

ÉLOGE HISTORIQUE  
DE  
**JEAN PLANA**

L'UN DES HUIT ASSOCIÉS ÉTRANGERS DE L'ACADÉMIE

PAR

**M. ÉLIE DE BEAUMONT**

SECRETARE PERPÉTUEL

Lu dans la séance publique annuelle de l'Académie des sciences  
le 25 novembre 1872.

---

MESSIEURS,

Le cadre biséculaire de l'Académie des sciences comprend huit associés étrangers. Ce titre est réservé aux savants qui, dans tous les pays situés hors de France et dans toutes les sciences dont l'Académie s'occupe, se sont élevés aux premiers rangs. Par cette heureuse association, l'Académie est en quelque sorte universelle, et l'histoire de toutes les grandes découvertes, dont les sciences se sont enrichies depuis sa fondation, appartient à sa propre histoire. L'analyse des travaux de chacun de ces hommes éminents,

auxquels vos libres suffrages ont conféré les mêmes droits qu'à vous-mêmes, est nécessairement un document scientifique important ; mais il en est parmi eux à l'égard desquels une pareille étude présente un intérêt tout spécial : ce sont ceux qui, par la durée de leur carrière, jointe à l'éclat de leurs talents et à la variété de leurs recherches, sont devenus comme un lien commun entre plusieurs âges successifs, entre plusieurs centres intellectuels séparés et entre plusieurs branches différentes du savoir humain.

A une époque où l'union, en toutes choses, est plus désirable que jamais, votre Commission administrative a trouvé, dans cet ordre de considérations, des motifs pour reporter aujourd'hui votre attention sur la longue et féconde carrière de M. Plana, l'illustre géomètre de Turin.

JEAN-ANTOINE-AMÉDÉE PLANA naquit à Voghera, près d'Alexandrie, le 8 novembre 1781. Sa famille, qui jouissait d'une modeste aisance, habitait alors cette petite ville, comprise dans la partie du Milanais cédée à la maison de Savoie, au commencement du XVIII<sup>e</sup> siècle ; mais elle était originaire de Guarene, près d'Alba, en Piémont, et anciennement connue dans le pays, où elle compte encore des représentants distingués.

Tout conspira autour de lui pour le développement d'une nature heureusement douée. Le beau ciel de l'Italie éclaira son berceau. Le magnifique horizon que les Alpes, du mont Rosé au mont Viso, ceignent de leurs neiges éternelles, charma ses premiers regards. Le culte du savoir, que l'antique Université de Pavie répandait autour d'elle, inspira ses premières pensées. Les exploits de nos armées d'Italie stimulèrent, sans l'entraver, l'ardeur studieuse de sa jeu-

nesse. Le canon de Marengo retentit à six lieues de sa ville natale.

Ce fut alors que le jeune Plana, traversant une première fois les montagnes, encore bien sauvages, qu'il devait un jour mesurer, s'achemina vers Paris, où, dans les derniers mois de l'année 1800, il fut admis, après de sévères examens, à l'École polytechnique.

M. Poisson venait d'en sortir ; MM. Dupin, Arago, Mathieu, Fresnel, allaient y entrer. Un essaim de jeunes esprits de la plus heureuse espérance s'y développaient avec une émulation exempte de rivalité. M. Plana ne fut pas une des moins belles étoiles de cette brillante pléiade qui compte tant de noms illustres à des titres divers.

Remarqué par les maîtres aussi bien que par les élèves, il fut nommé après sa sortie, le 3 mai 1803, professeur de mathématiques à l'École d'artillerie établie dans la place forte d'Alexandrie, qui était alors le chef-lieu d'un département français.

C'était lui faire suivre la même route que Legendre qui, étant professeur à l'École militaire de Paris, avait débuté par un mémoire de balistique couronné, en 1782, par l'Académie de Berlin ; et il n'est pas étonnant de voir les savants qui sont destinés à perfectionner la théorie des mouvements planétaires s'essayer d'abord sur le mouvement des projectiles, car ce mouvement ressemble à celui des corps célestes, il est seulement soumis à des perturbations d'un genre tout différent.

A Alexandrie, M. Plana se forma à l'art difficile de l'enseignement, et, après avoir approfondi toutes les matières qu'il devait professer, il étendit le cercle de ses études et

se livra à des travaux scientifiques particuliers. De ce nombre fut le mémoire qu'il présenta, le 29 novembre 1809, à l'Académie des sciences de Turin, sous le titre d'*Équation de la courbe formée par une lame élastique, quelles que soient les forces qui agissent sur la lame*. Ce premier écrit de M. Plana, imprimé à Turin en 1810, inaugura la série des nombreuses publications par lesquelles il contribua au développement de la science et classa dès lors son auteur parmi les hommes appelés à lui faire faire des progrès (1).

M. Plana commençait d'ailleurs à être connu. Alexandrie étant à vingt lieues seulement de Milan, avec Pavie dans l'intervalle, M. Plana avait profité du voisinage pour entrer en relations avec les savants éminents de l'Institut italien. L'illustre astronome Oriani, directeur de l'Observatoire de Milan, l'avait particulièrement apprécié et lui avait voué une amitié sincère qui se refléta même dans son testament. Il suivit tous les travaux du jeune professeur avec un vif intérêt et applaudit paternellement à leur succès.

J'ignore si Oriani, qui était en rapport, à Paris, avec les sommités de la science, fut consulté pour le remplacement du savant abbé Valperga di Caluso, qui s'était démis volontairement de la place de professeur d'astronomie à la Faculté des sciences de Turin; mais il arriva que le 15 mars 1811, sur la recommandation de Lagrange, M. Plana fut nommé à cette chaire et que, deux ans après, il devint en outre directeur de l'Observatoire. Il ne tarda pas à être élu membre de l'Académie des sciences de Turin.

Ce fut dans cette position que les événements de 1814 trouvèrent M. Plana, auquel ils profitèrent d'une manière inespérée.

Le vieux roi de Sardaigne, Victor-Emmanuel I<sup>er</sup>, qui entra alors dans la capitale de ses États de terre ferme, était un prince de manières simples et faciles, pour lequel les études astronomiques avaient un certain charme, et qui se sentait naturellement porté à protéger ceux qui s'y appliquaient. L'esprit vif, le savoir expansif, les saillies spontanées du jeune professeur plurent au souverain. Il faisait souvent appeler M. Plana, lui demandait l'explication des phénomènes célestes et lui donnait, pour son enseignement, des subventions que, dans ce temps de parcimonie forcée, aucun autre que le roi n'aurait pu accorder (2). La plus considérable de ces libéralités fut la somme nécessaire pour transférer l'Observatoire, du palais de l'Académie, où il était assez mal installé, à une construction nouvelle, établie sur l'une des tours du palais Madama, situé au point central et le plus élevé de la ville de Turin, dans une position jugée alors des plus favorables.

La Faculté des sciences ayant été remplacée par l'Université de Turin, M. Plana y occupa la chaire d'analyse, et, l'Académie royale militaire de Turin ayant été rétablie, l'ancien professeur de l'École d'artillerie d'Alexandrie y fut nommé professeur de mathématiques. Plus tard il y devint directeur des études.

M. Plana se montra dès l'abord un professeur des plus remarquables. S'exprimant avec autant d'animation que de lucidité, il faisait vibrer chez ses auditeurs, dit son éloquent panégyriste M. Félix Chiò (3), toutes les cordes de l'intelligence, à l'unisson de son enthousiasme pour les vérités qu'il enseignait, et il produisait sur eux une impression profonde et durable, qui se manifestait, dans la leçon même, par de

vifs applaudissements (4). Exempt de toute morgue pédantesque, il ajoutait souvent à ses leçons des entretiens familiers qui profitaient singulièrement aux élèves. Ses cours étaient suivis avec une affectueuse assiduité.

Pendant qu'il se créait ainsi à Turin, par le seul ascendant de son mérite, une éminente position, M. Plana avait su y compléter son existence et y assurer son bonheur par une union des mieux assorties.

La science n'y était pas étrangère, car il était entré dans une famille que la science avait illustrée.

Lagrange (Joseph-Louis), notre grand géomètre, était né à Turin le 26 janvier 1736. Son père, trésorier de la guerre dans cette capitale, était d'origine française (5).

Le génie mathématique de Lagrange se révéla d'une manière si précoce, qu'à dix-neuf ans il était, lui aussi, professeur de mathématiques à l'École d'artillerie de Turin et avait déjà composé plusieurs mémoires d'analyse de la plus haute portée. Il fallait les publier ; ce qui n'était pas alors aussi facile qu'aujourd'hui.

Le jeune professeur, réuni au chevalier de Saluces et au docteur Cigna, fonda à Turin, en 1757, une société scientifique libre, qui fut le germe de l'Académie royale des sciences de Turin et qui, dès l'abord, obtint du roi de Sardaigne l'autorisation de publier des mémoires comme les autres académies. Ces mémoires, dont le premier volume parut en 1759, eurent un très-grand succès, dû principalement aux travaux que Lagrange y insérait.

Le jeune et illustre géomètre continua, jusqu'en 1766, à présider au développement de la société qui lui devait son origine, et, lorsqu'il fut appelé sur un plus vaste théâtre,

où le Piémont le suivit des yeux avec orgueil, d'abord à l'Académie de Berlin et ensuite à l'Académie des sciences de Paris, Lagrange ne cessa pas d'être à Turin la plus haute personnification de la science.

On s'y faisait gloire de voir en lui un concitoyen, et on n'y éprouva qu'un sentiment sympathique lorsque, très-peu de temps après l'entrée de l'armée française, en l'année 1795, on apprit que le ministre des relations extérieures avait écrit, de Paris, à M. Ginguéné, commissaire du Directoire à Turin : « Vous irez chez le vénérable père de l'illustre  
« Lagrange (il était nonagénaire), et vous lui direz que,  
« dans les événements qui viennent de s'accomplir, les pre-  
« miers regards du gouvernement français se sont tournés  
« vers lui et qu'il vous a chargé de lui porter un témoi-  
« gnage du vif intérêt qu'il lui inspire. » Le commissaire du Directoire alla en effet avec empressement chez M. Lagrange, le père, suivi des généraux de l'armée et de plusieurs citoyens distingués des deux nations. Après l'avoir complimenté au nom de la République française, le commissaire ajouta : « Jouissez du bonheur d'avoir donné le jour  
« à un homme qui honore l'espèce humaine par son génie,  
« que le Piémont s'enorgueillit d'avoir vu naître et que  
« la France s'enorgueillit de compter parmi ses citoyens. » Le vieux trésorier de la guerre, auquel ses quatre-vingt-dix ans n'avaient pas ôté la présence d'esprit, lui répondit aussitôt avec une simplicité non dépourvue de finesse :  
« Mon fils est grand devant les hommes, puisse-t-il aussi  
« être grand devant Dieu! »

La famille, dont ces quelques mots reflètent les sentiments, était aussi aimée que respectée à Turin, et le nom

légendaire du grand géomètre y était tout-puissant. Aussi n'y a-t-il pas lieu d'être surpris que, deux ans avant sa mort, en 1811, Lagrange, après le mémoire déjà cité sur la lame élastique, ait pu recommander efficacement M. Plana pour une place de professeur à Turin.

On conçoit également que la famille Lagrange ne fut pas la dernière que M. Plana aima à fréquenter, lorsqu'il eut pris possession de sa chaire.

Quelques années plus tard il obtint la main de M<sup>lle</sup> Alexandra Lagrange, fille d'un frère puîné de l'illustre géomètre, et ce fut, sous tous les rapports, l'événement le plus heureux de sa vie.

M<sup>me</sup> Plana-Lagrange (c'est ainsi qu'elle signait), femme non moins remarquable par ses vertus que par son esprit, fut pour son mari plus qu'une compagne, ce fut un ange d'amour, aux inspirations toujours nobles et élevées (6). Elle concourut à ses travaux par les soins dont elle sut l'entourer, et, à la fin, elle lui ferma les yeux, après une union de plus de quarante ans, dont aucun nuage n'avait troublé la sérénité.

Loin de s'endormir dans l'heureuse position que le ciel lui avait ménagée, M. Plana se montra toujours un vaillant soldat de la science, et bientôt il trouva l'occasion de lui rendre, non sans fatigue et sans quelques périls, des services signalés.

Une vaste entreprise scientifique, d'un intérêt européen, réclama son concours. Il existait dans l'Italie septentrionale une grande chaîne de triangles qui s'étendait, dans le sens d'un même parallèle terrestre, depuis la mer Adriatique jusqu'à Rivoli, près de Turin, chaîne qui avait été com-



mencée par Oriani, en 1785, à laquelle Puissant avait travaillé, en 1803, et que les Ingénieurs-géographes français avaient continuée jusqu'à son achèvement, en 1811.

Après l'exécution de la mémorable opération géodésique par laquelle Biot et Arago avaient prolongé la méridienne de France jusqu'aux îles Baléares, le Dépôt de la guerre avait reçu l'ordre de mesurer une perpendiculaire dirigée du golfe de Gascogne vers les Alpes : l'intérêt de ce travail devait ajouter à celui de la mesure de la méridienne ; car les parallèles peuvent aussi bien que les méridiens fournir des éléments essentiels pour la détermination de la figure de la terre.

Les événements de 1814 suspendirent à peine le cours de cette dernière opération, et le gouvernement de la Restauration, sur les instances de Laplace, mit le plus louable empressement à la faire reprendre et à l'activer. En 1818, les Ingénieurs-géographes français avaient déjà mesuré une chaîne de triangles qui s'étendait de l'embouchure de la Gironde jusqu'aux frontières de la Savoie ; mais il restait à la prolonger, sur les territoires qui n'appartenaient plus à la France, pour rejoindre la chaîne italienne.

Le projet d'entreprendre, pour combler cette lacune, une triangulation dans les États sardes, fut présenté en 1820 au roi de Sardaigne par le gouvernement français, et, après une négociation dans laquelle intervint le gouvernement autrichien, possesseur de la haute Italie, une convention fut arrêtée et signée à Turin, le 27 juillet 1821.

A la suite de cette convention, on forma une commission mixte, composée d'officiers de l'État-major général et d'Astronomes autrichiens et piémontais, à laquelle fut confié le

soin de développer et d'exécuter le projet qu'on avait en vue. L'opération devait conduire à la mesure d'un arc très-étendu du parallèle qu'on nomme le *parallèle moyen*, comme occupant la position moyenne entre l'équateur et le pôle : c'est-à-dire du 45<sup>e</sup> parallèle, qui passe près de Bordeaux, de Turin, de Venise, de Fiume, en Istrie, et qui se prolonge, par la Croatie, vers la Hongrie et la Valachie.

Une triangulation géodésique à travers des montagnes telles que les Alpes, dont les sommités sont couvertes de neiges éternelles, était, à cette époque, une entreprise sans précédent. Un long tâtonnement fut nécessaire pour trouver un certain nombre de points remplissant la double condition d'être visibles les uns des autres et de former des triangles dont les côtés ne fussent pas trop inégaux. On en adopta définitivement seize, auxquels on adjoignit la coupole de la basilique de Superga, près de Turin, et le clocher de l'église de Massé, située dans la plaine du Piémont ; en tout dix-huit points d'observation, formant les sommets de seize grands triangles.

Les édifices choisis pour les deux derniers points ne demandaient pas de préparatifs ; mais, sur les sommets des montagnes, on dut placer des signaux qui furent construits solidement, aux frais du roi de Sardaigne, par les officiers d'État-major piémontais et terminés, pour la plupart, avant la fin de l'année 1821.

Les officiers formant deux sections, l'une autrichienne, l'autre piémontaise, s'y établirent successivement, à des époques différentes.

Dans la région des orages, où les signaux étaient placés, les éléments se déchaînent souvent avec une violence sin-

gulaire, et l'impétuosité des vents fut, plus d'une fois, un obstacle très-sérieux au jeu des instruments de précision. Mais, malgré toutes les intempéries de l'atmosphère et les souffrances que le froid et le défaut d'abri leur faisaient éprouver, les officiers observèrent toujours leur consigne comme ils l'auraient fait devant l'ennemi ; partout les séries d'angles réglementaires furent prises ponctuellement, et chacune des deux sections fit une opération complète, dont elle calcula les résultats suivant les formules ordinaires, en corrigeant les angles de l'excès sphérique, d'après la méthode de Legendre.

Ces calculs préliminaires étant terminés, la commission se réunit à Milan, au mois de mai 1824, et la petitesse des écarts, révélés par la confrontation des résultats, fit voir qu'en dépit de tous les obstacles matériels, chacune des deux opérations avait réussi.

Pour en compenser les légères erreurs, on les fonda en une seule. On réunit, suivant les règles des probabilités, toutes les mesures d'un même angle, qui étaient quelquefois au nombre de près de cent. Leur moyenne fut adoptée par la commission comme la valeur officielle de l'angle, et, d'après ces angles définitifs, on calcula de nouveau tous les côtés. On partit du côté Colombier-Granier, qui était le dernier de la triangulation française et dont la longueur avait été communiquée, de Paris, par le Dépôt de la guerre, et on alla jusqu'au côté Superga-Massé, qui dépendait de l'ancienne triangulation italienne. La triangulation de la France et celle de l'Italie se trouvèrent, dès lors, réunies par une triangulation intermédiaire, et une seule chaîne de triangles, homogène dans toutes ses parties, relia la tour

de Cordouan, près de l'embouchure de la Gironde, au port de Fiume, en Istrie.

On put vérifier immédiatement que le raccord avait été bien opéré; car, ayant remonté, le long de la chaîne italienne, jusqu'à la base mesurée anciennement sur les bords du Tésin (ce qui permettait d'en calculer la longueur, au moyen de la triangulation intermédiaire, d'après les bases mesurées en France), on retrouva, avec la seule différence d'un mètre, réputée insignifiante à cette époque, la longueur mesurée directement en 1811.

Mais alors une grave question se présenta. Les résultats de cette vaste opération géodésique ne s'accordèrent pas avec ceux des observations astronomiques auxquels on les compara.

Le désaccord avait été soupçonné d'avance, et c'était pour résoudre ces difficultés apparentes que deux astronomes, MM. Plana et Carlini, avaient été compris dans la composition de la commission.

Pour constater l'accord ou le désaccord des résultats géodésiques avec les résultats astronomiques, on avait arrêté l'emploi de cinq observatoires, compris dans le réseau géodésique, ou faciles à y rattacher, savoir: l'observatoire de Milan, parfaitement installé, depuis longtemps, sous la direction d'Oriani; le double observatoire de Turin, théâtre et objet constant des travaux de M. Plana; et trois observatoires temporaires qui furent établis, l'un à l'hospice du mont Cenis, l'autre sur le mont Colombier près de Seyssel, l'un des points de raccordement de la triangulation française avec la triangulation nouvelle, et enfin un observatoire provisoire que les Ingénieurs-géographes français établirent à

Solignat, sur les flancs du Puy d'Usson, en Auvergne, qui était un des points principaux de la grande triangulation de la France

Les deux astronomes, MM. Plana et Carlini, arrivés le 16 août 1821 à l'hospice du mont Cenis, munis de leurs instruments, établirent immédiatement un observatoire dans les dépendances de l'hospice. On y installa, avec les précautions requises, une lunette méridienne au moyen de laquelle on régla une pendule astronomique qui donnait l'heure, pour le méridien du mont Cenis, aussi précisément que la pendule astronomique de l'observatoire de Milan la donnait pour le méridien de cette ville. Ces deux pendules ne marquaient pas la même heure au même instant. Entre l'heure de l'une et l'heure de l'autre, il y avait une différence égale au temps que le soleil met chaque jour à passer du méridien de Milan au méridien du mont Cenis, temps qui mesure la différence de leurs longitudes.

Pour déterminer cet intervalle de temps, ne connaissant pas alors le télégraphe électrique, qui permet aujourd'hui d'opérer les déterminations de ce genre avec beaucoup plus de facilité, on se servit de la méthode, encore nouvelle à cette époque, des signaux de feu. On les produisait par l'inflammation de petites quantités de poudre à canon dont la lumière, presque instantanée, était observée simultanément des deux stations à comparer.

Des opérations analogues furent faites pour les autres stations. Des signaux de feu furent donnés sur la montagne de Fenera, près de Varallo, en Piémont; sur la Roche-Melon, qui domine l'hospice du mont Cenis; sur le mont Tabor, en Savoie, et sur la montagne de Pierre-sur-Autre, en Forez;

et ils furent observés des cinq observatoires, de Milan, de Turin, du mont Cenis, du mont Colombier et de Solignat, dont les différences de longitude se trouvèrent ainsi fixées.

Les latitudes des mêmes observatoires furent déterminées par les moyens astronomiques ordinaires, ainsi que les orientations ou azimuts, par rapport au méridien astronomique, des côtés de triangles qui y aboutissaient.

Or, nulle part, il n'y eut coïncidence entre les résultats géodésiques et astronomiques ; la différence était même quelquefois assez grande. Ainsi, pour l'hospice du mont Cenis, la latitude astronomique était inférieure à la latitude géodésique de  $9''12$  ; la longitude astronomique comptée de Paris était inférieure à la longitude géodésique de  $15''9$  de degré, et l'azimut astronomique de la montagne de Belle-Combe, sur l'horizon de l'hospice du mont Cenis, différait de l'azimut géodésique de  $49''17$ .

Ces écarts surpassant de beaucoup les erreurs admissibles des observations, il est évident, disait M. Plana, qu'ils doivent être attribués, en grande partie, à des irrégularités de la figure de la terre.

L'existence, dans la région des Alpes, de pareilles irrégularités a en outre été mise en évidence par une opération d'ensemble consistant à calculer, d'une part, d'après les mesures géodésiques, et, d'autre part, d'après les observations astronomiques, les longueurs des arcs du parallèle moyen compris entre les méridiens de Milan, Turin, mont Cenis, Colombier et Usson ou Solignat. Pour aucun des quatre arcs du parallèle moyen, les deux valeurs ainsi obtenues ne sont égales. La valeur déduite des observations astronomiques est tantôt inférieure, tantôt supérieure à la

valeur conclue des mesures géodésiques, et le plus grand écart, qui est de 685<sup>m</sup>,3, tombe sur l'arc compris entre les observatoires de Milan et de Turin, aux extrémités duquel les observations ont été faites avec les meilleurs instruments et répétées le plus grand nombre de fois.

Enfin, et à un point de vue encore plus général : combinant la longueur de l'arc du parallèle moyen, mesuré entre Milan et Usson, avec celle de l'arc de méridien mesuré entre Greenwich et Formentera ; on trouva, pour l'aplatissement de la terre, la valeur  $\frac{x}{24}$ , qui diffère beaucoup de la valeur  $\frac{x}{308,65}$  adoptée, pour l'ensemble de la France, par le Dépôt de la guerre. Cette dernière valeur ayant été employée pour le calcul des longitudes et des latitudes géodésiques, elles devaient nécessairement se trouver en désaccord, même indépendamment des anomalies locales, avec les longitudes et les latitudes astronomiques, comme cela eut lieu en effet.

La constatation plusieurs fois répétée de ces irrégularités, entées les unes sur les autres, donnait un intérêt nouveau à l'irrégularité plus grande encore que le P. Beccaria avait constatée en 1762 dans l'arc du méridien de Turin compris entre Mondovi et Andrate, dont le roi de Sardaigne Charles-Emmanuel l'avait chargé, en 1759, d'exécuter la mesure.

Mondovi est une petite ville du Piémont située au sud de Turin, au pied des Alpes maritimes, et Andrate un village situé au nord, près d'Ivrée, au pied des Alpes Graies ; l'un et l'autre sont peu éloignés du méridien de Turin et très-rapprochés aussi du méridien du mont Rose. Le P. Beccaria, dans son ouvrage intitulé *Gradus Taurinensis*, publié en 1774, avait annoncé que l'arc géodésique mesuré entre Mondovi

et Andrate surpassait l'arc déduit des latitudes astronomiques de ces deux points de  $34''21$ , qui équivalent à plus d'un kilomètre. Ce résultat parut incroyable, et les géomètres du dix-huitième siècle le négligèrent, comme devant être entaché d'erreur.

M. Plana et les officiers d'état-major piémontais voulurent savoir ce qui en était et réhabiliter, s'il y avait lieu, la mémoire de leur compatriote Beccaria. En 1821 et 1822, partant des mesures déjà prises en 1809 par les Ingénieurs-géographes français et, quelques années plus tard, par le célèbre astronome baron de Zach, on joignit de nouveau par une chaîne de triangles Andrate à Mondovi, et l'on trouva la distance de ces deux points égale à  $126,394^m60$ , c'est-à-dire supérieure, mais de  $38^m19$ , seulement, ou d'un peu plus d'une seconde de degré, à la mesure de Beccaria, dont l'erreur était par conséquent assez faible, eu égard à l'imperfection des instruments qu'il employait.

Ce savant avait commis une erreur plus considérable dans la mesure de l'arc céleste compris entre les verticales d'Andrate et de Mondovi; car, d'après les observations multipliées faites avec d'excellents instruments par M. Plana, Beccaria avait trouvé, avec ses instruments imparfaits,  $13''63$  de trop. Mais il faut surtout remarquer que ces deux erreurs tendent l'une et l'autre à atténuer la discordance singulière que Beccaria avait eu le mérite de signaler le premier, et qu'on l'accusait faussement d'avoir au moins exagérée. On avait donc eu tort de dédaigner le travail de cet estimable physicien, et les critiques dirigées contre sa conclusion péchaient par leur base.

En fait, d'après les mesures et les calculs de M. Plana, la



différence entre les latitudes géodésiques d'Andrate et de Mondovi surpasse l'amplitude astronomique de  $47''84$ , correspondant à une distance horizontale de 1487 mètres. Une pareille discordance, dit avec raison l'éminent astronome, constitue un fait des plus remarquables. Si les causes extérieures, ajoute-t-il, pouvaient suffire pour expliquer cette espèce de perturbation dans la direction du fil à plomb, il faudrait l'attribuer, du côté du sud, à l'attraction exercée par la chaîne des Alpes maritimes, et, du côté du nord, à celle que produit la chaîne des Alpes Graies, que couronne le mont Rose, presque aussi élevé et plus large que le mont Blanc. Mais il est possible que ce singulier phénomène résulte en grande partie d'une irrégularité dans la densité des couches terrestres, ou plutôt dans la répartition des roches de densités diverses près de la surface de la terre.

Le dernier mot de la science n'a peut-être pas encore été dit sur ces curieux phénomènes qui ne pouvaient être mis hors de doute que par des opérations géodésiques et astronomiques d'une précision proportionnée à leur délicatesse et d'une étendue comparable à celle sur laquelle ils se manifestent; mais il est certainement très-intéressant de voir que l'accident orographique le plus prononcé de l'Europe, que ce vaste hémicycle dont les passages du Mont Cenis, du col de Tende et du Simplon franchissent les contours, dont Turin marque à peu près le centre, dont Beccaria avait mesuré une corde, est le siège de l'une des anomalies les plus considérables qui soient connues jusqu'à présent dans la direction du fil à plomb (7).

Ce résultat justifierait à lui seul tous les soins que M. Plana et la commission ont apportés à la mesure de l'arc

du parallèle moyen qui traverse la Savoie et le Piémont (8).

Considérée en elle-même, abstraction faite de ces constatations incidentes, qui en sont devenues peut-être le résultat le plus piquant, cette mesure ne laissait rien à désirer. Les travaux dirigés par MM. Plana et Carlini furent imprimés, en français, en deux volumes in-4°, qui parurent à Milan, le premier en 1825 et le second en 1827.

L'Académie des sciences de Paris avait suivi cette grande opération avec une attention proportionnée à son importance, et elle saisit avec empressement les occasions d'en récompenser les auteurs. Après la publication du premier volume, le 2 octobre 1826, M. Plana fut élu correspondant de l'Académie dans la section de géométrie. En 1824, après la publication du deuxième volume, le prix Lalande, destiné aux travaux les plus utiles aux progrès de l'astronomie, fut décerné à MM. Plana et Carlini, pour la mesure d'un arc du parallèle moyen.

Quelques années après M. Carlini fut élu correspondant de la section d'astronomie.

La collaboration laborieuse que M. Plana avait donnée à la mesure de l'arc du parallèle moyen avait à peine suspendu ses autres travaux. L'année 1822 vit terminer le nouvel observatoire que, d'après les instances de M. Plana, le roi Victor-Emmanuel I<sup>er</sup> avait ordonné de construire sur une des tours du palais Madama.

Le savant directeur se hâta d'y installer un cercle méridien de trois pieds de diamètre, que l'Académie des sciences de Turin avait acheté en 1820. Ce cercle, semblable à celui dont Bessel se servait à l'observatoire de Königsberg, avait été construit, à Munich, par le célèbre Reichenbach.

M. Plana commença, avec cet excellent instrument, une longue série de travaux qu'il publia à Turin sous le titre d'*Observations astronomiques faites en 1822, 1823, 1824 et 1825 à l'observatoire royal de Turin, précédées d'un mémoire sur les réfractions astronomiques.*

Les observations astronomiques qui, avec les calculs de réduction nécessaires, remplissent la plus grande partie du volume sont relatives à la distance au zénith et au passage au méridien du Soleil, de Vénus et de trente-cinq étoiles fondamentales. La latitude du nouvel observatoire de Turin est déterminée par les observations de l'étoile polaire.

Au commencement du volume, M. Plana a placé un important mémoire intitulé : *Réflexions sur les différentes formules relatives au calcul de la réfraction astronomique.* Comme tous les astronomes observateurs, il avait eu à lutter contre ce phénomène capricieusement variable qui déplace le plus souvent les astres de leur position réelle, en courbant, dans leur passage à travers l'atmosphère, les rayons qu'ils nous envoient, et il avait publié un premier mémoire sur la réfraction, dans le vingt-septième volume de la première série des Mémoires de l'Académie de Turin.

La lecture d'une note fort intéressante sur les réfractions astronomiques, que notre vénérable confrère, M. Mathieu, venait de publier, avait donné lieu de la part de M. Plana aux réflexions qui sont devenues le mémoire dont nous parlons en ce moment. Ces réflexions portaient principalement sur les formules employées pour calculer les effets de la réfraction. M. Plana répand une lumière nouvelle, sur ce sujet tant de fois controversé, par une savante analyse où brille déjà le talent, qu'il montra si souvent depuis, d'éclaircir et

de simplifier, par les méthodes larges et rigoureuses qui lui étaient familières, des questions que ses devanciers n'avaient résolues qu'imparfaitement, par des calculs d'un ordre moins élevé. Passant en revue et contrôlant tous les travaux publiés sur cet objet depuis Bouguer et rendant une justice plus exacte que ses devanciers à ceux d'Euler et de Tobie Mayer, il arrive, par une étude approfondie de toute la question, à conclure, pour la constitution supposée de l'atmosphère, à laquelle doivent s'adapter les formules de la réfraction, en faveur de l'hypothèse adoptée par Ivory.

A la suite de ce long travail d'analyse, M. Plana revint à un autre plus étendu encore, qu'il avait commencé depuis longtemps, sur la théorie du mouvement de la Lune.

Le mouvement de la Lune, comme celui des autres corps célestes, est à la fois l'objet des observations et des calculs des astronomes, qui cherchent sans cesse à les préciser de plus en plus et à établir entre les observations et les calculs théoriques un accord de plus en plus parfait.

Le commencement des observations astronomiques se perd dans la nuit des temps. Les Chaldéens observaient déjà les astres et avaient certaines notions sur les règles auxquelles leurs mouvements sont assujettis. Depuis trois mille ans les observations astronomiques se sont accumulées dans une énorme proportion, en se précisant par degrés. On a dressé, d'après leurs résultats, des tables qu'on a perfectionnées successivement et au moyen desquelles on peut prédire à l'avance quelle position occupera, à un moment donné, chacun des astres du système solaire. Elles fournissent les éléments des calendriers, des almanachs, dont l'infailibilité est devenue proverbiale.

Ces tables montrent que les mouvements des astres ne sont pas aussi simples et aussi indépendants les uns des autres qu'ils ont pu le paraître au premier abord, mais qu'ils présentent des inégalités diverses, perturbations de leur mouvement régulier moyen, et qui n'ont pu être mises en évidence que successivement, à mesure qu'on a su les formuler. Copernic, il y a trois siècles à peine, introduisit, le premier, dans les tables astronomiques, le mouvement des planètes autour du soleil : environ un siècle après, Képler y fit entrer les lois du mouvement elliptique, qu'il avait trouvées par les observations de Ticho-Brahé (9).

Mais il était réservé à Newton de donner, par la découverte de la gravitation universelle, la clef de la subordination mutuelle de tous les mouvements astronomiques.

Newton ne considéra son immortelle découverte comme certaine que lorsqu'il se fut assuré qu'elle rendait raison des lois de Képler et des principales inégalités des mouvements des planètes ; mais il ne put suivre cette voie jusqu'au bout. Les actions réciproques que les corps célestes, en s'attirant mutuellement, exercent les uns sur les autres produisent des effets d'une extrême complication. Bien que le génie de Newton lui eût fourni un nouveau genre de calcul, le *calcul des fluxions*, qui lui permettait d'aborder des questions inaccessibles à ses prédécesseurs, il fut obligé de se borner à rendre compte des principales perturbations des mouvements planétaires. Pour les autres, il dut se contenter de la présomption que la loi de l'attraction universelle, qui rendait compte des mouvements principaux et les plus simples des corps célestes, rendrait compte aussi des mouvements de moindre importance et plus compliqués, lorsqu'on au-

rait pu exécuter les calculs qu'ils réclamaient. Les résultats de ces calculs comparés à ceux de l'observation restaient, dans l'avenir, la pierre de touche de sa théorie.

Cette théorie était maîtresse du mouvement elliptique de chaque corps céleste autour de celui qui le domine principalement ; mais, lorsqu'on voulait considérer en même temps l'action perturbatrice d'un troisième corps sur les deux premiers, on rencontrait des difficultés qu'il était très-difficile de surmonter. Le problème des trois corps exerça tous les géomètres du dix-huitième siècle : Clairault, d'Alembert, Euler, y conquirent une partie de leurs titres à l'immortalité. Lagrange porta la lumière au milieu de ces complications infinies par quelques-uns de ces traits d'une admirable simplicité qui étaient familiers à son génie.

En même temps un contrôle de plus en plus sévère des déductions théoriques se préparait par le perfectionnement progressif des tables astronomiques, et particulièrement des tables de la Lune, qui avaient acquis entre les mains de Tobie Mayer une exactitude inespérée. Cet éminent astronome, prenant les recherches d'Euler pour base, porta la détermination théorique des inégalités lunaires beaucoup plus loin qu'on ne l'avait fait avant lui ; puis, adoptant seulement la forme des inégalités auxquelles la théorie l'avait conduit, il en détermina les coefficients de manière à satisfaire le mieux possible aux observations. C'est ainsi qu'il parvint à construire les premières tables qui aient pu servir à la détermination des longitudes géographiques. Un si important résultat valut à la veuve de Tobie Mayer, enlevé prématurément aux sciences à l'âge de trente-neuf ans, en 1762, une portion du prix de 20,000 livres sterling que

le gouvernement anglais avait proposé, en 1714, pour la découverte d'une méthode propre à donner la longitude, en mer, à un demi-degré près.

Toutes les nations maritimes ont été frappées de l'utilité d'une méthode sûre pour la détermination des longitudes, et c'est à cause de l'importance de ce problème que la principale des institutions chargées, en France, de ce qui tient aux applications utiles de l'astronomie et des méthodes astronomiques, institution fécondée depuis quatre-vingts ans par les plus hautes illustrations scientifiques de notre pays, a été nommée *le Bureau des longitudes*.

Après Mayer, Mason et Bürg, en suivant la même méthode et en faisant entrer, dans le calcul des tables, de nouvelles séries d'observations, en firent successivement de plus exactes encore, qui semblaient défier tout ce que la théorie pourrait à elle seule fournir de plus précis.

Mais Laplace, après avoir traité de son côté plusieurs des questions les plus difficiles du système du monde, réunit ses résultats à ceux des géomètres qui l'avaient précédé et en forma un corps de doctrine dans son traité de *Mécanique céleste*, dont les deux premiers volumes parurent en 1799 et les deux suivants en 1802.

« L'astronomie, considérée de la manière la plus générale, disait Laplace, dans son préambule, est un grand problème de mécanique, dont les éléments des mouvements célestes sont les arbitraires ; sa solution dépend à la fois de l'exactitude des observations et de la perfection de l'analyse, et il importe extrêmement d'en bannir tout empirisme et de la réduire à n'emprunter à l'observation que les données indispensables (10). »

L'astre le plus rebelle au calcul était la Lune, dont Clairaut, après d'ardentes discussions, terminées dans un sens favorable à la loi newtonienne, avait donné une *théorie déduite du seul principe de l'attraction*; théorie couronnée en 1752 par l'Académie de Saint-Pétersbourg, mais devenue insuffisante dans ses développements. La Lune étant placée à une distance médiocre de la Terre, sa théorie a des difficultés qui lui sont propres et qui résultent de la grandeur de ses nombreuses inégalités et du peu de convergence des séries qui les donnent. De là une complication, restée longtemps à peu près inextricable, d'où il résultait que la plupart des inégalités lunaires avaient été jusque-là mieux déterminées par les observations que par l'analyse.

Laplace ne négligea rien pour rendre à l'analyse son empire, même sur la Lune, et il consacra en entier le septième livre de la *Mécanique céleste* à la théorie du mouvement de notre satellite. Il y donne les expressions analytiques des coefficients de ses principales inégalités. Après avoir calculé les valeurs numériques de ces coefficients théoriques, il les compare à celles qu'on peut former d'après les tables de Mason et d'après celles plus récentes de Bürg; il constate que les différences entre ces valeurs d'origine différente sont généralement très-petites, et que le coefficient théorique tombe même souvent entre les coefficients déduits séparément des deux tables; ce qui dénote un accord aussi satisfaisant que possible (11).

Dans ce même septième livre, qui porte gravée en traits si profonds l'empreinte de son génie, Laplace montre combien (12) il avait pénétré profondément toutes les parties de la théorie de la Lune, en dévoilant la cause de l'accéléra-



tion séculaire du moyen mouvement de cet astre ; cependant il est conduit à dire, à l'occasion de l'inégalité lunaire de cent quatre-vingt-quatre ans, qu'il « est très-difficile  
« d'obtenir son coefficient par la théorie, à cause du grand  
« nombre de ses termes et de l'extrême difficulté de les ap-  
« précier, difficulté beaucoup plus grande encore qu'à l'é-  
« gard des autres inégalités de la Lune. » Puis il ajoute :  
« *J'ai donc déterminé ce coefficient au moyen des observations*  
« *faites depuis un siècle* (13). »

C'était là une concession momentanée, arrachée à Laplace par une nécessité qui devint d'autant plus pressante que Burckadt, mettant en œuvre de nombreuses observations nouvelles, publia en 1812 des tables plus exactes encore que celles de Mason et de Bürg. La théorie était ainsi de plus en plus devancée, et de nouveaux efforts devenaient nécessaires pour l'amener à un degré de précision comparable à celui qu'on avait su donner aux tables, ses rivales, en suivant la méthode empirique de Mayer.

C'est ce qui fit que Laplace, « désirant voir toute l'astro-  
« nomie, fondée sur la loi de l'attraction, n'emprunter des  
« observations que les données indispensables, obtint de  
« l'Académie des sciences, qu'elle proposerait, pour le  
« sujet du prix de mathématiques qu'elle devait décerner  
« en 1820, la formation, par la seule théorie, de tables lu-  
« naires aussi exactes que celles qui ont été construites par  
« le concours de la théorie et des observations (14). »

Ce prix fut partagé entre deux mémoires, l'un de notre ancien confrère, M. de Damoiseau, l'autre de MM. Plana et Carlini. — Le mémoire de M. de Damoiseau a paru dans le premier volume de la seconde série de notre recueil des

savants étrangers (tome III de la série entière), mais celui de MM. Plana et Carlini ne fut pas publié, et plus tard M. Plana entreprit, à lui seul, de le revoir et de le développer. Il en fit le grand ouvrage imprimé en 1832 sous le titre de *Théorie du mouvement de la Lune*.

« La théorie du mouvement de la Lune exposée dans cet ouvrage, dit l'auteur dans le discours préliminaire, dérive du seul principe de la gravitation universelle, et n'emprunte de l'observation que les données indispensables, c'est-à-dire les constantes arbitraires du problème. Les trois coordonnées de cet astre, dont la formation pour un temps indéfini constitue le but que l'on veut atteindre, se trouvent, en dernière analyse, exprimées par des fonctions littérales et explicites, qu'il a suffi de réduire en nombres, pour obtenir les coefficients des inégalités immédiatement comparables avec le résultat des observations astronomiques (15). »

C'est la réalisation du programme de Laplace, réalisation d'autant plus complète que M. Plana a poussé l'approximation beaucoup plus loin que Laplace n'avait jugé utile de le faire. Laplace s'était borné à déterminer toutes les inégalités du premier, du second et du troisième ordre, et les inégalités les plus considérables du quatrième, en portant la précision jusqu'aux quantités du quatrième ordre inclusivement, et en comprenant celles du cinquième ordre qui se sont présentées d'elles-mêmes. M. Plana s'est imposé la tâche beaucoup plus laborieuse de chercher généralement toutes les inégalités du premier au cinquième ordre, déterminant leurs coefficients jusqu'aux termes du même ordre et poussant les calculs jusqu'aux quantités

du sixième et du septième ordre, quand cela lui paraissait nécessaire.

L'ordre assigné ici aux quantités est l'ordre de leur petitesse représenté par le nombre des facteurs très-petits qui entrent dans leur composition. Ces quantités décroissent très-vite, à mesure que leur ordre s'élève, de telle sorte que la fraction  $\frac{1}{7^3}$  par exemple, qui est considérée comme une quantité du premier ordre de petitesse, étant élevée au cinquième ordre, c'est-à-dire à la cinquième puissance, se réduit à  $\frac{1}{360000}$ .

On néglige donc très-peu de chose en négligeant les quantités du cinquième ordre et à plus forte raison celles d'ordres plus élevés ; mais on peut éprouver à cet égard des déceptions contre lesquelles il importe de se mettre en garde. Chacun des termes très-nombreux dans lesquels se développent la longitude, la latitude et le rayon recteur ou la parallaxe de la Lune, est une expression différentielle qu'il faut intégrer pour la rendre calculable, et cette intégration introduit quelquefois des diviseurs très-petits qui compensent la petitesse des facteurs et abaissent l'ordre de la quantité. De là la nécessité de faire, jusque dans les quantités du sixième et du septième ordre, la recherche minutieuse des termes auxquels cet accident pourrait arriver. Les termes d'un ordre élevé ne sont pas plus faciles à intégrer que les autres, mais ils conduisent, plus souvent que les autres, à cette conclusion, qu'ils sont complètement négligeables ou que plusieurs d'entre eux se détruisent et donnent une somme égale à zéro, ce qui est un nouveau genre de déception, propre à faire regretter le temps qui leur a été consacré.

Les termes du développement se multiplient rapidement à mesure qu'on arrive à des ordres de petitesse de plus en plus élevés; on en jugera en remarquant que telles formules de Laplace, qui se composent de quinze ou de vingt et un termes, sont remplacées dans l'ouvrage de M. Plana par d'autres formules, exprimant les mêmes choses, mais comprenant quatre-vingt et cent trente termes. La Mécanique céleste renferme de très-longues formules, mais, dans sa théorie de la Lune, M. Plana en donne de beaucoup plus longues encore, dont une seule couvre jusqu'à neuf et une autre jusqu'à vingt pages in-4°.

Cet immense travail remplit trois gros volumes.

Le premier volume se compose de deux parties distinctes.

L'une renferme l'exposition purement théorique de tout ce qui concerne la formation des équations différentielles, qui, par leur intégration, doivent fournir les trois coordonnées de la Lune en prenant, comme d'Alembert et Laplace, la longitude vraie pour variable indépendante.

L'autre comprend le perfectionnement ultérieur qu'on peut faire subir à ces coordonnées, lorsqu'on suppose connue leur expression analytique pour ce qui tient à l'action de la terre supposée sphérique et à la force perturbatrice du Soleil.

Le premier volume de la théorie de la Lune renferme par là tous les principaux résultats qui se rattachent à cette théorie, savoir: les trois coordonnées en fonctions de la longitude vraie et en fonctions explicites du temps, ainsi que les expressions du mouvement du nœud et du périée, accompagnées de la partie séculaire qui les affecte. Toutes ces formules sont réduites en nombres, et complétées par les

formules propres au calcul du mouvement horaire. La théorie du mouvement de la Lune autour de son centre de gravité a été exposée vers la fin du même volume.

Le second volume renferme les développements nécessaires pour parvenir aux trois coordonnées de la Lune en poussant l'approximation jusqu'aux quantités du cinquième ordre inclusivement.

Le troisième volume est consacré aux développements propres à fournir les quantités d'un ordre supérieur au cinquième, qui ont été ajoutées aux trois coordonnées pour obvier aux inconvénients qui naissent du peu de convergence de plusieurs séries.

Le mérite de M. Plana dans sa théorie du mouvement de la Lune a été, avant tout, un mérite moral. Il a compris ce qu'il y avait d'élevé dans l'idée exprimée par Laplace « qu'il convient de former des tables de ce mouvement, par la théorie, afin de ramener autant qu'il est possible toute l'astronomie au seul principe de la pesanteur universelle. » Comme Laplace, il a senti que l'abstraction mathématique, analytique ou synthétique, qui, dans les sciences exactes, représente par excellence la puissance de l'esprit sur la matière, doit toujours, pour l'honneur des principes, avoir le dernier mot, et il s'est noblement dévoué à la réalisation de cette grande et fière pensée. S'armant d'une constance invincible, il a voulu que rien ne manquât à l'expression finale de l'une des principales applications de la théorie newtonienne. Non content d'avoir obtenu le prix de l'Académie des sciences, il a consacré encore au perfectionnement de sa théorie douze années d'un travail d'analyse ardu, dans lequel il ne pouvait se faire aider par personne. Il a donné

en lettres l'expression analytique du coefficient de chacune des inégalités lunaires, avec toutes les opérations intermédiaires, de manière qu'on pût toujours vérifier leur enchaînement mutuel, ainsi que leur accord avec les observations, et par là il a placé la théorie de la Lune sur ses véritables bases et l'a acheminée, d'une manière sûre, vers ses perfectionnements futurs (16),

Avoir le premier complété Laplace dans la partie la plus épineuse de sa continuation de Newton, était d'ailleurs un mérite hors de pair. Tout le monde l'a senti, et la théorie de la Lune a été accueillie, dans le monde savant, par une acclamation universelle, à laquelle l'Académie des sciences s'était associée d'avance, par le prix décerné en 1820. La Société royale et la Société astronomique de Londres s'y joignirent à leur tour, en décernant à M. Plana, la première médaille de Copley, et la seconde sa grande médaille d'or. Plus tard les deux magnifiques volumes intitulés : *Réduction des observations faites à l'observatoire royal de Greenwich de 1750 à 1830, calculées par ordre des lords commissaires de la trésorerie*, et imprimés à Londres en 1848, furent solennellement envoyés en présent à M. Plana, avec cette inscription sur la couverture : OFFERT PAR LES LORDS COMMISSAIRES DE L'AMIRAUTÉ BRITANNIQUE A JEAN PLANA, AUTEUR DE LA THÉORIE DE LA LUNE.

Indépendamment de ces titres de noblesse, la théorie de la Lune de M. Plana avait aussi le mérite d'une incontestable utilité, en fournissant de nouveaux moyens de perfectionner les tables lunaires. Elle apporta son contingent à M. Hansen, l'illustre directeur de l'observatoire de Gotha, lorsqu'il publia, en 1838, de nouvelles tables lunaires, plus

exactes que toutes les précédentes, qui donnèrent un nouveau degré de précision à la méthode des distances lunaires, devenue l'un des fondements les plus solides de la sécurité que présente de plus en plus la navigation perfectionnée.

Son mérite d'exactitude, comme exécution des calculs analytiques, est attesté par le petit nombre des critiques fondées dont elle a été l'objet. — Une partie des fautes qui lui avaient été reprochées étaient imaginaires, et d'autres sans importance. M. Plana le montra dans plusieurs lettres, adressées, en 1860, à M. Lubbock, et imprimées dans les Mémoires de l'Académie de Turin. — Il n'en subsista guère qu'une faute de signe, qui lui avait été signalée, avec beaucoup de courtoisie, par M. de Pontécoulant, et quelques fautes d'impression. Mais comment éviter complètement ces sortes de fautes, dans la publication d'un aussi vaste travail?

Enfin, un des mérites de la théorie de la Lune fut d'attirer l'attention et de provoquer de nouveaux travaux sur cette matière naguère encore si obscure (17). — Moins d'un an après sa publication, le 17 mars 1833, M. Poisson lut à l'Académie des sciences un très-savant mémoire (18) dans lequel il proposa d'appliquer à la théorie de la Lune la méthode de la variation des constantes arbitraires qu'il avait contribué à établir, et il s'en servit pour élucider *diverses questions spéciales* de cette théorie. M. Lubbock publia de son côté une série d'opuscules ayant pour *but de vérifier les calculs de M. Plana*. — M. de Pontécoulant consacra, en 1843, à la théorie de la Lune, le quatrième volume de son ouvrage intitulé : *Théorie analytique du système du monde*. Enfin, en 1846, notre éminent et regretté confrère M. Delaunay a commencé à s'occuper d'une nouvelle théo-

rie de la Lune à laquelle il a travaillé pendant plus de vingt-cinq ans.

La forme que M. Plana a donnée à la théorie de la Lune n'est pas la seule dont cette théorie soit susceptible. Appelé par le concours des circonstances, du vivant même de Laplace, à compléter et, l'on peut même dire, à refaire en partie le 7<sup>e</sup> livre de la Mécanique céleste, il ne pouvait songer à sortir de la voie suivie par l'auteur. Mais en 1833, six ans après la mort de notre illustre géomètre, lorsque la théorie de la Lune de M. Plana eut présenté, en un grand corps d'ouvrage, tout ce qu'on pouvait obtenir par la méthode inaugurée dans la Mécanique céleste, il était naturel que des géomètres éminents cherchassent à explorer des voies nouvelles. De même que Laplace et à l'exemple de d'Alembert, M. Plana, dans son analyse, avait pris pour variable indépendante la longitude vraie de la Lune. M. Poisson, M. Lubbock, M. Hansen, M. de Pontécoulant, trouvèrent qu'il était plus naturel de prendre le temps pour variable indépendante. C'est une différence comparable à celle d'une voiture payée à la course et d'une voiture payée à l'heure. Dans l'un et l'autre cas on paye le travail effectué, mais on le suppute de deux manières différentes; et l'on comprend que la substitution du temps à l'espace angulaire parcouru peut impliquer de grandes différences dans l'analyse appliquée aux phénomènes astronomiques.

M. Delaunay n'hésita pas à suivre l'exemple qui venait de lui être donné par d'imposantes autorités, et il prit à son tour le temps pour variable indépendante. Il suivit d'ailleurs une méthode entièrement différente de celles qui avaient été employées avant lui, et il rendit les intégrations plus



faciles par leur fractionnement en plusieurs parties. Il parvint ainsi à effectuer complètement le calcul des inégalités avec une approximation notablement plus grande qu'on ne l'avait encore fait. Il la poussa jusqu'aux quantités du 7<sup>e</sup> ordre au lieu du 5<sup>e</sup>, et même, quelquefois, jusqu'à celles du 8<sup>e</sup> et du 9<sup>e</sup> ordre. Il considéra un nombre de termes beaucoup plus grand, mais ses calculs s'enchaînaient si naturellement qu'il n'avait presque pas d'explications à donner, de sorte que sa théorie ne comporte elle-même que trois volumes, qui à la vérité sont presque uniquement remplis de formules analytiques.

De même que M. Plana, il a donné le développement entier des calculs, et les deux théories expriment également, quoique d'une manière différente, par les symboles les plus généraux de l'analyse, les inégalités les plus compliquées de notre satellite.

M. Delaunay n'a rien détruit de ce que M. Plana avait produit. Il n'a pas refait sa théorie de la Lune ; il ne l'a pas complétée : *il en a fait une autre* qui a, en particulier, l'avantage d'atteindre plus facilement, par un chemin différent, les dernières approximations appréciables. Ce sont deux monuments scientifiques du premier ordre, d'ordonnances dissemblables, qui subsisteront à côté l'un de l'autre. D'un côté le mérite de l'exemple et de la priorité, de l'autre celui du fini et de la perfection, et à chacun des deux auteurs le mérite commun d'avoir montré que son émule ne s'est trompé en rien d'essentiel, puisqu'ils sont arrivés par des voies séparées à des résultats concordants.

Chacune des deux théories appartient à la pleine maturité de son auteur ; car M. Plana avait cinquante et un ans

quand il publia sa théorie de la Lune, et M. Delaunay, à cinquante-six ans, touchait à l'achèvement de la sienne. Modèles de toutes les vertus qui sont l'honneur du savant, ils mériteraient que leurs images fussent placées, voisines l'une de l'autre, à l'École polytechnique, où tous deux avaient puisé, à vingt-quatre ans de distance, leur instruction première.

Mais, hélas !

*La mort a des rigueurs à nulle autre pareilles...*

notre excellent confrère M. Delaunay nous est ravi par un fatal accident, au moment où il préparait le dernier volume de sa théorie de la Lune ; M. Plana, au moment où il terminait la sienne, est frappé d'un coup non moins inattendu, dont il dépeint la cruelle impression dans les lignes suivantes qui terminent son discours préliminaire, daté du 16 décembre 1832 : « L'énumération des causes qui ont retardé  
« la publication de cet ouvrage serait inutile ; mais, dans  
« ce nombre, il y en a une dont le souvenir pèsera toujours  
« douloureusement sur mon cœur. Au moment où j'allais  
« toucher le terme de cette longue carrière, la mort frappa  
« (la journée du 27 mars 1832) l'unique fils qui aurait pu  
« consoler ma vieillesse, en se livrant à l'étude des sciences  
« exactes. »

Dans ce malheur irréparable, M. Plana fut heureux de retrouver près de lui son ange tutélaire, M<sup>me</sup> Plana, qui, oublieuse d'elle-même et aidée d'une fille chérie, parvint à en adoucir par degrés la profonde amertume.

M. Plana n'avait pas perdu son courage ; il reprit sa séré-

nité ainsi que son ardeur au travail et parcourut une nouvelle carrière de plus de trente ans, qui est, à elle seule, l'une des plus fécondes en travaux divers qu'aucun savant ait fournie. Il ne produisit plus d'aussi grands ouvrages que la mesure du Parallèle moyen et la théorie de la Lune, mais il composa une multitude de mémoires dont plusieurs sont fort étendus et qui, imprimés, pour la plupart, en français, dans les *Mémoires de l'Académie de Turin*, y forment un ensemble plus considérable que ses deux grands ouvrages réunis. Consacrés exclusivement aux sciences exactes et principalement à l'analyse et à ses applications, ils forment une œuvre mathématique immense, caractérisée par la profondeur du travail, autant que par la variété des sujets et par la justesse des aperçus.

Les limites nécessairement imposées à cette notice ne me permettraient pas d'y reproduire même seulement les titres de ces nombreux mémoires. Je dois me borner à en citer quelques-uns.

Parmi les sujets se rattachant à l'astronomie auxquels M. Plana a appliqué sa savante analyse, on remarque la célèbre expérience de Foucault sur le pendule et la question du mouvement d'un corps qui serait lancé vers la terre, entre la terre et la lune; question qui paraît des plus simples, et qui est, au contraire, extrêmement compliquée; mais je signalerai surtout ses derniers travaux sur les comètes, sur ces astres errants qu'Aristote plaçait au nombre des météores, et dont l'astronomie semble être moins complètement en possession que des autres corps gouvernés par l'attraction du soleil.

Ce profond travail d'analyse, exécuté par M. Plana à une

époque déjà avancée de sa carrière, est d'autant plus digne de reconnaissance et de respect qu'il avait pour objet, non de développer une théorie qui lui fût propre, mais de donner un point de départ plus assuré aux théories naissantes de ceux qui étaient appelés à lui succéder dans l'exploration physique du ciel.

Les comètes à courtes périodes, c'est-à-dire circulant dans des orbites fermées qui les ramènent fréquemment à proximité du soleil, ont excité dans ces derniers temps un redoublement d'attention. La comète découverte en 1819 par le célèbre astronome de Berlin, M. Encke, a présenté un phénomène des plus remarquables. Son mouvement angulaire autour du soleil éprouve une accélération annonçant qu'elle rencontre dans les espaces célestes une certaine résistance. On a cherché d'abord l'explication de ce fait, aussi certain que singulier, dans l'hypothèse déjà ancienne d'un milieu résistant qui existerait autour du soleil, comme une sorte d'atmosphère immobile et d'une vaste étendue. M. Faye, de son côté, a proposé de l'expliquer par une force répulsive émanant de la surface incandescente du soleil et décroissant en raison inverse du carré de la distance, et il a montré, par une très-simple analyse, que cette nouvelle hypothèse satisfait aux circonstances les plus délicates du mouvement des comètes. M. Plana a repris les bases de cette question dans un mémoire analytique où il s'occupe seulement du mouvement du centre de gravité des comètes. Cet important travail, lu à l'Académie des sciences de Turin dans sa séance du 1<sup>er</sup> décembre 1861, a pour titre : *Mémoire sur l'intégration des équations différentielles relatives au mouvement des comètes, établies suivant l'hypothèse de la*

*force répulsive définie par M. Faye, et suivant l'hypothèse d'un milieu résistant dans l'espace (19).*

« En examinant de près les conséquences inhérentes à  
« ces deux hypothèses, dit M. Plana, j'ai reconnu que celle  
« de M. Faye donne des résultats qui se rapprochent de  
« ceux observés pour les deux comètes périodiques de 1205  
« jours (comète d'Encke), et de 2718 jours (comète de  
« Faye). Il est vrai que l'hypothèse du milieu résistant con-  
« duit, pour ces deux mêmes comètes, à des résultats qui  
« se rapprochent davantage de ceux obtenus par M. Encke  
« et M. Axel Müller (20). Mais, avec le temps, une telle su-  
« périorité pourrait être infirmée, et il convient pour le  
« moment de s'en tenir aux faits connus. »

Le rôle aussi important que modeste de la savante analyse de M. Plana, dont je ne cite que les conclusions données par lui en peu de lignes, est donc d'avoir en quelque sorte déblayé le terrain et d'avoir prouvé que les deux hypothèses peuvent rivaliser, à armes à peu près égales, pour ce qui concerne le mouvement du centre de gravité des comètes. Les raisons de préférer l'une à l'autre doivent être cherchées dans les circonstances qui ne sont pas entrées dans les calculs, et doivent se discuter sur le terrain affermi par M. Plana. Pour le reste, l'astronomie physique suivra son cours.

L'hypothèse du milieu résistant, quoique admise par beaucoup d'astronomes, a contre elle certaines objections difficiles à résoudre.

L'hypothèse de la *répulsion solaire* a en sa faveur la facilité avec laquelle, entre les mains habiles de notre savant et ingénieux confrère M. Faye, elle explique les apparences

extraordinaires, jadis redoutées et jusqu'ici incomprises, des nébulosités et des queues des comètes ; de ces vastes traînées lumineuses arquées et souvent bifurquées, tournées constamment à l'opposite du soleil, dont la longueur atteint jusqu'à 60 millions de lieues, et qui, près du périhélie, semblent quelquefois balayer les espaces célestes avec une vitesse comparable à celle de la lumière elle-même. Si les queues des comètes sont formées de matière pondérable, de pareils mouvements peuvent difficilement se concevoir à l'intérieur d'un milieu résistant.

Les mémoires de M. Plana portent sur les sujets les plus variés. Dans l'algèbre et l'analyse pures, il s'est occupé de l'équation à deux termes  $x^n - 1 = 0$ ,  $n$  étant un nombre premier ; de plusieurs questions laissées par Lagrange au sujet des équations ; des fonctions elliptiques ; d'une curieuse formule d'Euler ; de la théorie des nombres, etc.

En mécanique, il a traité du mouvement du pendule dans un milieu résistant, des oscillations des barreaux aimantés, du choc des corps, de l'équilibre et de la pression des fluides.

Je ne puis signaler tous ses mémoires de physique mathématique, dont plusieurs sont des ouvrages considérables ; je cite simplement un mémoire sur la lumière polarisée, un mémoire inspiré par les idées de Laplace sur la chaleur des gaz permanents, et un autre qui, se rattachant à la théorie de la réfraction, traite de la connexion existant entre la hauteur de l'atmosphère et la loi de décroissement de la température ; mais je ne puis me borner à une simple mention du mémoire que M. Plana lut à l'Académie de Turin, le 12 mars 1844, *sur la distribution de l'électricité à la surface de deux sphères conductrices complètement isolées* (21).

M. Poisson avait traité cette question dans deux mémoires restés célèbres, qu'il avait lus à la première classe de l'Institut en 1812 et 1813, vers l'époque où il y fut élu membre de la section de physique.

Elle reparut dans les discussions de l'Académie des sciences de Paris, peu de temps avant la mort de M. Poisson, à l'occasion de trois savants mémoires dans lesquels notre illustre confrère M. Chasles traitait, par les méthodes synthétiques, si puissantes entre ses mains, de l'attraction mutuelle des ellipsoïdes et des couches ellipsoïdales. Les couches minces que la matière électrique forme sur les conducteurs ellipsoïdaux s'y trouvaient comprises, comme le remarque explicitement M. Chasles, aussi bien que les enveloppes sphéroïdales formées par des matières pondérables (22). Ces importants et remarquables travaux venaient de paraître, lorsque M. Plana reprit, par l'analyse, la question traitée par M. Poisson dans ses mémoires de 1812 et 1813.

De même que M. Poisson, il admit sans restriction la loi de *Coulomb*, consistant en ce que les particules de la matière électrique, suivant qu'elles sont de même nature ou de nature contraire, se repoussent ou s'attirent en raison inverse du carré de la distance. Il admit aussi le principe de l'équilibre électrique tel qu'il a été défini et développé par M. Poisson; mais, au lieu d'en déduire directement les équations fondamentales du problème, il préféra une démonstration qui est une conséquence immédiate d'une théorie déjà connue, celle de l'attraction newtonienne, suivant laquelle toutes les molécules pesantes agissent aussi les unes sur les autres en raison inverse du carré de la distance.

Afin d'exprimer l'action de la couche de matière électrique répandue sur la surface d'un corps conducteur peu différent d'une sphère, il eut recours aux formules établies par Laplace dans le troisième livre de la *Mécanique céleste*, pour exprimer l'action d'une couche sphéroïdale, et il en déduisit, avec la plus élégante simplicité, la formule fondamentale de M. Poisson. Partant de cette première base, et s'appuyant plusieurs fois encore sur l'analyse de la Mécanique céleste, de même que sur les travaux de Legendre et d'Euler, il poursuivit son analyse parallèlement à celle de M. Poisson, dont il retrouva, par une voie différente, tous les résultats essentiels.

De même que M. Poisson et de même que Coulomb, dans ses expériences fondamentales, il épuisa toutes les combinaisons que peut donner l'action réciproque de deux sphères égales ou inégales, électrisées de manières semblables ou contraires, dont l'une même peut ne pas être électrisée, qui seraient placées à des distances quelconques l'une de l'autre et qui pourraient être rapprochées et mises en contact, puis séparées de nouveau. Plus tard enfin, M. Plana ajouta des cas nouveaux à ceux que M. Poisson avait considérés, lorsqu'il lut en 1854 (23), à l'Académie de Turin, un mémoire *sur la distribution de l'électricité à la surface intérieure et sphérique d'une sphère creuse de métal et à la surface d'une autre sphère conductrice électrisée, que l'on tient isolée dans l'intérieur de la première*.

Une combinaison aussi nouvelle exigeait une analyse différente de celle qui se rapporte à deux sphères extérieures l'une à l'autre, et les résultats du calcul sont très-différents. Il y a cependant, entre le cas du contact intérieur et celui du



contact extérieur, une connexion analytique que M. Plana discute d'une manière approfondie.

Cette discussion le ramène à la partie la plus laborieuse de son premier mémoire, celle qui était relative à deux sphères, égales ou inégales, se touchant extérieurement, ou séparées par un intervalle très-petit, comparativement à leurs diamètres. Ici, comme il n'est pas rare de le voir dans certains cas extrêmes, l'analyse s'était compliquée par l'évanouissement ou par la très-grande diminution de la distance des deux surfaces électrisées, et il en était résulté des difficultés dont M. Poisson n'était pas sorti aussi heureusement qu'il l'avait espéré. M. Plana a dû faire de grands efforts d'analyse, trouver des séries et des intégrales entièrement nouvelles, pour résoudre complètement cette question spéciale.

Dans les autres cas particuliers que M. Poisson avait traités, M. Plana a trouvé le plus souvent le même résultat que lui, et, quand il en a trouvé un différent, il a montré que M. Poisson avait commis, dans l'application de sa propre méthode, une inadvertance ou une faute de calcul qu'il a redressée. Il a complété aussi quelquefois des calculs que M. Poisson n'avait pas poursuivis jusqu'à leur dernier terme, pensant qu'ils devaient conduire à des résultats très-complicés. M. Poisson ne s'apercevait pas que la complication existait seulement dans les expressions intermédiaires, tandis que le résultat final, que M. Plana a obtenu, par l'application patiente et régulière de sa méthode, présente des formules fort remarquables par la symétrie de leurs formes et même par leur simplicité.

M. Plana a joint à son travail des tables numériques beau-

coup plus étendues que celles qu'avait données M. Poisson. Elles servent à fixer, sur les différentes parties de deux sphères qui s'influencent mutuellement, les épaisseurs relatives de la couche de matière électrique, épaisseurs qui sont très-variées suivant les cas que l'on considère, quoique dans chaque cas, d'après un élégant théorème de M. Liouville, notre illustre président, il n'y ait qu'*un seul état d'équilibre possible* (24).

Ces tables déterminent aussi les positions des cercles qui marquent la limite entre l'électricité principalement employée dans l'expérience et l'électricité contraire. Elles fournissent ainsi les moyens de soumettre à un contrôle expérimental très-précis les cas singulièrement remarquables où l'influence d'une seule électricité développe l'autre dans quelques parties de l'une des deux sphères ou même de toutes les deux. La vérification des résultats de ces calculs, dans lesquels les deux électricités, qu'on appelle *vitrée* et *résineuse*, sont traitées comme jouissant de propriétés équivalentes mais opposées, est évidemment favorable à l'hypothèse des deux fluides, dont on aurait pu ne pas s'attendre à trouver la confirmation dans une analyse transcendante.

Les travaux relatifs à la distribution de l'électricité n'ont pas encore eu d'emploi industriel ; ils n'ont même pas eu dans la physique expérimentale d'applications très-étendues ; mais, malgré tout ce qu'a de fugace et de problématique le fluide électrique, la question de sa distribution sur les conducteurs a quelque chose de tellement précis, de tellement voisin d'une abstraction pure, qu'elle sympathise naturellement avec la géométrie, et il est probable que des savants éminents s'exerceront encore sur ce sujet. On n'a-

vait traité jusqu'ici, d'une manière complète, que le cas de la sphère. M. Chasles a montré comment, par les méthodes synthétiques qu'il manie avec tant de supériorité, on peut résoudre également les questions relatives à des conducteurs d'une tout autre forme, questions qu'on essayera sans doute aussi de traiter par l'analyse.

Pour ce qui concerne le cas le plus simple, celui des conducteurs sphériques, on ne peut refuser à M. Plana l'honneur d'avoir mis le sceau à la brillante conception de M. Poisson. En rectifiant quelques fautes de détail échappées à M. Poisson, M. Plana n'a pas changé la signification générale de son travail, mais il l'a incontestablement complété et perfectionné.

Les travaux des deux illustres géomètres portent à la fois l'empreinte du génie particulier de chacun d'eux et de l'âge auquel ils les ont composés. Nés l'un et l'autre en 1781, ils étaient exactement contemporains, mais le premier n'avait que trente-un ans lorsqu'il présenta à l'Institut son premier mémoire sur la distribution de l'électricité, et le second en avait soixante-treize lorsqu'il lut à l'Académie des sciences de Turin son dernier mémoire sur le même sujet.

On est frappé, en lisant le beau travail de M. Poisson, de la verve mathématique, toute juvénile encore, avec laquelle il est écrit, de la facilité avec laquelle le puissant géomètre semble se jouer avec les difficultés d'un sujet neuf et épineux. Il a laissé à sa solution les formes simples et presque élémentaires qu'on voit dans sa mécanique, et il l'a présentée avec une sorte d'abandon qui n'est exclusif ni du génie de l'invention, ni de quelques négligences dans les détails de l'exécution.

Le travail de M. Plana a une étendue double de celle des mémoires de M. Poisson. Rédigé plus posément et contenant un plus grand développement de formules analytiques, il a en quelque sorte une forme plus solennelle. Cette espèce de solennité était, en elle-même, un hommage dû au grand géomètre, pour lequel M. Plana professait la plus haute estime et la plus vive admiration. Il n'a rien avancé à la légère dans un travail où il pouvait avoir à le rectifier, en quelques points, comme cela est arrivé en effet.

La postérité seule, lorsque cette branche de la science, si considérablement agrandie par les travaux de Gauss et de M. William Thomson, aura encore élargi son horizon, pourra faire la part exacte de mérite qui revient à M. Poisson et à M. Plana. Ce qui dès à présent paraît évident, c'est que chacun d'eux aura, dans la théorie de la distribution de l'électricité, l'un de ses plus beaux titres de gloire et que la science leur devra collectivement d'avoir puissamment contribué à faire, des phénomènes presque insaisissables de l'électricité, l'objet d'une branche nouvelle des mathématiques, qui ne le cède à aucune autre sous le rapport de la précision et de la rigueur.

Mais il est une autre classe de phénomènes, non moins fugaces que ceux de l'électricité, qui est devenue aussi, depuis la fin du siècle dernier, l'objet des spéculations des géomètres : c'est la chaleur, qui leur a offert, de son côté, un champ de travaux des plus féconds.

M. Fourier s'y était immortalisé par sa *Théorie analytique de la chaleur*; M. Poisson, dans sa *Théorie mathématique de la chaleur* et dans plusieurs mémoires subséquents, avait perfectionné les résultats obtenus par M. Fourier et y avait

ajouté des traits fort importants. M. Plana, vers la fin de sa carrière, a prouvé que, pour un géomètre de sa force, la matière n'avait pas été épuisée par ses deux illustres prédécesseurs.

Le 9 mars 1863, il lut à l'Académie de Turin un grand travail intitulé : *Mémoire sur l'expression du rapport qui (abstraction faite de la chaleur solaire) existe, en vertu de la chaleur d'origine, entre le refroidissement de la masse du globe terrestre et celui de la surface* (25).

Une sphère échauffée, placée comme la terre dans un espace à une température constante, doit finir à la longue par prendre cette température, mais ses différentes parties se refroidissent avec des vitesses très-inégales. La surface perd très-prompement la presque totalité de sa chaleur excédante ; le centre, protégé par les parties extérieures, reste très-longtemps sans abandonner aucune partie de la sienne. De là un rapport variable entre les refroidissements, pendant un instant, de la masse totale et de la surface. Ce rapport est d'abord une très-petite fraction, le refroidissement de la surface étant très-grand et celui de l'intérieur très-petit ; mais plus tard, la surface ne perdant presque plus rien, et laissant toujours passer la chaleur intérieure, le même rapport devient un nombre plus ou moins grand, dont la considération est importante pour la mécanique terrestre. M. Plana s'est occupé d'en trouver l'expression générale, mais il a dû pour cela recourir à une analyse nouvelle.

M. Fourier et M. Poisson ont donné, pour calculer les températures terrestres, des formules qui les expriment d'une manière complète, mais en même temps très-compliquée, et qui ne se simplifient et ne deviennent accessibles

aux calculs numériques, que pour un état de refroidissement déjà très-prononcé, qu'on appelle l'*état final*. Afin de pouvoir exécuter quelques calculs sur les premières périodes du refroidissement, ils ont dû établir des formules approximatives spéciales qui sont sujettes à devenir fautives pour des périodes plus avancées. Il restait une période intermédiaire, à laquelle s'appliquaient seulement quelques théorèmes généraux, et sur laquelle le calcul numérique n'avait encore que peu de prise.

M. Poisson s'était préoccupé de cette regrettable lacune, et dans une dernière note ajoutée en 1837, deux ans avant sa mort, à sa théorie mathématique de la chaleur, il avait publié des formules tendant à la combler. M. Plana a recueilli, en cette matière, l'héritage de M. Poisson, auquel il rend, à cet égard, toute la justice qui lui est due.

En se servant d'une manière nouvelle et très-habile de certaines intégrales définies, M. Plana établit une analyse dont l'emploi peut se prolonger jusqu'aux dernières limites du temps et qui peut s'appliquer en remontant jusqu'au commencement du refroidissement. Il donne, pour le commencement et pour la fin du phénomène, des formules distinctes qui présentent entre elles une liaison résultant de leur origine commune. Par la dernière, il fait voir que le rapport du refroidissement de la masse à celui de la surface ne croît pas indéfiniment, mais qu'à partir d'une certaine époque il converge sans cesse vers une limite fixe, dont il donne l'expression et dont il calcule la valeur pour une sphère déterminée (26).

Par l'autre formule, il prend le rapport des deux refroidissements vers le commencement du phénomène et il l'ex-

prime, d'une manière rigoureuse, pour une période dont la longueur dépasse de beaucoup l'âge actuel de la terre. Cette formule est une série composée d'un nombre infini de termes, dont l'expression générale est très-simple et dont le calcul n'a rien de compliqué (27); cependant, lorsqu'il veut exécuter le calcul numérique, pour un cas particulier, M. Plana se borne au premier terme, et il néglige tous les autres comme étant à peu près insignifiants (28).

Ils le sont en effet; mais peut-être M. Plana n'a-t-il jamais pris la peine de constater jusqu'à quel point il avait raison de réduire la formule à son premier terme. Le fait est qu'en écrivant complètement les termes suivants et en les transformant en nombres, on voit que, pour le cas de la terre, ils se réduisent à des quantités imperceptibles, des millièmes ou des fractions de millièmes, dont on ne peut songer à tenir compte.

Réduite ainsi à ce qu'elle a d'essentiel, cette formule reproduit identiquement celle qui a paru au *Compte rendu* de votre séance du 16 décembre 1844 (29), dans une note que M. Plana a citée et dont il a bien voulu emprunter le titre; mais il n'a fallu rien moins que sa belle analyse pour en mettre en aussi complète évidence la très-suffisante exactitude.

Dans ce même mémoire où M. Plana prend possession du phénomène du refroidissement de la terre plus complètement encore que ses prédécesseurs, il donne des formules nouvelles qui permettent de discuter aujourd'hui certaines questions relatives à l'état thermométrique intérieur du globe terrestre d'une manière plus approfondie qu'on n'avait pu le faire auparavant.

M. Plana revint de nouveau sur la théorie de la chaleur

en présentant à l'Académie de Turin, dans sa séance du 21 juin 1863, un *Mémoire sur la loi de refroidissement des corps sphériques et sur l'expression de la chaleur solaire dans les latitudes circumpolaires de la terre* (30).

Ce mémoire est divisé en deux chapitres, consacrés à deux recherches fort différentes l'une de l'autre.

Le premier se rapporte aux lois mathématiques du refroidissement des globes placés dans une vaste enceinte où la température est censée invariable. Ces lois sont exprimées en général par une suite de termes exponentiels, dont l'exposant, proportionnel au temps écoulé depuis le commencement du refroidissement, a pour facteur une quantité dépendante de la solution d'une équation transcendante. Les racines en nombre infini, toutes réelles et fort inégales, de cette équation n'avaient pas encore été données par des séries littérales convergentes.

Je me suis proposé, dit M. Plana, de remplir cette espèce de lacune. Remontant plus haut encore que dans le mémoire précédent, il part directement de la formule générale de Fourier, pour se livrer à une vaste et profonde analyse dans laquelle les séries et les intégrales définies jouent toujours un rôle considérable. Cette analyse le conduit à une formule qui est, dit-il, « en dernière analyse la transformation capitale de la formule précitée de Fourier, inhérente à l'équation transcendante annexée, qui seule peut donner la véritable loi du refroidissement des grands globes pour des époques comprises entre le commencement du refroidissement et le commencement de leur *refroidissement final*. Cette formule, continue-t-il, s'accorde avec celle que Poisson a publiée le premier en 1837. Elle est de la plus



« haute importance pour la théorie du refroidissement séculaire du globe de la terre (31).

L'ensemble de toute l'analyse que je viens d'exposer, dit-il encore, démontre qu'on doit considérer en général trois cas. Le premier et le second sont déterminés par la grandeur du produit du rayon de la terre par une constante dépendante des propriétés du sol, suivant que ce produit est plus petit que l'unité ou qu'il est un fort grand nombre. Le troisième cas, qui exige l'emploi de la formule obtenue en dernier lieu, comprend la distinction relative aux époques du refroidissement, c'est-à-dire qu'il répond aux époques intermédiaires, pour lesquelles le calcul était resté pratiquement inexécutable.

Vers la fin de ce premier chapitre, M. Plana s'élève contre certaines idées particulières de Fourier, déjà critiquées par Poisson, qui avait été en discussion à cet égard avec Fourier pendant plus de quinze ans ; mais cette espèce d'aberration d'esprit, dit-il en finissant, n'empêchera pas la postérité de « considérer Fourier comme un des plus « grands génies qui ont reculé les bornes de la philosophie « naturelle et illustré au plus haut degré le dix-neuvième « siècle (32). » Si on rapproche ce passage de ceux où il parle des travaux de M. Poisson et particulièrement de ses dernières publications, dont il avait entrepris la continuation, on voit que M. Plana, tout en réformant, en des points importants, les travaux de ses devanciers, avec une liberté toute scientifique, n'était aucunement porté à les déprécier.

C'est encore à la continuation d'un mémoire de M. Poisson que M. Plana a voulu consacrer le chapitre second du même mémoire, ayant pour objet l'*Expression analytique de*

*la chaleur solaire relativement aux latitudes géographiques circumpolaires* (33).

M. Poisson avait donné, en 1835, la loi que suit l'intensité de l'action échauffante du soleil depuis l'équateur jusqu'au cercle polaire, et il avait posé le principe général qu'il fallait observer, pour la compléter jusqu'au pôle; mais l'expression qui en résulterait devant être très-compiquée et sans applications utiles, je me dispenserai, disait-il, d'effectuer les transformations en général, et je me bornerai à considérer les deux cas extrêmes, c'est-à-dire ceux du cercle polaire et du pôle.

Impatient de cette lacune, M. Plana n'a pas reculé devant la longueur des calculs nécessaires pour la combler, et, par une laborieuse analyse, il est parvenu à former une expression analytique qui la ferait disparaître. Mais il résulterait de cette expression « que l'intensité *moyenne* de la chaleur solaire est *croissante* depuis le cercle polaire jusqu'au pôle ».

On voit, par la manière dont il s'exprime sur ce résultat de calcul, que M. Plana en avait d'abord été surpris. Cependant il paraît que sa surprise ne lui donna pas l'idée de rechercher si, dans la longue analyse, qu'il dit lui-même être difficile à suivre dans tous ses détails, il ne se serait pas glissé quelque faute. Mais dernièrement M. le professeur Anglo Genocchi, dans une note lue à l'Institut lombard de Milan, le 8 février 1872, et reproduite en partie dans nos *comptes rendus* (34), a montré qu'il s'y en était réellement glissé quelques-unes et que l'intensité moyenne de la chaleur solaire, qui va en diminuant de l'équateur au cercle polaire, continue encore à décroître du cercle polaire au pôle, comme il était naturel de le présumer.

Le mémoire précédent de M. Plana n'est pas non plus tout à fait exempt de fautes et doit être lu avec précaution. A tout âge, on peut laisser échapper quelques fautes de calcul; mais les fautes de calcul se corrigent toujours aisément, et M. Plana n'en aura pas moins enrichi la théorie de la chaleur, dans ce dernier chapitre même, de très-belles pages d'analyse.

M. Plana n'a rien détruit d'essentiel dans les travaux de M. Fourier et de M. Poisson, mais il y a fait d'importantes additions, et l'on ne pourra parler à l'avenir de cette partie si importante et si difficile de la physique mathématique sans citer en même temps Fourier, Poisson et Plana.

Après cette laborieuse et brillante excursion dans la théorie de la chaleur, M. Plana revint à la théorie des mouvements planétaires, dans un *Mémoire sur les formules du mouvement circulaire et du mouvement elliptique, libre, autour d'un point excentrique par l'action d'une force centrale*; mémoire qu'il lut à l'Académie des sciences de Turin dans sa séance du 3 janvier 1864 (35).

Ce mémoire est semé d'aperçus pleins d'intérêt et de rapprochements ingénieux. M. Plana, qui était très-lettré et qui, jusqu'à la fin de sa vie, aimait à citer les poètes latins, ce qu'il faisait toujours avec autant de bonheur que d'à-propos, a mis comme épigraphe en tête de ce remarquable écrit les paroles d'Horace:

*Tantum series juncturaque pollet.*

Il justifie cette invocation par l'esprit de généralisation qui règne dans son travail où il entremêle à ses calculs une foule d'observations très-justes et d'anecdotes curieuses,

touchant les relations mutuelles des savants et de leurs idées, depuis Képler jusqu'à Newton et Leibnitz.

Il fait observer, par exemple, que « si la *Nature*, comme « on l'avait déjà remarqué, en donnant à Newton un profond génie, prit encore soin de le placer dans les circonstances les plus favorables, la *Providence* ne fut pas « moins libérale en lui donnant pour successeurs immédiats, pendant la première moitié du XVIII<sup>e</sup> siècle, Euler « (né en 1707), Clairaut (né en 1713), d'Alembert (né en « 1717), Lagrange (né en 1736), Laplace (né en 1749). »

C'est par leurs travaux immortels, ajoute-t-il, « que l'édifice, dont Newton avait posé les bases inébranlables, « a été élevé à une hauteur digne d'être admirée (peut-être « avec étonnement par Newton lui-même). Il verrait résolu complètement les problèmes dont son ouvrage renfermait les germes et plusieurs questions, relatives à la philosophie naturelle, impossibles à résoudre avec les seuls secours de son siècle et de son génie (36). »

M. le comte Frédéric Sclopis, alors vice-président de l'Académie et qui assistait à la séance, rapporte que M. Plana fit la communication dont nous parlons, avec cette vivacité d'expression, de regard et de parole qui lui était propre, qui avait contribué, près d'un demi-siècle auparavant, au succès de ses premiers cours publics, et qui répondait à l'énergie du sentiment qu'il mettait dans chacune de ses œuvres (37).

Surtout au début du mémoire, dans le préambule écrit peut-être en dernier, M. Plana récapitule et commente, avec une verve singulière, les travaux et les discussions de Képler, de Galilée, de Wallis, de Newton, d'Huygens, de

Leibnitz, de Halley, de Vren, de Hook, etc. C'était comme une revue des compagnons et des objets du labeur de toute sa vie, et ce fut malheureusement une revue d'adieu. Peu de jours après avoir lu ce dernier mémoire à l'académie de Turin, M. Plana fut atteint d'une maladie qui devait être la dernière.

M. Plana vit approcher la mort avec un courage calme et résigné. Fortifié par les secours et les espérances de la religion, soutenu, comme dans toutes les épreuves de sa vie, par ses anges tutélaires, M<sup>me</sup> Plana et sa fille bien-aimée, entouré de quelques amis dévoués qui ne le quittèrent pas un instant, M. Plana expira doucement le 20 janvier 1864. Il était dans sa quatre-vingt-troisième année.

La mort de M. Plana fut un deuil public à Turin. La foule immense qui suivit son cortège funèbre prouvait, par sa seule présence, qu'il y était aimé autant qu'admiré; c'était un hommage rendu à son caractère en même temps qu'à son génie

La dignité calme de sa vie aurait suffi pour lui concilier la sympathie universelle. Le travail et les affections de famille la remplissaient en entier, sans y laisser aucune place pour les agitations extérieures. Il restera un des types de savant les plus dignes de vivre dans la mémoire des hommes.

D'une taille élevée, d'une figure noble, intelligente et austère, M. Plana commandait naturellement le respect. Il était à Turin la plus éminente représentation de la science. Dans cette ville intelligente, remplie d'esprits fermes et élevés, le neveu de Lagrange avait pris, par degrés, une position comparable à celle que son oncle y avait occupée anciennement.

Sans avoir jamais été courtisan de popularité, M. Plana était très-populaire à Turin. C'est avec un cordial sentiment de fierté que chaque habitant de cette ville se plaît à montrer aux étrangers une plaque de marbre, placée, par une décision spéciale du conseil municipal, dans une des rues principales, sur la façade d'un bâtiment, dépendant du palais de l'Académie, que M. Plana avait habité pendant longtemps, et portant cette simple inscription : *C'est dans cette maison que Plana a écrit sa théorie sur la Lune.*

Mais on salue surtout avec vénération, dans le cimetière de Turin, le tombeau, digne de sa haute position, que la piété de sa femme et de sa fille lui a fait élever et qui a répondu pleinement au sentiment public. Sur la base de ce monument on lit une inscription latine qui rappelle en style lapidaire, avec une remarquable précision, les travaux les plus remarquables de M. Plana et les circonstances principales de sa carrière (38).

Les témoignages les plus flatteurs les avaient d'ailleurs consacrés pendant sa vie et les rappelèrent encore après sa mort.

Comme professeur et directeur des études à l'Académie militaire, M. Plana avait présidé, pendant près de cinquante ans, à l'éducation scientifique des officiers de l'armée piémontaise, qui tous ont conservé de lui un respectueux et bienveillant souvenir : il n'avait pas été étranger aux études des princes de la famille royale.

Les quatre souverains de la maison de Savoie, sous lesquels vécut M. Plana, l'honorèrent de leur estime et s'honorèrent eux-mêmes par les faveurs qu'ils lui accordèrent, sans jamais y être sollicités : le roi Victor-Emmanuel I<sup>er</sup> le devina

et assura sa position ; le roi Charles-Félix, afin de témoigner publiquement la satisfaction que lui causait le prix Lalande, décerné par l'Académie des sciences de Paris à la *Mesure de l'arc du parallèle moyen*, voulut compléter à M. Plana la valeur de ce prix, qu'il devait partager avec M. Carlini ; le roi Charles-Albert lui conféra la décoration rare et fort enviée de l'ordre civil de Savoie, lui donna le titre de Baron et le comprit, en 1848, après la publication du statut, dans la première liste des sénateurs du royaume : le roi Victor-Emmanuel II le décora du grand cordon de l'ordre des Saints-Maurice et Lazare.

Comme auteur principal de la *Mesure de l'arc du parallèle moyen*, qui joint la France à la Lombardie, M. Plana était officier de la Légion d'honneur et commandeur de l'ordre de la Couronne de fer d'Autriche. Un grand nombre de souverains l'avaient décoré de leurs ordres.

La plupart des sociétés savantes des deux hémisphères l'avaient inscrit parmi leurs correspondants, ou parmi leurs associés étrangers.

En 1843, l'Académie royale des sciences de Turin l'avait choisi pour vice-président. A la fin de 1851 il fut élu président en remplacement du respectable comte Alexandre de Saluces, mort quelques mois auparavant, et le roi ratifia cette élection avec un cordial empressement.

A Turin, la dignité de président de l'Académie n'est pas annuelle comme à Paris, et jusqu'alors elle avait été confiée à un personnage considérable dans l'État. M. Plana, quoique complètement étranger à la politique, trouva, dans sa haute renommée scientifique et dans l'estime universelle dont il jouissait, l'ampleur de situation nécessaire pour

l'exercer convenablement. Il l'occupa pendant douze ans, aux applaudissements de l'Italie entière, et ce fut du fauteuil de la présidence qu'il lut le remarquable mémoire qui fut pour lui le chant du cygne.

Dans la séance qui suivit sa mort, le 31 janvier 1864, le vice-président, M. le comte Frédéric Sclopis, exprima les regrets de l'Académie dans un discours (39) où il rappelait, en termes profondément sentis, les circonstances principales de la vie de M. Plana, et auquel j'ai emprunté plusieurs des détails qui sont consignés dans cette notice.

L'Université royale de Turin voulut payer son tribut de reconnaissance et de regrets au professeur qui l'avait illustrée pendant cinquante ans. Elle fit exécuter le buste de M. Plana, qui fut inauguré, le 15 novembre 1870, devant une assemblée nombreuse et choisie. Le savant professeur de physique mathématique et d'analyse supérieure, M. Félix Chiò, dont les sciences déplorent la perte récente, y prononça un discours digne de son auditoire et de son sujet, auquel je me suis félicité de pouvoir également recourir.

Un remarquable monument fut aussi élevé à M. Plana sous les arcades du palais de l'Académie des sciences de Turin, par ses collègues, ses amis et ses admirateurs. On y remarque une statue très-ressemblante de l'illustre géomètre, qui y est représenté assis, dans l'attitude de la méditation. Une inscription latine composée par M. le commandeur Gorresio, le célèbre orientaliste, y rappelle les principaux titres scientifiques de M. Plana.

L'inauguration eut lieu le 17 novembre 1870 dans une réunion générale, où, après un discours solennel prononcé encore par M. le comte Frédéric Sclopis, devenu président



de l'Académie, M. le commandeur Coppino, recteur de l'Université, rendit hommage, dans les termes les plus dignes et les plus élevés, au profond savoir et au noble caractère de M. Plana, que l'Académie se rappellera toujours avec orgueil d'avoir compté parmi ses membres pendant un demi-siècle et d'avoir eu pour président pendant douze ans.

Mais, après ces justes et solennels hommages, il resterait encore, si je ne me trompe, un monument à élever au savant qui demeurera l'une des plus grandes renommées scientifiques de la patrie de Volta et de Scarpa. Ce monument serait la réunion, en un seul corps de publication, des mémoires que M. Plana a composés en dehors de ses deux grands ouvrages. On en formerait plusieurs volumes, qui prendraient place dans toutes les bibliothèques scientifiques à la suite de la Mesure du parallèle moyen et de la Théorie de la Lune. Ce vaste et précieux recueil rendrait de très-utiles services aux jeunes géomètres, qui y trouveraient de beaux exemples à imiter et une méthode éminemment propre à diriger leurs travaux (40).

M. Plana était le patriarche de l'analyse mathématique; à quatre-vingt-deux ans, il s'y livrait encore avec l'ardeur de la jeunesse, avec la ténacité de l'âge mûr, avec la vigueur de conception d'un esprit qui n'a rien perdu de sa puissance.

Disciple de Lagrange, tous ses travaux se font remarquer par la pureté des formes analytiques, par la rigueur des déductions, par la lucidité qui était un des caractères de son esprit.

Il a refait, dans une forme excellente, la partie analytique de beaucoup de mémoires dont les auteurs, guidés par une

heureuse intuition, avaient atteint leur but par une voie où il n'est pas toujours facile de les suivre. En reprenant, de haut et sur des bases plus larges, la partie mathématique de leurs travaux, il leur a donné dans la science une place moins exceptionnelle et moins isolée. Par là, il a rendu service, à la fois, aux auteurs dont il a mis les découvertes dans un plus beau jour et aux géomètres futurs qui prendront connaissance, avec plus de facilité, de résultats élégamment formulés, présentés avec méthode et d'une manière uniforme. Cette uniformité, introduite dans les formules scientifiques, aura quelques-uns des avantages inhérents au système métrique. Ce sera comme une trace lumineuse marquant, aux yeux de l'avenir, le passage de M. Plana, qui aura ainsi travaillé de la manière la plus efficace à l'union des sciences et à celle des savants.

M. Plana avait été élu associé étranger de l'Académie des sciences, le 5 mars 1860. Il avait succédé à M. Lejeune-Dirichlet, et il a été remplacé, en 1864, par M. de la Rive : deux savants éminents, qui, eux aussi, ont été ou sont encore d'heureux liens entre la science française et la science étrangère, si toutefois il est permis d'employer ces épithètes, car la science est *une* comme la vérité.



## NOTES.

---

(1) [Page cx] Comte Frédéric Sclopis di Salerano, discours prononcé à l'Académie de Turin dans la séance qui suivit la mort de M. Plana (31 janvier 1864), *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Turin*, t. XXII, p. LII.

(2) [Page cxI] Comte F. Sclopis, loc. cit., p. LIII.

(3) [Page cxI] Discorso per l'inaugurazione del busto di Giovanni Plana, pronunziato il giorno 15 novembre 1870, nella regia università di Torino, da Felice Chiò, professore di fisica matematica et di analysi superiore, p. 44.

(4) [Page cxII] Comte F. Sclopis, loc. cit., p. LII.

(5) [Page cxII] Le père de Lagrange était le petit-fils d'un officier français passé en 1672 au service d'Emmanuel II, roi de Sardaigne, et sa mère, Marie-Thérèse Gros, était fille d'un médecin de Cambiano, qui était lui-même d'origine française.

(6) [Page cxIV] *Un angelo amoroso ispiratore d'ogni nobile sentimento*, Felice Chiò, loc. cit. p. 10.

(7) [Page cxxIII] Des remarques à ce sujet ont été consignées dans une note des *Recherches sur quelques-unes des révolutions de la surface du globe*, insérées dans les *Annales des Sciences naturelles*, t. XIX, p. 208 (1830).

(8) [Page cxxIV] Qu'il me soit permis de faire remarquer à cette occasion que l'état-major autrichien, qui s'est illustré depuis longtemps par de si beaux travaux géodésiques, ferait encore une chose très-intéressante pour la science en étudiant, au point de vue des perturbations du fil à plomb, la triangulation de la Bohême.

(9) [Page cxxvii] Laplace, *Exposition du système du monde* p. 213 (édition de 1813).

(10) [cxxxix] Laplace, *Mécanique céleste*, t. I, p. 1.

(11) [Page cxxx] Laplace, *Mécanique céleste*, t. III, liv. VII, p. 179 (édition de 1802).

(12) [Page cxxx] Laplace, *Mécanique céleste*, t. III, liv. VII, p. 279.

(13) [Page cxxxii] Laplace, *Mécanique céleste*, t. III, liv. VII, p. 178.

(14) [Page cxxxii] Laplace, *Mécanique céleste*, t. V, liv. XVI, chap. I<sup>er</sup>, p. 365.

(15) [Page cxxxii] Plana, *Théorie de la lune ; Discours préliminaire*, p. 1.

(16) [Page cxxxvi] Félix Chiò, loc. cit., p. 37.

(17) [Page cxxxvii] Félix Chiò, loc. cit., p. 35.

(18) [Page cxxxvii] *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*, t. XIII.

(19) [Page cxlvi] *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin*, 2<sup>e</sup> série, t. XXI, p. 11.

(20) [Page cxlvi] Pour cette seconde comète, M. Axel Müller, qui avait d'abord signalé l'accélération de ses mouvements, est parvenu à montrer ultérieurement, par un calcul plus complet, que cette accélération était en réalité insensible. La comète d'Encke est actuellement la seule qui présente ce phénomène d'une manière incontestable.

(21) [Page cxliii] *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin*, 2<sup>e</sup> série, t. VII, p. 71.

(22) [Page cxliii] *Journal de l'École polytechnique*, 25<sup>e</sup> cahier, p. 244 et 266; *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, t. V, p. 842, et t. VIII, p. 209; *Additions à la Connaissance des temps pour l'année 1845*; *Mémoires des savants étrangers*, t. IX, p. 629; *Rapport sur les progrès de la géométrie*, par M. Chasles, p. 102.

(23) [Page cxliii] *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin*, 2<sup>e</sup> série, t. XVI, p. 57.

(24) [Page cxlviii] *Additions à la Connaissance des temps pour 1845*.

- (25) [Page CLI] *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin*, t. XXII, p. 235.
- (26) [Page CLII] *Ibid.*, t. XXII, p. 271.
- (27) [Page CLIII] *Ibid.*, t. XXII, p. 277.
- (28) [Page CLIII] *Ibid.*, t. XXII, p. 283.
- (29) [Page CLIII] *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences de Paris*, t. XIX, p. 1327.
- (30) [Page CLIV] *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin*, 2<sup>e</sup> série, t. XXIII, p. 1. (Ce vingt-troisième volume n'a paru qu'en 1866, mais le mémoire de M. Plana avait été tiré à part, de son vivant. Un exemplaire de ce tirage à part, portant une suscription écrite par lui, d'une main très-ferme, a été présenté à l'Académie des sciences de Paris, dans sa séance du 25 janvier 1864, au moment où elle venait d'apprendre la triste nouvelle de la mort de M. Plana. (Voir *Comptes rendus*, t. LVIII, p. 181.)
- (31) [Page CLV] *Ibid.*, t. XXIII, p. 30.
- (32) [Page CLV] *Ibid.*, t. XXIII, p. 35.
- (33) [Page CLVI] *Ibid.*, t. XXIII, p. 36.
- (34) [Page CLVI] *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences de Paris*, t. LXXIV, p. 1521.
- (35) [Page CLVII] *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin*, 2<sup>e</sup> série, t. XXIV, p. 149. (Ce vingt-quatrième volume n'a paru qu'en 1868. M. Plana avait commencé la correction des épreuves de son dernier mémoire au moment de sa mort, mais il ne l'avait pas achevée.)
- (36) [Page CLVIII] *Ibid.*, t. XXIV, p. 180.
- (37) [Page CLVIII] *Ibid.*, t. XXII, p. LI.
- (38) [Page CLX] Je dois au sympathique concours de la fille de notre illustre associé, madame la baronne Sophie Plana, de pouvoir insérer ici une reproduction exacte de l'inscription placée sur le tombeau de son père. (Voir la page CLXVIII ci-après.)

CLXVIII

ÉTUDE HISTORIQUE

H . S . E .

# IOHANNES · PLANA · V · C ·

DOMO · VICO · IRIAE

ASTRONOMVS · PHYSICVS · MATHEMATICVS

NVLLI · SVI · TEMPORIS · SECVNDVS

QVI

LVNARIS · CVRSVS · RATIONIBVS · INSIGNI · OPERE · EXPOSITIS  
ELECTRICITATIS · QVOQVE · LVCIS · TERRESTRISQVE · CALORIS

NATVRAM · VIRESQVE · NEWTONO · HAVD · IMPAR

ANALYSEOS · OPE · EXPLORAVIT · PERVIDIT

OB · FAMAЕ · CELEBRITATEM

SCRIPTORVM · COPIA · PRAESTANTIAQVE · VBIQVE · SIBI · PARTAM

AD · SVMMOS · HONORES · DOMI · FORISQVE · PROVECTVS

AMPLISSIMISQVE · MVNERIBVS · A · PRIMA · IVVENTVTE

AD · EXTREMVM · SENIVM · NAVITER · PERFVNCTVS

VIXIT · VLTRA · ANN · LXXXII · OTIOSVS · NVNQVAM

DEC · XIII · KAL · FEBR · A · M · DCCC · LXIII

LVCTVS · PVBLICVS

ALEXANDRA · MAGNI · LAGRANGIAE · FR · F · VXOR

ET · SOPHIA · FILIA

MARITO · ET · PATRI · OPTIMO · DESIDERATISSIMO

DE · ITALICI · NOMINIS · GLORIA · EGREGIE · MERITO

MONVMENTVM · FAC · CVR · IN · SEPVLCHRO

QVOD · ET · SIBI · COMMUNE · ESSE · VOLVNT

(39) [Page CLXII] *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin*, t. XXII, p. LI.

(40) [Page CLXIII] La famille de M. Plana a conservé religieusement tout ce qui lui a appartenu, particulièrement sa riche bibliothèque et sa précieuse correspondance avec les savants de la longue période qu'il a traversée, comprenant plus de cinq cents lettres de MM. AIRY, AMICI, ARAGO, BELLI, BIOT, BOUVARD, BROUGHAM, BRUNACCI, CORABOEUF, CRELLE, DELAMBRE, DELARIVE, DELCROS, DUPIN, ÉLIE DE BEAUMONT, FORBES, FRULLANI, HEER, HERSCHELL, DE HUMBOLDT, KREIL, LAPLACE, LEGENDRE, LIBRI, MAURICE, MELLONI, MESSOTTI, NICOLLET, NOBILI, ORIANI, PAOLI, POISSON, PUISSANT, REICHENBACH, SCARPA, SCHUMACHER, VENTUROLI, DE ZACH.

Je dois à la gracieuse obligeance de madame la baronne SOPHIE PLANA, à laquelle je demande la permission d'en exprimer ici ma reconnaissance, de pouvoir terminer cette notice si imparfaite par la liste complète des œuvres de son illustre père, au nombre de plus de cent.

---

**NOTA**  
**DELLE OPERE E MEMORIE SCRITTE**  
DAL  
**BARONE GIOVANNI PLANA.**

---

Équation de la courbe formée par une lame élastique, quelles que soient les forces qui agissent sur la lame, année 1811.

Sur l'intégration des équations linéaires aux différences partielles du 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> ordre, année 1811.

Memoria sulla teoria dell' attrazione degli sferoidi ellittici, année 1811.

Sur divers problèmes de probabilités, année 1813.

Sur le mouvement d'une ligne d'air et sur le mouvement des ondes dans le cas où les vitesses des molécules ne sont pas supposées très-petites, année 1813.

Observation de l'opposition de Jupiter, faite à l'observatoire de Turin, année 1813.

Memoria sopra la costruzione della curva nella quale l'arco S è dato in funzione di  $\frac{dy}{dx}$ , année 1813.

T. XXXVIII.

Sur les oscillations des lames élastiques, année 1815.

Sur la latitude et la longitude de l'observatoire de Turin, année 1816.

Riflessioni sopra la 1<sup>a</sup> parte dell' opera del Signor Ant. Radini intitolata :  
*Del movimento e della misura delle acque correnti*, année 1816.

Mémoire sur les intégrales définies, année 1818.

Observations astronomiques faites à l'observatoire de l'Académie de Turin,  
année 1818.

Solution de différents problèmes relatifs à la loi résultante de l'attraction  
exercée sur un point matériel par le cercle, les couches cylindriques, etc.,  
année 1820.

Note sur la théorie des ondes, donnée par M. Poisson, année 1820.

Note sur une nouvelle expression analytique des nombres *Bernouilliens*,  
propre à exprimer en termes la formule générale par la sommation des suites,  
année 1820.

Soluzione generale di un problema di probabilità, année 1820.

Sopra il movimento di un punto materiale attratto da due centri fissi,  
l'uno di questi essendo supposto infinitamente lontano, année 1821.

Note sur l'intégration de l'équation  $\frac{d^2y}{dx^2} + gx^my = 0$ , 1821.

Réflexions sur la théorie de l'équilibre et du mouvement des fluides,  
année 1821.

Recherches analytiques sur la densité des couches de l'atmosphère et la  
théorie des réfractions astronomiques, année 1823.

Lettre à M. Poisson, avec sa réponse, année 1823.

Relazione delle operazioni astronomiche eseguite in Savoia dai due astro-  
nomi Plana e Carlini per misura di un parallelo terrestre, année 1824.

Intégration des formules propres à déterminer les équations séculaires des  
éléments des planètes, année 1825.

Note sur un de ses mémoires imprimé dans les volumes de la Société astro-  
nomique de Londres, année 1826.

Rapport sur les travaux entrepris pour comparer avec le mètre l'ancienne  
coudée trouvée à Memphis, année 1826.

Note sur un mémoire de M. de la Place, ayant pour titre : Sur les deux  
grandes inégalités de Jupiter et Saturne, imprimé dans la *Connaissance des  
temps*, pour 1829, année 1827.

Sur l'intégration de l'équation linéaire  $\frac{d^ny}{dx^n} +$ , etc., dans le cas particulier



où le polynome  $z = z_n +$ , etc., renferme un nombre quelconque des racines égales, année 1827.

Réflexions sur différentes formules relatives au calcul de la réfraction astronomique, année 1828.

Observations astronomiques faites en 1822-1825 à l'observatoire de Turin, année 1828.

Méthode élémentaire pour découvrir et démontrer la possibilité des nouveaux théorèmes sur la théorie des transcendentes elliptiques, publiés par Jacobi, année 1829.

Mémoire sur la partie du coefficient de la grande inégalité de Jupiter et Saturne, qui dépend du carré de la force perturbatrice, année 1829.

Théorie du mouvement de la lune, avec supplément, année 1832.

Mémoire sur le développement des termes du 5<sup>e</sup> ordre, qui font partie du coefficient de la grande inégalité de Jupiter et Saturne, année 1833.

Passaggio della cometa di *Biela* pel suo perielio, année 1834.

Mémoire sur le mouvement d'un pendule dans un milieu résistant, année 1835.

Mémoire sur une nouvelle manière de déterminer les intégrales définies, année 1836.

Recherches analytiques sur les expressions du rapport de la circonférence au diamètre, trouvées par Wallis et Brounher, et sur la théorie de l'intégrale eulérienne  $\int_0^1 xp - 1 dx (1 - x_n)^{q_1}$ , année 1837.

Note où l'on explique une remarquable objection faite par Euler, en 1751, contre une règle donnée par Newton dans son Arithmétique universelle, année 1847.

Mémoire sur l'expression analytique de la surface totale de l'ellipsoïde dont les trois axes sont inégaux, etc., année 1837.

Sur l'intégrale  $\int \frac{dM}{r} = V.$ , qui exprime la somme des éléments de la masse d'un ellipsoïde divisés respectivement par leur distance d'un point attiré, année 1840.

Mémoire sur les différents procédés d'intégration par lesquels on obtient l'attraction d'un ellipsoïde homogène, dont les trois axes sont inégaux sur un point extérieur année 1840.

Appendice au mémoire sur l'attraction de l'ellipsoïde homogène, imprimée dans le tome XX du *Journal des mathématiques pures et appliquées* de M. Crelle, année 1841.

Mémoire sur la chaleur des gaz permanents, année 1842.

Note sur la formule d'Euler, relative à la transformation des intégrales doubles, année 1843.

Mémoire sur la découverte de la loi du choc direct des corps durs, publiée en 1867, par Borelli, et sur les formules générales du choc excentrique des corps durs, etc., année 1843.

Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface de deux sphères conductrices complètement isolées, année 1845.

Nota sopra lo sviluppo in serie del radicale  $((x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2)^{\frac{1}{2}}$  esprimente il valore inverso della distanza fra due punti situati nello spazio, année 1845.

Confronto delle formole pubblicate nel 1751, da Eulere, con quelle pubblicate nel 1826, da Legendre, per ridurre la quadratura di una superficie alla rettificazione di una curva piana, année 1846.

Memoria intorno al raggio assoluto del circolo osculatore ed alle evolute delle curve a doppia curvatura descritte sopra la superficie della sfera, année 1847.

Sopra una nuova serie esprimente la forza motrice fra due correnti voltaiche situate nel medesimo piano per il caso in cui sono entrambe circolari, oppure una ellittica, e l'altra circolare, année 1847.

Memoria sulla dimostrazione dell'equazione  $1 - n - 2k = 0$  che lega le due  $n$  e  $k$  nella formola di Ampère, per la quale si esprime la forza motrice fra due elementi di correnti voltaiche, année 1847.

Intorno alle formole atte a paragonare colla teoria le osservazioni fatte sull'azione che le *correnti terrestri* esercitano sopra i conduttori voltaici perfettamente mobili nell'ipotesi che queste correnti fossero di figura circolare, année 1847.

Sopra le formole matematiche atte a risolvere i problemi relativi all'azione emanata dalle correnti voltaiche circolari, année 1847.

Nouvelles formules pour réduire l'intégrale  $V = \int \frac{Tdx}{\sqrt{X}}$  à la forme trigonométrique des transcendentes elliptiques T et X, etc., année 1848.

Recherches analytiques sur la découverte de la loi de la pesanteur des planètes vers le Soleil et sur la théorie de leur mouvement elliptique, année 1848.

Sull'ecclisse del Sole avvenuta li 25 aprile 1846, année 1849.

Note sur l'expérience communiquée par Foucault, le 3 février 1851, à l'Académie de Paris, année 1851.

Mémoire sur la théorie de l'action moléculaire appliquée à l'équilibre des fluides, et à la pression qu'ils exercent contre les surfaces planes ou courbes, année 1852.

Mémoire sur la direction probable que M. Galloway assigne au mouvement propre du système solaire, année 1852.

Note sur la manière de calculer le décroissement d'intensité que la photosphère du Soleil subit en traversant l'atmosphère qui l'entoure, année 1852.

Note sur la densité moyenne de l'écorce superficielle de la Terre, année 1853.

Note sur la figure de la Terre et la loi de la pesanteur à sa surface d'après l'hypothèse d'Huygens, etc., année 1853.

Mémoire sur la théorie mathématique de la figure de la Terre, publiée par Newton en 1687, année 1853.

Mémoire sur la loi des pressions, et la loi des ellipticités des couches terrestres, année 1853.

Mémoire sur la loi de la pesanteur, etc., année 1854.

Mémoire sur la théorie du magnétisme, année 1854.

Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface intérieure et sphérique d'une sphère creuse de métal et à la surface d'une autre sphère conductrice électrisée que l'on tient isolée dans la cavité, année 1854.

Mémoire sur la formation de l'équation du 4<sup>e</sup> degré et celle du 6<sup>e</sup> degré, desquelles dépend la solution littérale de l'équation générale du 5<sup>e</sup> degré suivant la méthode proposée par Lagrange, en 1771, année 1854.

Mémoire sur l'application du principe de l'équilibre magnétique à la détermination du mouvement qu'une plaque horizontale de cuivre, tournant uniformément sur elle-même, imprime par réaction à une aiguille aimantée, etc., année 1856.

Mémoire sur un rapprochement nouveau entre la théorie moderne de la propagation *linéaire du son* dans un tuyau cylindrique horizontal d'une longueur indéfinie, etc., année 1857.

Recherches historiques sur la première explication de l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune, d'après le principe de la gravitation universelle, année 1857.

Note sur les pages 68, 69 et 75 du second volume des *Opuscula analytica* d'Euler, publié en 1785, année 1858.

Démonstration nouvelle de l'équation donnée par Lagrange, pour exprimer

la valeur réelle de la somme de deux quantités imaginaires, en supposant connues les valeurs réelles par le moyen d'une courbe, année 1858.

Mémoire sur le mouvement conique à *double courbure* d'un pendule simple, dans le vide, abstraction faite de la rotation diurne de la Terre, année 1858.

Mémoire sur les formules propres à déterminer la parallaxe des étoiles simples ou optiquement doubles, année 1858.

Mémoire sur le mouvement du centre de gravité d'un corps solide lancé vers la Terre, entre les centres de la Lune et de la Terre, supposés fixes immédiatement après l'impulsion, année 1859.

Réflexions nouvelles sur deux mémoires de Lagrange, publiés en 1769 dans le tome IV des *Miscellanea Taurinensia*, année 1859.

Noté sur la théorie de la lumière polarisée, année 1859.

Note sur le procès de Galilée, année 1859.

Note sur un passage de la préface à la seconde édition des *Principia mathematica* de Newton, composé en 1713, par Roger Cotes, année 1859.

Mémoire sur la théorie des transcendentes elliptiques, année 1860.

Mémoire sur la théorie des nombres, année 1860.

Mémoire sur la célèbre expérience de Newton, contre la possibilité de l'achromatisme par la réfraction de la lumière à travers deux substances différentes, année 1860.

Lettres à M. Lublock sur la théorie de la Lune, année 1860.

Note sur un cas particulier du mouvement elliptique, année 1860.

Réflexions sur les objections soulevées par Arago, contre la priorité de Galilée, pour la double découverte des taches solaires noires et de la rotation uniforme du globe du Soleil, année 1860.

Note sur l'origine de la fonction  $W$  définie au commencement du premier paragraphe du *Mémoire sur la théorie des transcendentes elliptiques*, année 1860.

Mémoire sur l'observation de l'éclipse partielle du Soleil du 15 mars 1858, faite à l'Observatoire royal de Turin, année 1860.

Mémoire sur l'expression analytique des deux inégalités à longue période, produites par l'attraction de Vénus sur la longitude de la Lune, année 1860.

Note sur la formation probable de la multitude des Astéroïdes qui, entre Mars et Jupiter, circulent autour du Soleil, année 1861.

Note sur la configuration originaire des anneaux, dont la matière existe actuellement dans l'espace, transformée en plusieurs planètes circulant autour du Soleil entre Mars et Jupiter, année 1861.

Mémoire sur l'intégration des équations différentielles relatives au mouvement des comètes établies suivant l'hypothèse de la force répulsive définie par M. Faye, etc., année 1861.

Note sur la température climatérique de Turin, année 1862.

Mémoire sur un état hypothétique des surfaces de niveau dans les nébulosités qui entourent le noyau des Comètes, supposé solide et sphérique, année 1862.

Mémoire sur l'expression du rapport qui (abstraction faite de la chaleur solaire) existe, en vertu de la chaleur d'*origine*, entre le refroidissement de la masse totale du globe terrestre et le refroidissement de sa surface, année 1863.

Mémoire sur la loi du refroidissement des corps sphériques et sur l'expression de la chaleur solaire dans les latitudes circumpolaires de la Terre, année 1863.

Nota sull' eclisse parziale del Sole visibile in Torino, nel giorno 18 luglio 1860, année 1863.

Osservazione del passaggio di Mercurio sul disco del Sole fatta al R. Osservat. di Torino la mattina del 12 novembre 1861, année 1863.

Note sur la masse de la Lune conclue de la précession et de la nutation, année 1864.

Mémoire sur les formules du mouvement circulaire et du mouvement elliptique, etc., année 1866.

PUBBLICATE DOPO LA MORTE DELL' AUTORE.

Note sur la proposition XLV du premier livre des principes de Newton, in-8°.

Note sur un passage de la Mécanique analytique de Lagrange, etc., in-8°.

Mémoire sur différents points relatifs à la théorie des perturbations des Planètes exposée dans la Mécanique céleste, in-4°.

Mémoire sur trois intégrales définies, in-4°.

