

## Académie des sciences

### Séance solennelle de réception des Membres élus en 2003 15 juin 2004

---

#### Mathématiques et vérité Laurent Lafforgue

J'ai été invité à m'exprimer cinq minutes sur « l'aspect le plus significatif de mon œuvre scientifique ».

Je travaille depuis onze ans sur ce qu'on appelle le programme de Langlands mais je n'ai toujours pas compris le fond du problème donc il m'est difficile de dire quelque chose.

Comme pour d'autres grands problèmes des mathématiques, il s'agit d'un principe remarquablement simple et élégant dans sa formulation, qui ici relie les objets de la théorie algébrique des nombres à des objets de la théorie analytique des nombres et ceux-ci entre eux. Ce principe est universel au sens qu'il concerne tous les objets de ces théories considérés dans leur plus grande généralité mais, de façon étonnante, les quelques cas particuliers connus demandent souvent des démonstrations de centaines de pages et parfois ils ont des conséquences spectaculaires qui témoignent de leur profondeur.

Le programme de Langlands est le dernier avatar d'une longue histoire qu'on pourrait faire commencer avec la loi de réciprocité quadratique découverte expérimentalement par Euler au milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle et démontrée par Gauss en 1800.

Cette histoire, comme toute histoire, contient une large part de contingence, mais les énoncés qui nous sont proposés aujourd'hui sont tellement simples et élégants, ils sont tellement généraux, que l'on a vraiment l'impression d'être devant un fait de nature.

Et pourtant, il ne s'agit pas d'un fait de nature, il ne s'agit pas du monde physique dans lequel nous sommes et qui peut-être aurait pu être autre, il s'agit de mathématiques, c'est-à-dire d'un discours engendré par l'esprit humain à la recherche de ses propres potentialités et qui n'admet d'autres règles que celles de la logique.

Que l'esprit humain ait la possibilité de faire des découvertes riches, profondes et intéressantes, de rencontrer des faits, même en menant une réflexion purement spéculative et en faisant abstraction du monde tel qu'il est, est une chose étonnante.

Elle nous fait nous interroger sur le type très particulier de vérités que les mathématiciens rencontrent dans leur exploration.

Quelle est la nature de ces vérités ? Pourquoi sont-elles belles ? Ce sont des questions qu'un mathématicien ne peut manquer de se poser.

Mais quelle que soit la réponse qu'il apporte à ces questions, tout mathématicien, dans sa vie concrète de tous les jours, ne cesse de parler du vrai et du faux ; ce qui l'intéresse est de trouver ce qui est vrai.

Je pense qu'aujourd'hui où nos sociétés se détournent de la question de la vérité et s'abandonnent au relativisme, ce qui se traduit à la fois par le délaissement de nos traditions religieuses judéo-chrétiennes et par le désintérêt des jeunes générations vis-à-vis des sciences, il est important de rappeler que nous autres scientifiques et mathématiciens sommes des chercheurs de vérité et que notre quête n'est pas sans résultats.

Le témoignage propre des mathématiciens a, me semble-t-il, une valeur particulière, puisque leur rapport avec les mathématiques léguées par les générations précédentes

s'exprime toujours en termes d'approfondissement et non pas de révolutions qui à un moment auraient renversé les vérités établies pour en installer d'autres : en mathématiques, quand un théorème est démontré, il l'est pour toujours.

Aussi les mathématiciens sont-ils confiants, non pas en eux-mêmes, mais dans les vérités qu'ils cherchent et qui les attendent.