

---

## ARITHMETIQUE.

---

### *SUR LES ECHELLES ARITHMETIQUES.*

**I**L est évident que la Progression décuple ou *dénaire* qui V. les M.  
 règne dans notre Arithmétique & dans la manière de P. 219.  
 compter de tous les peuples connus de la Terre, n'a d'autre  
 fondement que les dix doigts de nos mains, & que si nous  
 avions eu plus ou moins de dix doigts, douze, par exemple,  
 ou huit, la numération se feroit faite selon la progression  
*duodénaire* ou *octoénaire*. Aristote qui a touché quelque chose  
 de cette recherche dans ses Problèmes, nous apprend cepen-  
 dant qu'il y avoit dans la Thrace un peuple qui ne comptoit  
 que par la Progression *quaternaire*. C'est-à-dire, qu'après  
 avoir compté 1, 2, 3 jusqu'à quatre, exprimé dans ce cas  
 & en chiffres Arabes, par l'unité avec le zéro, on repre-  
 noit la Progression, & on comptoit autant de fois quatre  
 qu'il le falloit pour exprimer tout nombre qui ne passoit  
 pas quatre fois quatre ou seize, & ainsi de suite jusqu'à  
 quatre fois seize, &c. de la même manière que nous en  
 usons à l'égard des unités des dixaines, centaines, mille,  
 &c. ce qui, réduit à nos chiffres, seroit écrit de cette ma-  
 nière, 10 pour quatre; 100 pour quatre fois quatre ou  
 seize; 1000 pour quatre fois seize ou soixante-quatre;  
 13 pour 7; 122 pour vingt-six; 2312 pour cent quatre-  
 vingt-deux : car ce dernier exemple exprime deux fois  
 soixante-quatre, plus trois fois seize, plus une fois quatre,  
 plus deux unités, ce qui fait en tout cent quatre-vingt-deux;  
 comme il feroit deux fois mille, trois fois cent, une fois  
 dix & deux unités, & en tout deux mille trois cents douze  
 selon l'Arithmétique dénaire. Que si au lieu de la Progres-  
 sion quaternaire on ne vouloit employer que la *binnaire*, il

# 88 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

n'y auroit alors dans la numération par chiffres que des unités & des zéro. Ainsi 10 ne feroit que deux, 11 trois, 100 quatre, 101 cinq, 1000 huit, 1010 dix, 10000 seize, &c. Cette Progreſſion dans l'Arithmétique, la plus ſimple de toutes les Progreſſions poſſibles, auroit ſelon M.<sup>rs</sup> Leibnitz & de Lagny\*, de fort grands avantages pour certaines recherches curieufes & difficiles; mais elle ſeroit très-incommode dans l'uſage ordinaire, par la quantité de caractères qu'elle exigeroit pour de petits nombres. La duodénaire ſeroit peut-être, toutes compensations faites, la plus utile par le nombre de ſes diviſeurs, deux, trois, quatre, ſix; mais pour ſ'en ſervir avec nos chiffres, il faudroit néceſſairement y ajouter deux nouveaux caractères pour les nombres dix & onze qui ſeroient dès-lors au rang des unités. Au deſſus de la Progreſſion duodénaire, il n'y a que celle de vingt-quatre qui eût un diviſeur de plus, ſçavoir, huit; mais celle-ci devient embarrasſante par le nombre de caractères qui entreroient dans ſon rang des unités. Cependant il n'y a aucune de ces Progreſſions qui, à certains égards, ne puiſſe être préférable à toutes les autres, & qui n'ait ſon utilité particulière de théorie ou de pratique. Parmi les propriétés qui leur ſont communes, on doit compter celle qui a été d'abord remarquée du nombre neuf, ſçavoir, que tous ſes multiples exprimés à la manière ordinaire, le ſont toujours par des chiffres dont l'addition fait neuf, ou un multiple de neuf, & que ces chiffres tranſpoſés de pluſieurs manières différentes redonnent encore des nombres multiples de neuf\*. Car il eſt clair que ces propriétés n'appartiennent au nombre neuf dans l'Arithmétique dénaire, qu'en tant qu'il eſt le pénultième de la Progreſſion ou de la ſuite naturelle des nombres juſqu'à dix. De manière que dans la Progreſſion quaternaire ce ne ſeroit plus neuf qui auroit ces propriétés, mais trois; & que dans celle de douze ou de vingt-quatre, ce ſeroit onze ou vingt-trois. Il ſeroit donc très-commode pour de ſemblables recherches, & ſurtout lorsqu'il ſ'agit de grands nombres, d'avoir une Formule;

par

\* V. l'Hiſt.  
de 1703.  
p. 58.

\* V. l'Hiſt.  
de 1726.  
p. 36.

par le moyen de laquelle on pût ramener promptement ces nombres à l'Algorithme ou à l'expression de l'espèce d'Arithmétique, de Progression ou d'*Echelle* dont on veut faire usage. C'est ce que M. de Buffon a cherché, & qu'il nous donne ici sous le titre de *Formule sur les Echelles Arithmétiques*.



## A L G E B R E.

### *SUR LE CAS IRREDUCTIBLE DU TROISIEME DEGRE.*

**I**L y a grande apparence que les Arabes, qu'on croit être les V. les M.  
inventeurs de l'Algèbre, n'ont pas connu l'extraction des P. 25.  
racines des Equations passé le second degré; du moins est-il certain que Lucas Pacioli, dit *del Burgo*, qui tenoit l'Algèbre des Arabes, & qui l'a fait connoître en Europe dans un Livre intitulé, *Summa de Arithmetica, proportioni, & proportionalità*, imprimé à Venise en 1494, n'a pas été au delà du second degré. Cardan est vrai-semblablement le premier qui, environ 70 ans après Lucas del Burgo, ait poussé l'extraction des racines jusqu'aux Equations cubiques ou du troisième degré; mais ce qui est remarquable, & qui fait honneur à Cardan, c'est qu'il ne fut arrêté dans cette recherche que par une difficulté qui arrête encore les plus subtils Algèbristes: cet écueil est le cas où l'Equation a trois racines réelles, toutes trois inégales & venant sous une forme incommensurable.

Ce Cas appelé Irréductible, quoiqu'on n'en puisse pas démontrer l'irréductibilité, est donc devenu en Algèbre ce qu'est en Géométrie la Quadrature du Cercle. On voit clairement qu'il y a dans l'Etendue, dans le Monde intelligible qui fait l'objet immédiat des Géomètres, un carré égal à la surface du Cercle, une ligne droite de même longueur que

*Hist. 1741.*

M