arc de ce Cercle décrit par le Plomb, marque que le Clou a été frappé avec plus de force. Quand l'aura-t-il été avec la plus grande force possible ? Il faut d'abord que le Clou ait été non seulement dans le plan vertical de la vibration, ce qui est nécessaire afin qu'il soit rencontré, mais qu'il ait été dans la ligne verticale tirée par le point de suspension du fil ou Pendule, puisque c'est dans cette ligne que le Pendule a sa plus grande vitesse possible. Ensuite il est certain que si le Plomb décrit une moitié entière du 2^d Cercle, auquel cas le fil est replié verticalement sur lui-même, le Clou aura été frappé avec plus de force que si un arc moindre que cette moitié avoit seulement été décrit. Mais est-ce alors bien sûrement que la vitesse a été la plus grande possible ? n'auroit-elle pas été plus grande, si le Plomb avoit décrit plus de la moitié du 2^d Cercle, si le fil arrivé à se replier sur lui-même avoit passé au de-là ? la vitesse auroit sans doute été plus grande, mais non pas l'impression du fil sur le Clou ; on verra aisément que jusqu'à ce que le fil vienne à se replier sur lui-même, il pousse toujours le Clou en même sens, après quoi, s'il va plus loin, il le pousse en sens contraire, & affoiblit par conséquent sa première impression.

En même temps le Plomb agissant précisément comme poids pour tendre le fil, ne peut agir que selon sa longueur, puisque le fil replié sur lui-même est alors vertical, & par conséquent les deux causes qui lui donnent cette tension, qui fait toute sa force, sont alors dans leur degré le plus avantageux, & elles sont les seules dont l'effet proposé dépende.

Il reste à sçavoir quelle est la vitesse nécessaire au Pendule, afin que cet effet arrive, car on voit bien qu'il en faut une bien précise & bien juste. Le fil doit en avoir assés pour se replier sur lui-même après la rencontre du Clou, & il ne doit pas en avoir davantage. Jusque-là le seul raisonnement sans Algebre, la seule analyse métaphisique des Causes & de

98 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
leurs actions, nous a conduits à la Solution de M. le Clerc,
mais on ne peut plus faire le dernier pas sans Algebre, & on
le fait très-aisément par son secours. Il résulte des expressions
& des calculs qu'elle donne, que pour la vitesse requise il
faut que le Plomb tombe d'une hauteur verticale qui soit au
rayon du 2^d Cercle qui sera décrit, ou, ce qui est le même,
à la partie du fil comprise entre le Clou & son extrémité
inférieure, comme 17 est à 2.

V. les M.
p. 117.
V. les M.
p. 446.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
L'Écrit de M. Camus sur la figure des Dents des
Rouës & des Ailes des Pignons dans l'Horlogerie.
L'Écrit de M. de la Condamine sur une nouvelle manière
d'observer en Mer la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

*MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE
EN M. DCCXXXIII.*

I.

UNE Machine à nettoyer les Ports de Mer, & les grands
Canaux, proposée par M. Guyot, Président au Grenier
à Sel à Versailles. Deux Bateaux, de ceux qu'on nomme
Chalans, accolés ensemble, portent deux grandes Rouës à
tambour, chacun la leur, montées sur un même axe, dans
lesquelles des hommes entrent pour les faire tourner. Leur
mouvement fait d'abord descendre au fond de l'eau une grande
Cuillier en forme de Caïsse, qui va se charger de la Vase;
après quoi le même mouvement des Rouës, mais en sens
contraire, la fait remonter pour s'aller décharger dans un
troisième Bateau. Entre les deux mouvements la Cuillier a
labouré au fond de l'eau, tirée par une corde attachée à
l'extrémité de son Manche, & qui agissoit par un Cabestan

Sur la conciliation des deux règles astronomiques de Képler dans le système des tourbillons -
Mécanique - Histoire de l'Académie royale des sciences - Année 1733

ASTRONOMIE
MOLIÈRES, NEWTON, DESCARTES
