



INSTITUT DE FRANCE
Académie des sciences

Royaume du Maroc



Académie Hassan II

MADEV 17

Rabat, Maroc, 16-19 octobre 2017

Posters de la session *Mathématiques appliquées et environnement*

J. M. Lencina-Avila, C. Goyet & F. Touratier - *Calculation of anthropogenic carbon in the southern ocean.*

M. Byari , A. S. Bernoussi & M. Amharref - *Développement d'un modèle 3D automates cellulaire pour l'approche des phénomènes des feux de forêts.*

O. Jellouli, S. Bernoussi, & M. Amharref - *Modeling and control of the forest fire phenomenon by Cellular Automata.*

M. Ait Ichou, H. El Amri & A. Ezziani - *Modeling of viscoelastic waves with fractional derivatives*

H.Kassougué, S. Bernoussi & M. Amharref - *Modélisation de l'érosion hydrique des sols par automate cellulaire.*

S. Acharki, M. Amharref, H. Kassougué & A.S. Bernoussi. - *Modélisation de l'impact des changements climatiques sur les ressources en eau par Automates Cellulaires : Etude comparative sur deux périmètres au Maroc (Gharb et Loukkous)*

M. Boumghar, H. El Amri, A. Ramadane & M. Fafard - *Resolution by natural sub-domains of problems with multiphysical contact*

M. Amharref, H. Kassougué, A.S. Bernoussi & M. Ouardouz - *Vers un outil de gestion intégrée de l'environnement : Impact des changements climatiques sur les ressources en eaux au Nord du Maroc (Cas du bassin versant d'Oued Boukhalef)*



Jannine M. Lencina-Avila^{1,2}, Catherine Goyet^{1,2}, Franck Touratier^{1,2}

¹IMAGES_ESPACE-DEV, Université de Perpignan Via Domitia, 52 ave. Paul Alduy, 66860 Perpignan, France.

²ESPACE-DEV UMR UG UA UM IRD, Maison de la télédétection, 500 rue Jean-François Breton, 34093 Montpellier Cedex 5, France.

Jannine M. Lencina-Avila : marquez-lencina.ja@univ-perp.fr; Catherine Goyet : cgoyet@univ-perp.fr; Franck Touratier : touratier@univ-perp.fr.

Anthropogenic Carbon (C_{ant})

The sources of anthropogenic carbon are: (1) Fossil fuel emission, (2) Land use change (deforestation, agriculture, cattle farming), and (3) Cement production (as a by-product). The excess of CO₂ due to anthropogenic emissions causes the Earth temperature to rise. The ocean plays a significant role in absorbing this anthropogenic carbon, and thus mitigating climate change.

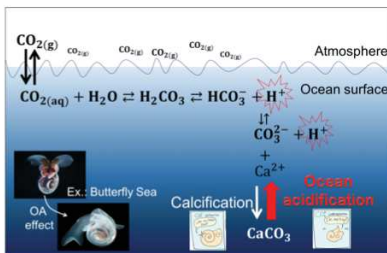


Fig. 1: Oceanic carbonate system and ocean acidification process.

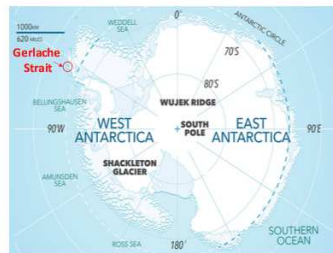
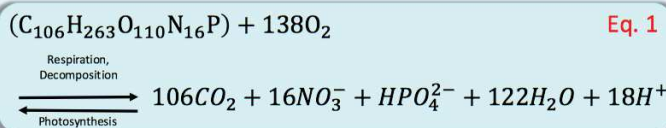


Fig. 2: Antarctic continent and Southern Ocean.

TrOCA method

Since it is impossible to directly measure the anthropogenic carbon concentration in the ocean we use the Tracer combining Oxygen, inorganic Carbon and total Alkalinity (TrOCA) method (Touratier et al., 2007). TrOCA is based on (1) a relationship based upon the Redfield's relation (Eq. 1) and (2) a relation between potential temperature (θ), oxygen (O_2), total inorganic carbon (C_T) and total alkalinity (A_T).



The total inorganic carbon (C_T) varies with depth due to the processes of respiration as well as decomposition of calcium carbonate. It is consumed during photosynthesis in the surface.

Rearranging this equation and using the same concept used by Broecker (1974) when creating the NO and PO tracers, yields the TrOCA equation 2:

$$\text{TrOCA} = O_2 + 1.279 \left[C_T - \frac{1}{2} A_T \right] \quad \text{Eq. 2}$$

From this equation C_{ant} can be calculated as a function of C_T , O_2 , total alkalinity, and potential temperature (θ), as follows (Eq. 3):

$$C_{\text{ant}}^{\text{TrOCA}} = \frac{O_2 + 1.279 \left[C_T - \frac{1}{2} A_T \right] - e^{\left[\frac{7.511(-1.087 \times 10^{-2})\theta - 7.81 \times 10^5}{A_T^2} \right]}}{1.279} \quad \text{Eq. 3}$$

This simple TrOCA method can be applied over large spatial areas since it relies only on physical and chemical properties that are commonly used in oceanography.

This study is part of manuscript which was submitted to the scientific journal Deep-Sea Research II and it is currently under review.

Reference

Lencina-Avila et al. Deep-Sea Res. II, *under review*. Ríos et al. <http://cdiac.ornl.gov>, 2007.
Touratier et al. Tellus, 59B, 381–325, 2007. Mikaloff et al. Glob. Biogeochem. Cy, 20, GB2002, 2006.

The Southern Ocean

The Southern Ocean is considered as one of the main sinks of atmospheric CO₂ among all the oceanic basins. Due to low water temperature, strong winds, and seasonal primary production, it absorbs ~40% of the anthropogenic CO₂ from the atmosphere (e.g., Mikaloff Fletcher et al., 2006). The primary production in the Southern Ocean is larger during austral summer when the input of nutrients, necessary for the biological community, is higher due to continent discharges (mostly deglaciation and sea ice melting).

This Study

We present some results of a study which calculated the anthropogenic carbon in the Gerlache Strait, a coastal zone in the Northern Antarctic Peninsula.

Data

- **1996 FRUELA cruise** (CDIAC database, Ríos et al. 2007);
 - A_T & pH were measured by potentiometric titration and using a pH-meter on NBS scale, respectively;
 - C_T was estimated from measured A_T and pH.
- **2016 NAUTILUS CRUISE** (Lencina-Avila et al. *under review*)
 - A_T & C_T were measured by potentiometric titration;

Methodology

1. We calculated the anthropogenic carbon (C_{ant}) using the TrOCA method (Touratier et al. 2007) for years 1996 and 2016;
2. We subtracted the C_{ant} from the C_T concentrations, yielding the natural concentration of inorganic carbon (C_T^*);
If the water masses were the same in 1996 and 2016, then we can estimate the penetration of C_{ant} . However, we did observed minor differences in hydrographical conditions, so;
3. We normalized the C_T^* and A_T data to the average salinity to correct for carbonate dilution.

Results

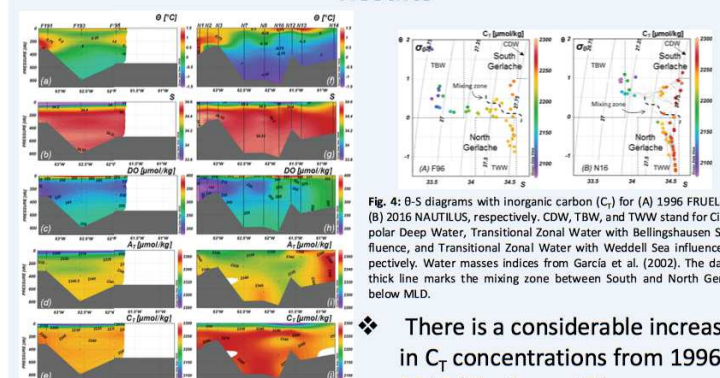


Fig. 4: 0-5 diagrams with inorganic carbon (C_T) for (A) 1996 FRUELA and (B) 2016 NAUTILUS, respectively. CDW, TBW, and TWW stand for Circumpolar Deep Water, Transitional Zonal Water with Bellingshausen Sea influence, and Transitional Zonal Water with Weddell Sea influence, respectively. Water masses indices from Garcia et al. (2002). The dashed-line marks the mixing zone between South and North Gerlache below MLD.

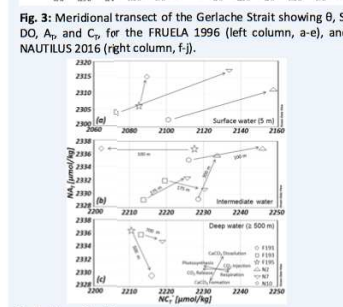


Fig. 5: Meridional transect of the Gerlache Strait showing θ , S, DO, A_T , and C_T for the FRUELA 1996 (left column, a-e), and NAUTILUS 2016 (right column, f-j).

- ❖ There is a considerable increase in C_T concentrations from 1996 to 2016 (Fig. 3e and 3j);
- ❖ The southern sector shows higher concentrations of C_T than in the northern sector, which seems related to the hydrography of the Strait;
- ❖ The same water masses were identified during both cruises (Fig. 4);
- ❖ There is an indication of intrusion of C_{ant} into intermediate (175 m) and deep (700 m) waters (Fig. 5).

Acknowledgements:

We thank the Brazilian National Council for Scientific and Technological Development and the ocean ICOS France for the support.

Motivation

- But: Prévoir l'impact des incendies sur la végétation et suivre l'évolution des feux de forêts.
- Approche: **Automate Cellulaire**
- Ressources: forêts et couvertures végétales
- Facteurs: milieu physique de l'espace et contraintes climatiques

Formulation du problème

Figure: Divers facteurs liés à une modélisation 3D des feux de forêts.

Automate cellulaire

AC
 $\mathcal{A} = (\mathcal{T}, \mathcal{V}, \mathcal{E}, \delta)$

- Espace cellulaire
- Ensemble d'états
- Voisinage
- Règle de transition

Description du modèle

- l'influence de l'état sorti de la cellule
 $f^{out} : \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}^n$
 $e_t(c) \rightarrow (f_1^{out}, \dots, f_n^{out}) \circ e_t(c)$
- l'influence de l'état entré dans la cellule
 $f^{int} : \mathcal{E}^n \rightarrow \mathcal{E}$
 $e_t \circ \mathcal{V}(c) \rightarrow (f_1^{int}(e_t), \dots, f_n^{int}(e_t))$
- direction d'attachement entre les cellules c et c' .
 $d(c, c') = (\chi_0(c, c'), \dots, \chi_n(c, c'))$
- relation entre les informations de sorti de la cellule et les informations d'entrée dans les voisinages
 $f_i^{int}(e_t(c)) = \sum_{j=0}^n \chi_j(c, c_j) f_j^{out}(e_t(c_j))$
- La fonction de transition locale δ
 $\delta = g \circ f^{int}$ et $f^{out} = h \circ \delta \Rightarrow f^{out}(c) = h \circ g \circ f^{int}(c)$

Modèle de la dynamique du vent

$$\Psi : M_{n,m}(\mathbb{R}) \times \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{T}$$

$$(M, \mathcal{I}) \rightarrow \mathcal{R}$$

$$\sigma : M_{n,m}(\mathbb{N}) \times \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{T}$$

$$(M, \mathcal{R}) \rightarrow \mathcal{R}'$$

- Facteurs : Entrée des données physiques de terrain.
- Entrée des données climatiques.
- Conditions initiales: météorologique et existant.
- Condition aux bords: Frontière de l'espace cellulaire.
- Scénarios météorologiques.
- Construction du treillis et voisinage

Figure 1: Exemple des entrée des données physiques de terrain (MNT et végétation)

Les règles de transition locales: consiste au principe de **collision-propagation** des courants de vent entre eux et entre les obstacles naturel comme le relief .

$$\begin{cases} n^{int}(c_{x,y,z}) = \sum_{i \in \mathcal{V}(c)} n^{out}(c_{x_i, y_i, z_i}) \\ n^{out}(c_{x,y,z}) = \Phi(n^{int}(c_{x,y,z})) \\ = (n^{out}(c_{x_0, y_0, z_0}), \dots, n^{out}(c_{x_n, y_n, z_n})) \end{cases}$$

- L'ensemble des états dépend de la quantité des courants de vent existant dans la cellule.
- Φ est la propagation de courants de vent
- $n^{int}(c)$ quantité de vent entrée.
- $n^{out}(c)$ la quantité de vent sortie

Figure 2: Illustration de la simulation de dynamique de vent

Modèle d'incendie

Les attributs cellulaire

- Humidité: $\mu_t : \mathcal{R} \rightarrow [0, 1]$
- Direction de vent: $\nu_t : \mathcal{R}^2 \rightarrow \{0, 1\}^6$
- Tau d'inflation de végétation $\tau_t \rightarrow [0, 1]$.
- La pente de la surface $p : \mathcal{R} \rightarrow \mathbb{R}^6$.
- La nature de la surface $\eta : \mathcal{R} \rightarrow E$.
- Densité de végétation $d : \mathcal{R} \rightarrow [0, 1]$.

Ensemble des états $\mathcal{E}_f = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

- État 0 : Végétation.
- État 1 : Végétation en train de s'allumer.
- État 2 : Végétation en feu.
- État 3 : Cendre.
- État 4 : Ininflammable (Aire vide ou intérieure de l'espace).

Les règles de transition locale

- L'ensemble $\mathcal{H} = \bigcup_{i,j} \mathcal{H}_{i,j}$ définit la manière dont les états changent. Il dépend des attributs cellulaire.
- Couplage de l'Automate Cellulaire avec la dynamique du vent.
- Couplage de l'Automate Cellulaire avec les feux de forêts.
- Opter pour une géométrie hexagonale 3D des cellules.
- Le choix du voisinage 3D dépend d'une distance pré-définie entre les cellules.

Conclusion et perspectives

- Améliorer la description de la végétation
- Modèle 3D du suivi du cycle de vie des végétations
- Modèle 3D du suivi de la vitesse de brulure
- Modèle 3D de la croissance des plantes

Motivation



- Main objective: Predict and control complex systems behaviours
- Considered approach: Cellular Automata
- Studied concepts: Spreadability, Vulnerability, Protector Control.
- Particular task: Possibility of protecting a given vulnerable area.

Cellular automata approach

A cellular automaton (CA) $\mathcal{A} = (\mathcal{L}, \mathcal{S}, N, f)$ is given by

- a lattice \mathcal{L} : a regular grid of cells,
- a finite set of states \mathcal{S} ,
- a finite neighborhood $N(c)$ of size n ,
- a set of local transition rules which update the state of cell c according to the state of its neighborhood $N(c)$.

$$f : \begin{matrix} \mathcal{S}^{N(c)} & \rightarrow & \mathcal{S} \\ s_t(N(c)) & \rightarrow & s_{t+1}(c) \end{matrix}$$

Spreadability and vulnerability

Let \mathcal{P} be a given property specifying the spatial disturbance defined on the CA state.

Consider the set : $\omega_{t_i} = \{c \in \mathcal{L} \mid \mathcal{P}s_{t_i}(c)\}$

Let σ be a nonempty subset of \mathcal{L} consisting of n_σ cells.

Definition 1

- \mathcal{P} is spreadable from ω_{t_0} if:
$$\omega_{t_i} \subset \omega_{t_{i+1}} \quad (1)$$

- σ is \mathcal{P} -vulnerable if :
$$\exists t_i \in]t_0, t_N[: \sigma \cap \omega_{t_i} \neq \emptyset \quad (2)$$

Denote by $\tau_{t_N} = \bigcup_{t_i \in]t_0, t_N[} \omega_{t_i}$ the trajectory of \mathcal{P} .

Proposition 1

- σ is vulnerable if and only if:
$$\sigma \cap \tau_{t_N} \neq \emptyset \quad (3)$$

Protector control

- **Autonomous system** : $\mathcal{A} = (\mathcal{L}, N, \mathcal{S}, f)$
- **Disturbed system** : $\mathcal{A}_p = (\mathcal{L}, N, \mathcal{S}_p, f_p)$
- **Disturbed-Controlled system** :
$$\mathcal{A}_{pu} = ((\mathcal{L}, \mathcal{S}_{pu}, N, f_p), u)$$

$\sigma \subset \mathcal{L}$ is vulnerable $\rightsquigarrow \forall c \in \sigma, \exists t_s \in]t_0, t_N[, \forall t_s > t_i : s_{t_s}(c) \neq s_{t_s}^{p,0}(c)$

Considered control: Let u , applied in $\mathcal{L}_u \subset \mathcal{L}$ (control set) to protect σ :

$$\begin{aligned} s_{t_{i+1}}^{p,u}(c) &= f_{pu}(s_{t_i}^{p,u}(N(c))) \\ &= f_p(s_{t_i}^{0,u}(N(c), u_{t_i}(v(c)))) \\ &= f_p(s_{t_i}^{0,u}(N(c))) \oplus \mathcal{X}_{\mathcal{L}_u} u_{t_i}(c) \end{aligned}$$

Denote by $\tau_{t_N}^u$ the controlled trajectory of \mathcal{P} .

Definition 2

- σ is exactly protectable during $]t_0, t_N[$ if :
$$\exists u \mid \forall t_s > t_i, \forall c \in \sigma, s_{t_s}(c) = s_{t_s}^{p,u}(c) \quad (4)$$
- σ is weakly protectable if:

$$\exists u \mid \forall \varepsilon > 0 : \frac{\text{Card}(\sigma \cap \tau_{t_N}^u)}{\text{Card}(\sigma)} \leq \varepsilon \quad (5)$$

Proposition 2

- σ is protectable, if:
$$\exists u \mid \tau_{t_N}^u \cap \sigma = \emptyset \quad (6)$$

Control protector approach

Approche

- **Stop** the disturbance spread, we ensure the desired state, which is manifested in the elimination of the perturbation.
- **Change** the disturbance trajectory which targets vulnerable areas in order to protect it.

Problem 1 Find $\tau_{t_N}^{p,u}$ with aim : $\tau_{t_N}^{p,u} \cap \sigma = \emptyset$

considered control:

- **Passive control**: impliment an action support $\mathcal{L}_u \subset \mathcal{L}$ of the control before the disturbance launch, by knowing the vulnerable zones σ to be protected, and by anticipating appropriate measures in advance.
- **Dynamic control** : the implementation of action support is performed during the disturbance spread.

Case study : Forest fire dynamics

Disturbed system: CA with Fire

The states set $\mathcal{S}_p = \{0, 1, 2, 3, 4\}$:

- **State 0** : No fire (just vegetation)
- **State 1** : Excited with fire
- **State 2** : Fire
- **State 3** : Ash
- **State 4** : Empty cell (nothing at all)

The transition rules f_p :



Controlled CA

Control effect $u \rightsquigarrow \forall c_{ij} \in \mathcal{L}_u, \forall t_i \in I, u_{t_i}(c_{ij}) = u$, where u is the performed action to stop the fire spread toward the region σ .



Simulation results

Passive control

- Barrier firebreak intended to slow or block the fire,
- Road networks facilitating the movement of firefighters, emergency personnel maintenance or monitoring, etc.

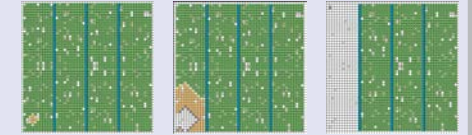


Figure 1: Passive control using firewall trenches

Dynamic control

- Firefighters Shifting,
- Reinforcement by the FRA of the Canadian aircraft fleet "Amphibious" aircraft with a capacity of 6 tons.

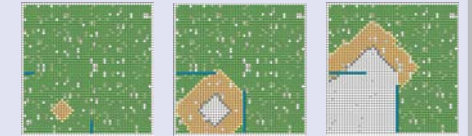


Figure 3: Inefficient dynamic control

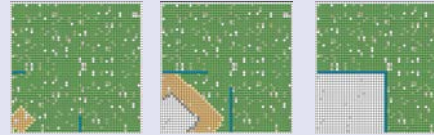


Figure 2: Effective Dynamic Control

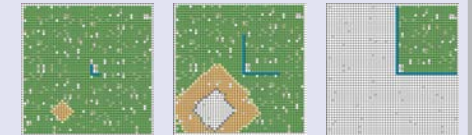


Figure 4: Effective Dynamic Protector Control

The simulations illustrate the possibility of controlling the fire in Fig. 1 Fig. 2 otherwise (Fig. 3 case) protecting a given region against the fire spread with a 'good' choice of the domain \mathcal{L}_u in Fig. 3.

Work in progress

Theoretical questions :

- Characterize the optimal protector control,
- The observation and the control implementation delay,
- The stochastic CA.

Practical questions :

- Control implementation in a real case using satellite Images [2],
- Improve the developed simulator,
- 3D visualisation.

References

- [1] O. Jellouli, A. Bernoussi, M. Amharref, S. El Yacoubi, *Vulnerability and Protector Control: Cellular Automata Approach*, Cellular Automata, pp. 218-227. Springer International Publishing, (2014).
- [2] O. Jellouli, A. Bernoussi, M. Maâtouk, M. Amharref, *Forest fire modelling using cellular automata: Application to the watershed Oued Laou (Morocco)*, Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems 22.5 (2016): 493-507.
- [3] O. Jellouli, A. Bernoussi, M. Amharref, M. Ouardouz, *Modeling of Wind Flow and Its Impact on Forest Fire Spread: Cellular Automata Approach*, International Conference on Cellular Automata, pp. 269-279. Springer International Publishing, (2016).

Acknowledgment

This work is carried out within the framework of the project PPR2/2016/79, OGI-Env, Supported by MENFPESRS, CNRST and the International Network Theory of Systems (TDS) supported by the Hassan II Academy of Sciences and Techniques.

Modeling of viscoelastic waves with fractional derivatives

M. Ait Ichou^{1,2}, H. El Amri¹ and A. Ezziani²

¹ Laboratoire LMA ENS-Casablanca Hassan II University of Casablanca

² Laboratoire MAEGE FSJES Ain Sebâa Hassan II University of Casablanca

moha.aitichou@gmail.com



APPLICATIONS

Seismic Geophysics, Medical imaging, Undersea and Underground and Modeling of polymers...



OBJECTIVES

Powerful numerical methods:
Realistic, Fast, Precise and Robust

MATHEMATICAL ANALYSIS

Model problem

We consider a class of generalized fractional Zener model in d dimension for waves propagation in dissipative media. Our goal is to determine the displacement u and the stress tensor σ which verify :

$$\begin{cases} \rho(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \operatorname{div} \sigma(x, t) = f, & \text{in } \mathbb{R}^d \times]0, T[, \\ \sigma(x, t) + \tau_0(x) \frac{\partial \sigma}{\partial t}(x, t) = C(x) \varepsilon(u(x, t)) + \tau_0(x) D(x) \varepsilon \left(\frac{\partial^\alpha u}{\partial t^\alpha}(x, t) \right), & \text{in } \mathbb{R}^d \times]0, T[, \\ u(x, 0) = u_0, \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1, \sigma(x, 0) = \sigma_0, & \text{in } \mathbb{R}^d. \end{cases} \quad (1)$$

Where div is the divergence operator, ε the strain tensor, f is the source density, ρ are physical parameters and τ_0 is relaxation times, C and D two tensors of order 4 symmetric, positive definite.

• $D_t^\alpha = \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}$ is the fractional derivative of order α :

$$D_t^\alpha g(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{1}{(t-\tau)^\alpha} \frac{\partial g}{\partial \tau}(\tau) d\tau, \quad \alpha \in]0, 1[,$$

where Γ is the function gamma, defined by :

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt.$$

Existence and uniqueness of the strong solution

To show the existence and uniqueness of the strong solution, we use the Hille-Yosida theory. To use this theorem, we must transform the model problem (1) in the form of a first order evolution system, for this reason we introduce the following auxiliary differential equation:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t}(x, t, \xi) = -\xi \varphi(x, t, \xi) + s(x, t), & \text{in } \mathbb{R}^d \times]0, T[\times]0, +\infty[, \\ \varphi(x, 0, \xi) = 0, & \text{in } \mathbb{R}^d \times]0, +\infty[. \end{cases}$$

We consider the functional spaces:

$$\begin{cases} \mathcal{L}^{sym}(\mathbb{R}^d) = \{ \sigma \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^d) / \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \forall i, j = 1, \dots, d \}, \\ L^2(\mathbb{R}^d, \mathcal{L}^{sym}(\mathbb{R}^d)) = \left\{ \sigma : \mathbb{R}^d \mapsto \mathcal{L}^{sym}(\mathbb{R}^d) / \int_{\mathbb{R}^d} |\sigma|^2 dx < +\infty \right\}, \\ H^{sym}(\operatorname{div}; \mathbb{R}^d) = \left\{ \sigma \in L^2(\mathbb{R}^d, \mathcal{L}^{sym}(\mathbb{R}^d)) / \operatorname{div} \sigma \in [L^2(\mathbb{R}^d)]^d \right\}, \\ \mathbb{H}_\alpha^{sym} = L^2(\mathbb{R}_+, dM_\alpha(\xi)), \\ \tilde{V}_\alpha^{sym} = L^2(\mathbb{R}_+, \xi dM_\alpha(\xi)). \end{cases}$$

With $dM_\alpha(\xi) = \frac{\sin(\alpha\pi)}{\pi} \xi^{-\alpha} d\xi$.

Theorem

For all initial conditions $(u_0, u_1, \sigma_0) \in [H^2(\mathbb{R}^d)]^d \times [H^1(\mathbb{R}^d)]^d \times H^{sym}(\operatorname{div}; \mathbb{R}^d)$ and all $f \in C^1(0, T; [L^2(\mathbb{R}^d)]^d)$, there exists a unique solution (u, σ) of the problem (1) which satisfies:

$$\begin{cases} u \in C^0(0, T; [H^2(\mathbb{R}^d)]^d) \cap C^1(0, T; [H^1(\mathbb{R}^d)]^d) \cap C^2(0, T; [L^2(\mathbb{R}^d)]^d), \\ \sigma \in C^0(0, T; H^{sym}(\operatorname{div}; \mathbb{R}^d)) \cap C^1(0, T; L^2(\mathbb{R}^d, \mathcal{L}^{sym}(\mathbb{R}^d))). \end{cases}$$

Energy decay result

In order to show that our model is dissipative, we point decreasing quantity that will be called energy of the model. Let (u, σ) be the strong solution of the problem (1). We define the energy of (u, σ) at time t :

$$E(t) = \frac{1}{2} \left(\left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_\rho^2 + \|\varepsilon(u)\|_C^2 + \|s\|_{Z^{-1}}^2 + \int_{\mathbb{R}^d} \tilde{Z}^{-1} \|\varphi\|_{V_\alpha^{sym}}^2 \right).$$

- $s = \sigma - C\varepsilon(u)$.
- $Z = D - C$ is positive definite.
- $\tilde{Z} = Z\tau_0$.

Theorem

The energy $E(t)$ associated to the model problem (1) satisfies this identity:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \left(f, \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \int_{\mathbb{R}^d} \tilde{Z}^{-1} \|\frac{\partial \varphi}{\partial t}\|_{H_\alpha^{sym}}^2 dx.$$

The energy decreases in the absence of a source term ($f = 0$).

NUMERICAL ANALYSIS

In this part, we present a numerical analysis of homogeneous problem in 1D case:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \frac{\partial \sigma}{\partial x}(x, t) = f(x, t), & \text{in }]0, 1[\times]0, T[, \\ \tau_0 \frac{\partial \sigma}{\partial t}(x, t) + \int_0^{+\infty} (s - \xi \varphi) dM_\alpha(\xi) = \mu(\tau_1 - \tau_0) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}, & \text{in }]0, 1[\times]0, T[\times]0, +\infty[, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t}(x, t, \xi) = -\xi \varphi(x, t, \xi) + s(x, t, \xi), & \text{in }]0, 1[\times]0, T[\times]0, +\infty[, \\ \sigma(x, t) = s + \mu \frac{\partial u}{\partial x}, & \text{in }]0, 1[\times]0, T[, \\ u(x, 0) = u_0, \frac{\partial u}{\partial t} = u_1, \sigma(x, 0) = \sigma_0, \varphi(x, 0, \xi) = 0, & \text{in }]0, 1[\times]0, +\infty[, \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & \text{in }]0, T[. \end{cases}$$

Where μ and ρ are physical parameters and τ_0 and τ_1 are relaxation times.

For the numerical approximation of the model problem, we use a totally explicit centered finite difference scheme of order 2.

$$\begin{cases} u_i^{n+1} = \frac{\Delta t^2}{\rho} \left(f_i^n + \mu \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{h^2} + \frac{s_{i+\frac{1}{2}}^n - s_{i-\frac{1}{2}}^n}{h} \right) + 2u_i^n - u_i^{n-1}, \\ s_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\tau_0 + \lambda \Delta t} \left(\frac{\mu(\tau_1 - \tau_0)}{h} \left[\frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i+1}^n}{\Delta t} - \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \right] + \sum_{j=1}^{N_\xi} \tilde{w}_j \varphi_{i+\frac{1}{2}, j}^n \right) - \frac{\lambda \Delta t - \tau_0}{\lambda \Delta t + \tau_0} s_{i+\frac{1}{2}}^n, \\ \varphi_{i+\frac{1}{2}, j}^{n+1} = \frac{2 - \xi_j \Delta t}{2 + \xi_j \Delta t} \varphi_{i+\frac{1}{2}, j}^n + \frac{\Delta t}{2 + \xi_j \Delta t} (s_{i+\frac{1}{2}, j}^{n+1} + s_{i+\frac{1}{2}, j}^n), \end{cases} \quad (2)$$

with $w_j = \frac{\sin(\alpha\pi)}{\pi} \xi_j^{-\alpha} \Delta \xi$, $\forall j = 2, \dots, N_\xi - 1$. $\tilde{w}_j = \xi_j w_j / (2 + \xi_j \Delta t)$ and $\lambda = \sum_{j=1}^{N_\xi} \frac{w_j}{2 + \xi_j \Delta t}$.

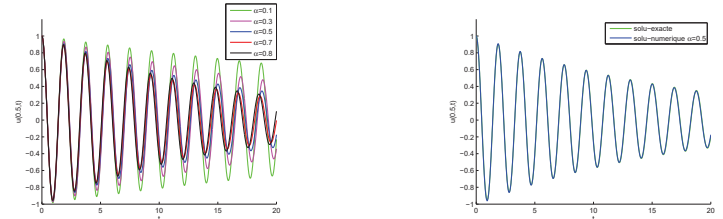
Theorem

The numerical scheme (2) is L^2 stable if, and only if,

$$\Delta t \leq h \left(c \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_0}} \right)^{-1}, \quad c = \sqrt{\mu/\rho}.$$

NUMERICAL RESULTS

The domain of computation is the unit segment $]0, 1[$. The exact solution (u, σ) of the problem is computed by the method of separation of variables.



On the right: The numerical solution for different values of α

On the left: The numerical solution and the exact solution for $\alpha = 1/2$

CONCLUSION AND PERSPECTIVES

- Realistic model with fractional derivative
- Energy decay and existence and uniqueness of strong solution
- A stable explicit scheme
- The study is extended to 2D and 3D cases.

REFERENCES

- [1] R. L. BAGELY AND P. J. TORVIC, *A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity*, Journal of Rheology, 27(1983): 201-210.
- [2] E. BÉCACHE, A. EZZIANI, AND P. JOLY, *A mixed finite element approach for viscoelastic wave propagation*, Computational Geosciences, 8(2004): 255-299.
- [3] H. HADDAR, J.-R. L. D. MATIGNON, "Efficient solution of a wave equation with fractional-order-dissipative terms", Journal of Computational and Applied Mathematics, 234(2010): 2003-2010.

Motivation



Figure 1: Phénomènes rares sont fréquents

- Suivre l'évolution de l'érosion.
- Prédire et protéger les zones vulnérables.
- Cadre: théorie des systèmes.
- Approche: automates cellulaires.

Formulation du problème

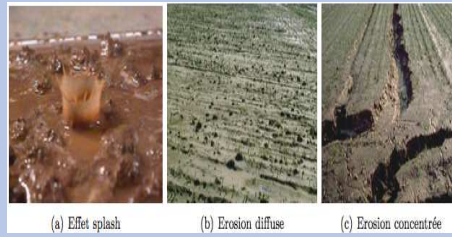


Figure 2: Manifestation physique de l'érosion

- Erosion: détachement, transport, dépôt.
- Variation: fonction du cycle de l'eau.
 - perte en sol: précipitation,
 - gain en sol: évaporation.
- Facteurs: milieu physique et climat.

Résultats

Les entrées

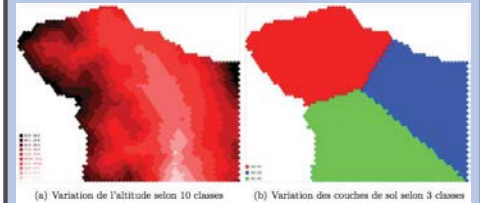


Figure 6: Région d'étude

Type	p	d(mm)	ρ (Kg/m ³)	Er(J)	Ur(mm ³)	Ud(mm ³)	Ad(cm)	Ct(Kg/m ³)
S ₁	0.25	2	1800	100	10	0.66	10	50
S ₂	0.30	0.012	1620	75	20	0.002	15	100
S ₃	0.35	0.020	1850	50	25	0.0066	20	200
S ₄	0.45	0.002	1700	25	35	0.0006	25	300

Table 1: Paramètres caractéristiques des sols

Les Sorties

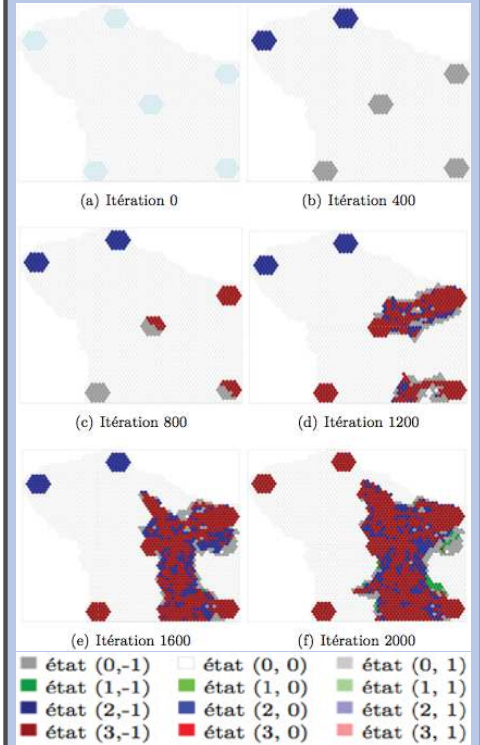


Figure 7: Evolution de l'érosion

Signification des états $\{0, 1, 2, 3\} \times \{-1, 0, 1\}$

- 0 \equiv non saturation et pas d'eau surfacique
- 1 \equiv saturation et pas d'eau surfacique,
- 2 \equiv non saturation et eau surfacique,
- 3 \equiv saturation et eau surfacique,
- 1 \equiv sol érodé,
- 0 \equiv sol initial,
- 1 \equiv sol déposé.

Approche du problème (XCAEDYM)

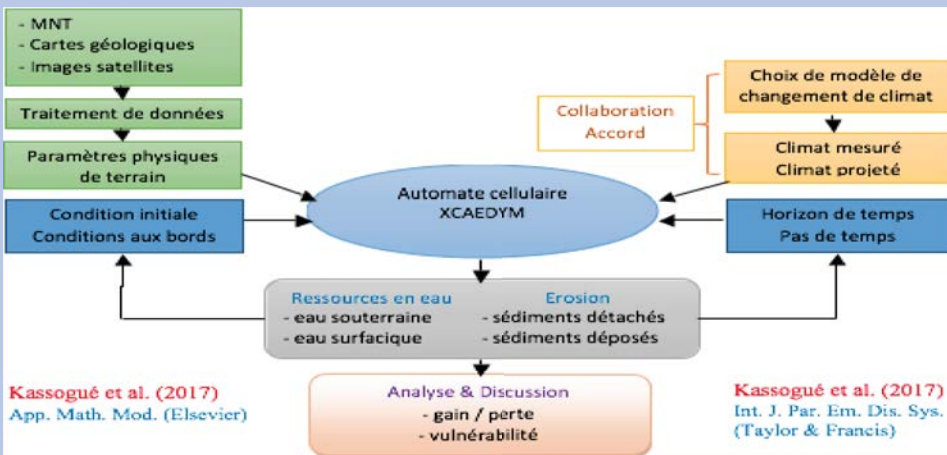


Figure 3: Principe générale de l'approche proposée

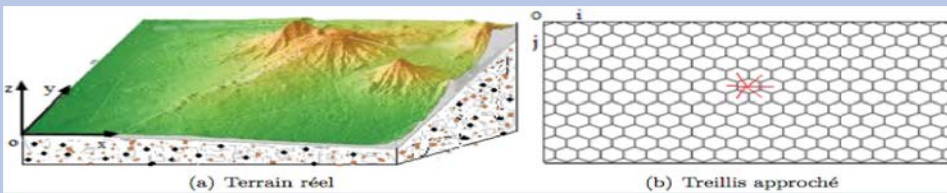


Figure 4: Projection de terrain en un maillage bidimensionnel de cellules hexagonales

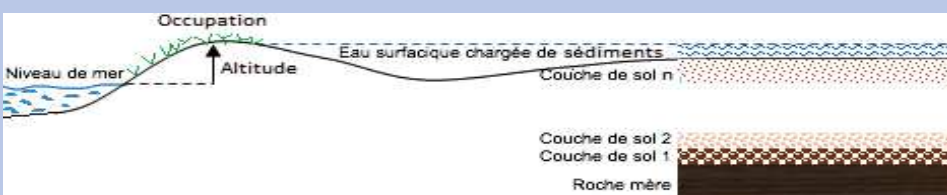


Figure 5: Profil de sol suivant l'axe des z pour une cellule

Conclusion et perspectives

- Description des processus de l'érosion.
- Construction d'un modèle 2D du suivi de l'érosion.
- Illustration de quelques simulations du modèle.
- Simulation concrète dans une région réelle.
- Calage et validation du modèle.
- Couplage avec les changements climatiques.

Ce travail est réalisé dans le cadre du projet : PPR2/2016/79, OGI-Env, Soutenu par le MENFPESRS et le CNRST et le Réseau International Théorie des Systèmes (IDS) soutenu par l'Académie Hassan II des Sciences et Techniques.

Modélisation de l'impact des changements climatiques sur les ressources en eau par Automates Cellulaires : Etude comparative sur deux périmètres au Maroc (Gharb et Loukkos)



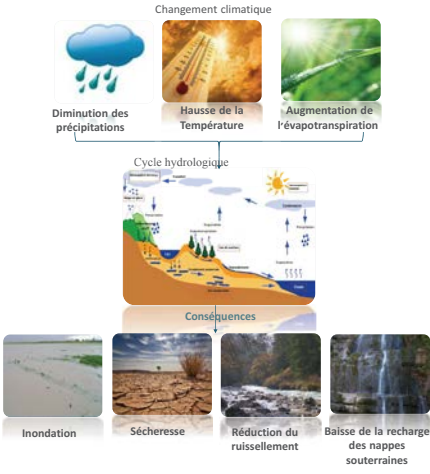
S. ACHARKI, M. AMHARREF, H. KASSOGUÉ & A. BERNOUSSI

Equipe Géoinformation et Aménagement du Territoire, Faculté des Sciences et Techniques de Tanger, BP. 416 Tanger, Maroc
E-mail: sacharki@uae.ac.ma, amharrefm@yahoo.fr, hamidoukass@gmail.com, a.samed.bernoussi@gmail.com



INTRODUCTION

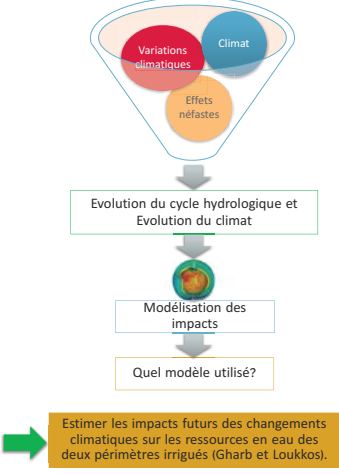
Le climat constitue pour le système terrestre un caractère intrinsèque de son évolution. Cependant, au cours des dernières décennies il subit de nombreuses variations significatives par rapport aux variations antérieures.



CONTEXTE DE L'ÉTUDE

Problématique

Assurer une gestion durable des ressources en eau et subvenir à la demande croissante en eau destinée à l'irrigation.



Objectifs généraux

- Comment et à quel point, les changements climatiques affecteront-ils la répartition temporelle des ressources en eau dans le futur ?
- Est-ce que ce changement aura le même effet sur les deux périmètres d'étude ?
- Tester le modèle 2CAFDYM sur d'autres zones d'étude.

Présentation des deux zones d'étude

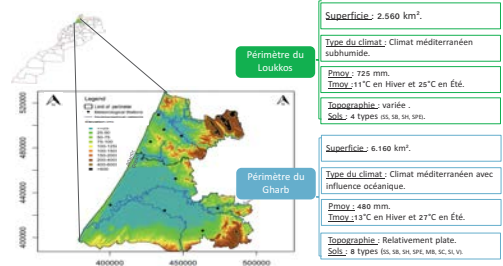
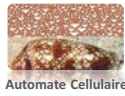


Figure : Localisation géographique des deux zones d'étude et emplacement des stations météorologiques

MÉTHODOLOGIE

Approche automate cellulaire

Modèle spatial dynamique, inventé par John von Neumann dans les années 50.

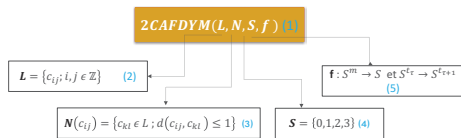


Automate Cellulaire

- Discretisation** (spatiale : espace décomposé en une grille de cellules ; temporelle : évolution par pas de temps discrets).
- Parallélisme** (les cellules évoluent simultanément et de manière interactive).
- Localité** (chaque cellule évolue en fonction de son propre état et de celui d'un ensemble fini de cellules voisines).
- Adaptation** (il s'adapte parfaitement à l'architecture des ordinateurs et aux réalités des systèmes physiques).

Modèle 2CAFDYM

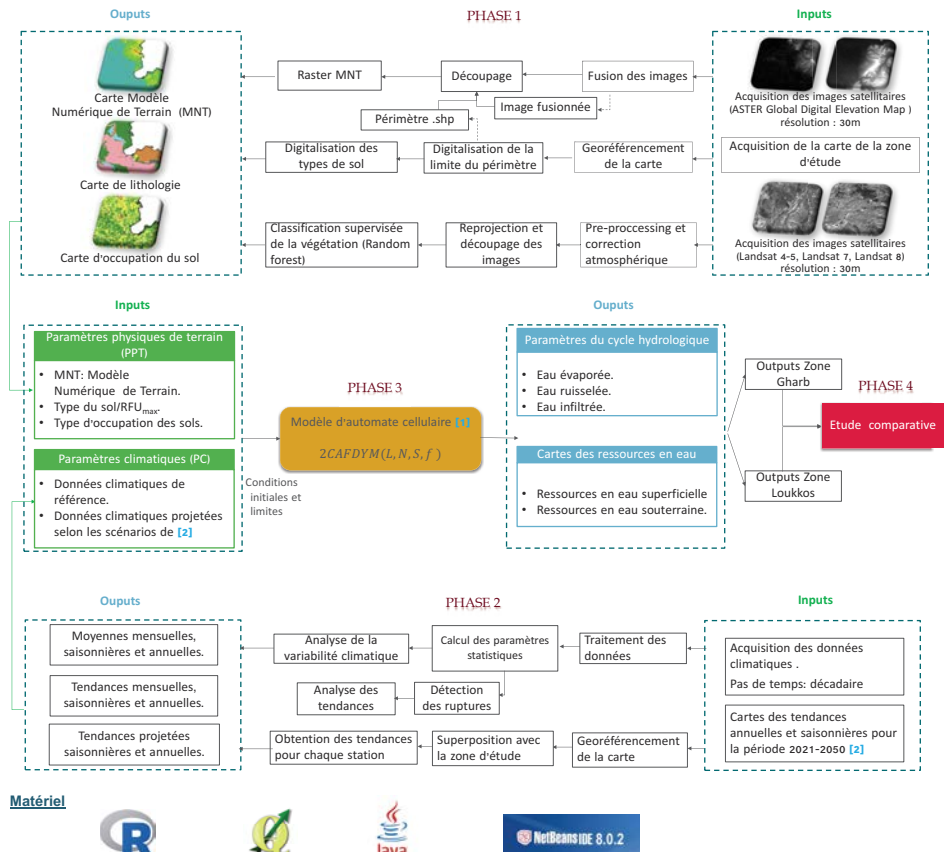
Le modèle Two Scale Cellular Automaton for Flow Dynamics Modelling (2CAFDYM), développé par [1], a été utilisé pour modéliser et évaluer l'évolution du cycle de l'eau.



- Où :
- L : représente le treillis. De tel sorte que pour chaque cellule c_{ij} , nous avons toutes les informations nécessaires sur les PPT et les PC. Cette cellule c_{ij} est définie par les coordonnées (i,j) et une forme carrée ayant une taille de 30x30m.
 - N : Le voisinage d'une cellule c_{ij} qui affecte l'évolution de c_{ij} dans le temps. Il est de rayon de 1 et de taille $m\{3,4,5,6\}$ selon les conditions limites. Avec d est la distance dans $L \times L$ équivalente à L_{∞} .
 - S : L'état de la cellule, définie comme suit :

$$S = \begin{cases} 0, \text{ non saturation } (Gw_{ij}^{t+1} < S_{ij}) \text{ et pas d'eau de surface } (Sw_{ij}^{t+1} = 0) \\ 1, \text{ saturation } (Gw_{ij}^{t+1} = S_{ij}) \text{ et pas d'eau de surface } (Sw_{ij}^{t+1} = 0) \\ 2, \text{ non saturation } (Gw_{ij}^{t+1} < S_{ij}) \text{ avec eau de surface } (Sw_{ij}^{t+1} > 0) \\ 3, \text{ saturation } (Gw_{ij}^{t+1} = S_{ij}) \text{ avec eau de surface } (Sw_{ij}^{t+1} > 0) \end{cases} \quad (6)$$

Approche méthodologique



Matériel



RÉSULTATS

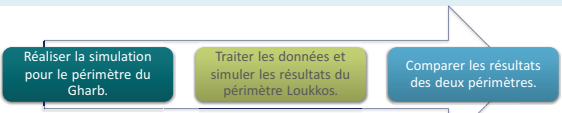
PHASE 1

- Délimitation des deux zones d'étude.
- Préparation des cartes d'élevation (MNT) pour les deux zones d'étude.
- Elaboration des cartes de type de sol, de RFU_{max} et d'occupation du sol pour le périmètre du Gharb.
- Redimensionnement des rasters (.tif) et leur conversion en fichier (.txt).

PHASE 2

- Traitement des données météorologiques.
- Graphes de la répartition temporelle des précipitations et température moyenne de l'air (périmètre du Gharb).
- Cartes de la répartition spatiale de la tendance des précipitations/ température moyenne de l'air annuelles et saisonnières.

PERSPECTIVES



RÉFÉRENCES

- Kassogué, H., Bernoussi, A., Amharref, M., & Ouardouz, M. (2016, September). Modelling of Climate Change Impact on Water Resources: Cellular Automata Approach. In International Conference on Cellular Automata (pp. 280-290). Springer International Publishing.
- Drhoueh, F. (2010). Distribution des précipitations hivernales sur le Maroc dans le cadre d'un changement climatique : descente d'échelle et incertitudes. Thèse de l'Université de Toulouse.

Resolution by natural sub-domains of problems with multiphysical contact

M. Boumghar¹, H. El Amri¹, A. Ramadane² and M. Fafard³

¹ Laboratory LMA ENS-Casablanca University Hassan II of Casablanca

² International University of Casablanca

³ Department of Civil Engineering, Laval University, Quebec, Canada

midoboumghar@gmail.com — +212 (06) 70 513743

INTRODUCTION

Solving industrial problems using the finite element method usually leads to the assembly of large systems. This one is all the more important in a context of multiphysical problems that involve phenomena complexes of different nature and strongly coupled. For example, when it comes to the study of the thermo-electro-mechanical behavior of an electrolysis cell which comprises a multitude of contact interfaces of various behaviors. To solve this kind of problem, we usually use methods known as domain decomposition which consists of sharing the domain of computation in sub-domains and share the calculation task.

OBJECTIVES

Complete gear box (provided by Pratt and Whitney Canada).



Great items (gure provided by Pratt and Whitney Canada).



MATHEMATICAL ANALYSIS

Conventional definition of the contact interface

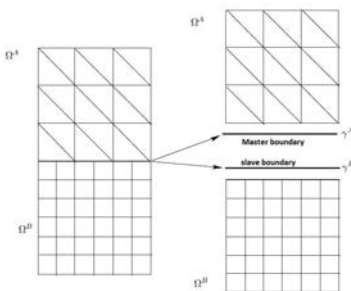


Figure 1: geometry of the contact interface

New definition of the contact interface

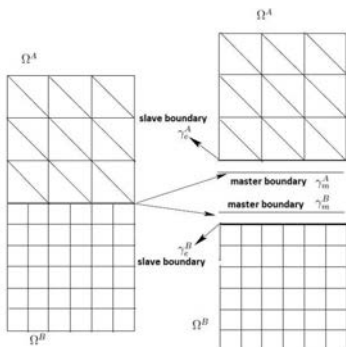


Figure 2: Geometry of new contact interface

For the figure, it is easy to show that the corresponding linear system can be written in the form:

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} K_{ii}^A & K_{ie}^A & 0 \\ K_{ei}^A & K_{ee}^A & K_{em}^A \\ 0 & K_{me}^A & K_{mm}^A \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{pmatrix} K_{ii}^B & K_{ie}^B & 0 \\ K_{ei}^B & K_{ee}^B & K_{em}^B \\ 0 & K_{me}^B & K_{mm}^B \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U_i^A \\ \Delta U_e^A \\ \Delta U_m^A \\ \Delta U_i^B \\ \Delta U_e^B \\ \Delta U_m^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_i^A \\ R_e^A \\ R_m^A \\ R_i^B \\ R_e^B \\ R_m^B \end{pmatrix} \quad (1)$$

- i : represents the internal nodes of the solid excluding the nodes situated on the slave boundary.
- e : represents the nodes belonging to the slave boundaries.
- m : represents the nodes belonging to the master boundaries.
- K^α : represents the matrix corresponding to the sub-domain Ω^α , $\alpha = A; B$.
- ΔU^α : represents the vector of the degrees of freedom of all the elements of Ω^α .

The continuity equation

The continuity equation at the master-master interface $\gamma_m^A - \gamma_m^B$ is written for the discrete case:

$$\{U_m^A\} - \{U_m^B\} = 0 \quad (2)$$

The equilibrium conditions

The equilibrium conditions at the master interfaces:

$$\{R_m^A\} - \{R_m^B\} = 0 \quad (3)$$

In a resolution context by sub-domains, the relation (??) will be satisfied by an iterative method. For this purpose, it is assumed that the resolution on each sub-domain was obtained by assuming a fixed value of $\{U_m^\alpha\}$ to estimate the displacement of the slave boundary using the system (??) for a resolution on each sub-domain:

$$\begin{bmatrix} K_{ii}^\alpha & K_{ie}^\alpha \\ K_{ei}^\alpha & K_{ee}^\alpha \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_i^\alpha \\ U_e^\alpha \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_{em}^\alpha \end{bmatrix} \{U_m^\alpha\} = \begin{pmatrix} R_i^\alpha \\ R_e^\alpha \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$[K_{ee}^\alpha] = [K_{ee}^{S,\alpha}] + [K_{ee}^{C,\alpha}], \quad [K_{ie}^\alpha] = [K_{ie}^{S,\alpha}] \quad (5)$$

$[K_{ee}^{C,\alpha}]$: the terms of the contact tangent matrix for the slave nodes. Knowing the value of $\{U_e^\alpha\}$ for each sub-domain, it is possible to satisfy (3) via an iterative method, that is to obtain a correction to the solution to the $\{U_m^\alpha\}$ field by:

$$\{R_m^\alpha\} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^2 \{R_m^\alpha\} \quad (6)$$

$$\{U_m^{\alpha,j+1}\} \equiv \{U_m^{\alpha,j+1}\} = \{U_m^{\alpha,j}\} + \{\Delta U_m^{\alpha,j}\} \quad (7)$$

$$\{\Delta U_m^{\alpha,j}\} = \beta \{U_m^{\alpha,j}\} + (1 - \beta) \{U_m^{\alpha,j-1}\} \quad (8)$$

$$\{U_m^{\alpha,j}\} = -[K^{C,\alpha}]^{-1} \{R_m^\alpha\}, \quad \alpha = A; B \quad (9)$$

$$\{R_m^\alpha\} = [K_{m,e}^{C,\alpha}] \{U_e^\alpha\} + [K_{m,m}^{C,\alpha}] \{U_m^\alpha\} \quad (10)$$

$[K^{C,\alpha}]^{-1}$: correction matrix to be defined.

Definition of the correction matrix at the interface

The correction matrix at the interface can be defined in various ways. The following lines present two distinct techniques:

Method 1

the direct method

Method 2

the method based the flexibility of the sub-domains.

APPLICATIONS: ONE-DIMENSIONAL THERMAL CONTACT

The length of the bars is $L = 100$ and its section $A = 100$. The thermal conductivity is $K = 20$.

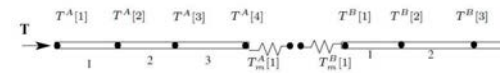


Figure 3: Two bars in thermal contact, geometry of the contact interface

The topology of the global matrix taking into account the interface

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3K}{L} & -\frac{3K}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3K}{L} & \frac{6K}{L} & -\frac{3K}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3K}{L} & \frac{6K}{L} & -\frac{3K}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3K}{L} & \frac{3K}{L} & -\frac{3K}{L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3K}{L} & \frac{3K}{L} \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{pmatrix} -\frac{h}{L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{h}{L} & \frac{3K}{L} & -\frac{3K}{L} & 0 \\ 0 & \frac{3K}{L} & \frac{6K}{L} & \frac{3K}{L} \\ 0 & 0 & -\frac{3K}{L} & \frac{3K}{L} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3K}{L} & \frac{3K}{L} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Method 1: influence of the constant h

contact conductance	Number of iterations
$\frac{K}{L}$	4
$\frac{10}{K}$	19
10^*K	154

Method 2: influence of discretization

Number of nodes by subdomain	Number of iterations
4	25
10	66
15	101

CONCLUSIONS

- Each sub-domain has a pair of slave and master boundaries
- This approach should reduce the communication time between the processors during a parallel programming.

REFERENCES

- [1] A. RAMADANE, *Resolution par sous-domaines naturels de problèmes avec contact multiphysique*, Thèse de doctorat, Dp. de genie civil, Universit Laval, 2005.
- [2] RAMADANE, A., FAFARD, M., MARCEAU, D., AND MELANON, C., *Nouvelle approche par sous-domaines pour les problèmes de contact multiphysique.*, Actes du Septieme colloque national en calcul des structures, Giens 1 (17-20 mai 2005), 200-206.
- [3] DHATT, G., AND TOUZOT, G., *Une presentation de la methode des lments finis.*, Maloine S.A Editeur Paris et Les Presses de l'Universit Laval Quebec, 1981.



Vers un Outil de Gestion Intégrée de l'Environnement: Impact des Changements Climatiques sur les Ressources en Eau au Nord du Maroc (Cas du bassin versant d'Oued Boukhalef)

M. Amharref¹, H. Kassogué¹, A.S. Bernoussi¹ and M. Ouardouz²
¹Equipe GAT et ²Equipe MMC, Faculté des Sciences et Techniques de Tanger, BP 416 Tanger, Maroc
 amharrefm@yahoo.fr, hamidoukass@gmail.com, a.samed.bernoussi@gmail.com, ouardouz@gmail.com



Introduction



Figure 1: Impacts des changements climatiques

- Prédire l'impact du changement climatique sur les ressources en eau
- Suivre l'évolution du cycle de l'eau
- Approche: automate cellulaire

Problématique



Figure 2: Cycle de l'eau simplifié

- Ressources: eau souterraine et surfacique
- Volume : fonction du cycle de l'eau
 - gain: précipitation
 - perte: évaporation
- Facteurs: milieu physique et contraintes climatiques

Résultats de simulations

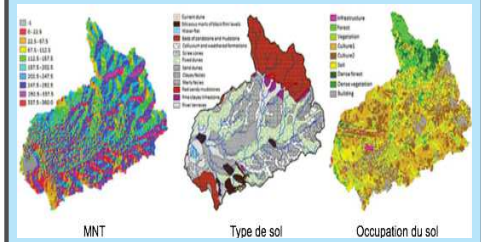


Figure 5: Région d'étude

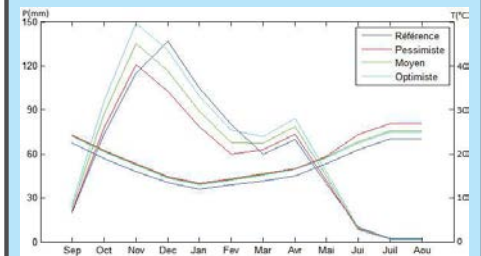


Figure 6: Climat de référence et scénarios

Méthodologie

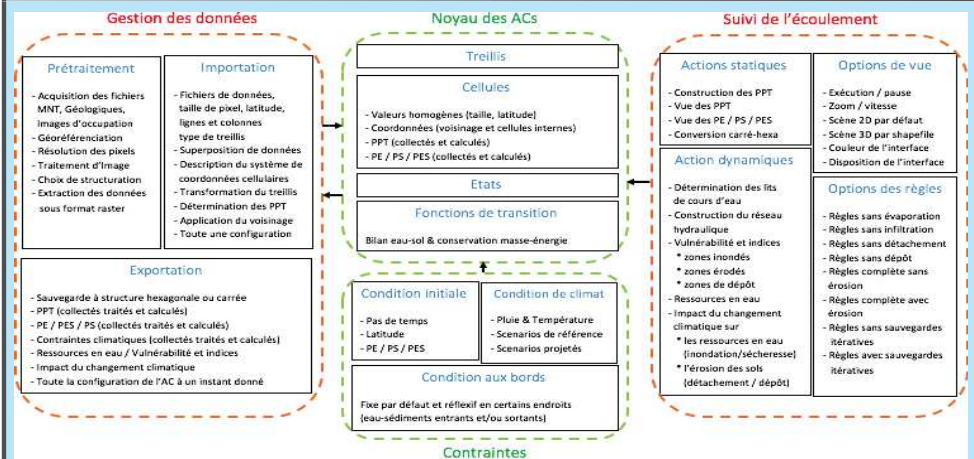


Figure 3: Principe et fonctionnalités de l'outil de gestion intégrée de l'environnement

Couplage de l'Automate Cellulaire avec les Changements Climatiques:

Changement climatique:

- Définition: tout changement de climat durant une longue période de temps.
- Paramètres: précipitation et température.
- Scénarios: projection de climat d'un modèle de climat choisi (GCM, RCM, EMICS).

Automates Cellulaires (ACs):

Attributs Physiques de Terrain (PPT)		Paramètres Climatiques (PC)	
Collectés	Calculés	Collectés	Calculés
ϵ : taille	T_{sij} : pente topographique	T_{ij} : température	
ℓ : latitude	I_{ij} : intensité d'infiltration	R_{ij} : intensité de pluie	
A_{ij} : altitude	S_{ij} : saturation du sol	R_{dij} : début de pluie	
N_{ij} : type de sol	D_{ij} : détention superficielle	$R_{dij}^{(1)}$: durée de pluie	
O_{ij} : occupation	R_{ij} : résistance d'écoulement		

Paramètres d'Écoulement (PE)			
Calculés à l'instant t_i		Calculés entre les instants t_i et t_{i+1}	
$Gw_{ij}^{(s)}$: eau souterraine	$Ew_{ij}^{(e)}$: eau évaporée	$Rw_{ij}^{(r)}$: eau reçue	$Rw_{ij}^{(e)}$: eau évacuée
$W_{ij}^{(s)}$: niveau d'eau	$Iw_{ij}^{(i)}$: eau infiltrée		
$H_{sij}^{(s)}$: pente hydraulique			

Figure 4: Ensemble des paramètres de l'AC

Couplage de l'AC avec CC:

- Entrée des données physiques de terrain.
- Entrée des données climatiques.
- Choix de climat de référence.
- Simulation du cycle de l'eau.
- Choix de scénarios climatiques.
- Sortie des ressources en eau et traitement.

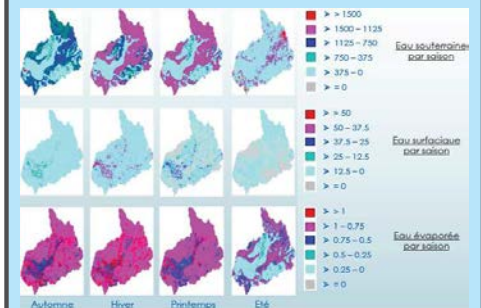


Figure 7: Ressources en eau pessimiste

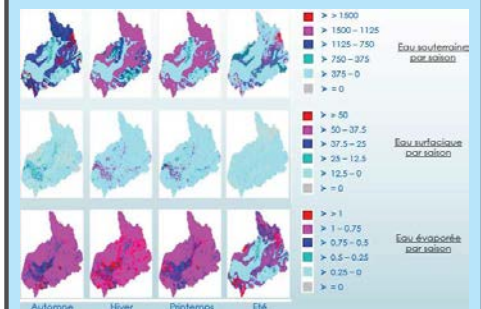


Figure 8: Ressources en eau optimiste

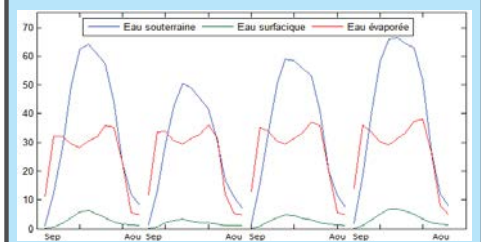


Figure 9: Comparaison selon 4 scénarios

Conclusion et perspectives

- Illustration des impacts de CC sur les ressources en eau
- Couplage avec les changements climatiques (CC)
- Modèle 2D du suivi du cycle de l'eau
- Envasement des barrages (localisation et nature)
- Recharge des nappes (requiert une modélisation 3D)
- Hétérogénéité des sédiments transportés (modélisation 3D)

Ce travail est réalisé dans le cadre du projet : PPR2/2016/79, OGI-Env, Soutenu par le MENFPERS et le CNRST et le Réseau International Théorie des Systèmes (TDS) soutenu par l'Académie Hassan II des Sciences et Techniques.