NOTICE

SUR LA VIE ET LES TRAVAUX

DE

JEAN CHAZY

(1882 - 1955)

Membre de la section d'astronomie,

déposée en la séance du 20 mai 1957.

PAR

M. GEORGES DARMOIS.

Membre de l'Académie des sciences

Jean Chazy est né le 15 Août 1882 à Villefranche-sur-Saône, où son père était industriel.

Ses études, commencées au Collège de Mâcon, poursuivies au Lycée de Dijon, furent très brillantes.

Lauréat du Concours Général, puis reçu à l'École Polytechnique et à l'École Normale, il choisit l'École Normale.

Il en sortit en 1905 agrégé des Sciences Mathématiques.

Après un an de service militaire, il commença ses recherches en vue d'une thèse de doctorat, soutenue en 1910. Ce remarquable travail a pour titre: « Sur les équations différentielles du troisième ordre et d'ordre supérieur dont l'intégrale générale a ses points critiques fixes ».

Maître de Conférences à Grenoble, puis à Lille, il est mobilisé de 1914 à 1919. Dans le repérage par le son, il obtient, pour le repérage en particulier de la pièce qui tirait sur Paris en Mai-Juin 1918, les résultats les plus précis.

Revenu à Lille, il est ensuite nommé à la Sorbonne en 1925. Depuis 1927 jusqu'à sa retraite, il enseigne en Mécanique analytique et Mécanique céleste, puis dans la chaire de Mécanique rationnelle, et termine sa carrière de professeur dans la chaire de Mécanique analytique et Mécanique céleste.

Il fut également professeur à l'École Centrale (depuis 1923), et Maître de conférences, puis examinateur de sortie à l'École Polytechnique.

En 1937, il était élu membre de l'Académie des Sciences, après en avoir obtenu les plus hautes récompenses.

Il était membre titulaire du Bureau des Longitudes depuis 1952.

A sa retraite, en 1953, il était Commandeur de la Légion d'Honneur, Membre de l'Académie roumaine et de l'Académie Royale de Belgique, il était aussi membre correspondant de l'Académie des Sciences et de la Société de géographie du Pérou, et de l'Institut de Coïmbra.

Il est mort à Paris, le 9 mars 1955.

Sa vie scientifique.

La vie scientifique de Jean Chazy s'est développée de façon à la fois harmonieuse et efficace, où les travaux du présent et de l'avenir trouvaient une base solide et de plus en plus étendue dans les recherches précédentes et la formation acquise.

Les études scolaires aboutissant aux Grandes Écoles, l'agrégation des sciences mathématiques après l'École Normale Supérieure, l'amenèrent très vite au travail personnel.

Dans la montée, qui paraît si naturelle, de sa personnalité scientifique, on peut distinguer les courants qui, fondus ensemble avec bonheur, en firent un Maître de la Mécanique Céleste, de l'Astronomie mathématique.

Il convient d'ailleurs d'indiquer dès maintenant que, pour la mécanique céleste, le souci du concret de ce mathématicien le faisant revenir aux sources, en fit un fin critique de la matière numérique elle-même, et un familier non seulement des problèmes d'analyse et de leurs développements, mais aussi de leurs solutions poussées jusqu'aux valeurs définitives.

Il essaya d'abord ses forces, et avec grand succès, dans cette partie du vaste champ des équations différentielles où Painlevé, résolvant de beaux problèmes, en posait naturellement bien d'autres.

On sait que les solutions des équations différentielles (et des équations aux dérivées partielles), à partir de conditions initiales sont, de façon assez générale, bien définies dans le voisinage des éléments initiaux. Par application répétée de cette opération, on peut obtenir leur extension dans tout ce domaine. Mais le cheminement, d'une diversité infinie, donne-t-il, quand il réussit, des résultats uniformes, ou peut-il être arrêté par des singularités, et lesquelles?

Parmi les singularités possibles, y en a-t-il qui appartiennent en quelque sorte à l'équation elle-même, et d'autres qui accompagnent la variation des conditions initiales? Ces questions avaient été posées par Painlevé pour les équations différentielles ordinaires, et il avait obtenu de très beaux résultats, entièrement nouveaux pour les équations différentielles du second ordre. Ces problèmes sont très généraux, et les systèmes d'équations aux dérivées partielles des théories de la relativité comportent, eux aussi, un ensemble de singularités très importantes. Mais, dans le domaine des équations différentielles, pouvait-on prolonger avec fruit ces recherches pour des équations d'ordre supérieur?

Ce fut déjà le sujet de la thèse de Jean Chazy.

Puis l'Académie des Sciences, pour le Concours de 1912 au Grand Prix des Sciences Mathématiques, avait posé la question suivante: « Perfectionner la théorie des équations différentielles algébriques du deuxième ordre et du troisième ordre dont l'intégrale générale est uniforme ».

Trois mémoires furent couronnés, ils étaient de Pierre Boutroux, Jean Chazy et René Garnier.

A côté de résultats nouveaux obtenus pour les équations du second ordre et du second degré à points critiques fixes, Jean Chazy a surtout étudié les équations du troisième ordre et du premier degré.

La recherche de celles de ces équations pour lesquelles les points critiques sont fixes exigeait, d'abord une extension difficile des conditions nécessaires et suffisantes trouvées pour le second ordre, et d'autre part une étude directe de certaines équations exceptionnelles qui échappaient aux méthodes de Painlevé. En outre la richesse des singularités possibles est augmentée, en particulier par la présence de lignes singulières.

On voit toute la complexité du problème, et quel mérite ce fut, non seulement de l'avoir éclairci, mais d'avoir pu donner des résultats simples. Citons celui d'une équation du troisième ordre, dépendant de six paramètres dont les singularités, en dehors des points singuliers de l'équation elle-même, sont seulement des singularités polaires, comme les intégrales d'une équation de Riccati. De même, on trouvera des équations différentielles simples, dont les intégrales ont des propriétés voisines de celles que possèdent les fonctions kleinéennnes et fuchsiennes.

Ainsi, ce mémoire s'inscrit à la suite des travaux de Fuchs et Poincaré pour le premier ordre, de Painlevé pour le second ordre.

Jean Chazy, qui avait alors 30 ans, avait, en démontrant sa maîtrise dans le champ des équations différentielles, préparé la voie à ses travaux de Mécanique céleste.

Ils comportent d'abord l'étude du problème des trois corps, bien entendu en mécanique newtonienne classique.

On sait que le problème des deux corps, qui se ramène au mouvement d'un corps par rapport à l'autre, peut être étudié dans l'espace des positions et des vitesses, soit un espace à six dimensions. La surface où la constante des forces vives est nulle, et la multiplicité singulière à quatre dimensions correspondant aux mouvements rectilignes, découpent l'espace en Régions, et la place occupée par le point initial donne l'allure du mouvement, elliptique, hyperbolique, parabolique...

Le problème des trois corps permet une interprétation analogue, mais dans un espace à douze dimensions des positions et vitesses par rapport à l'un des corps. C'est l'histoire de ce point à douze dimensions qui correspond à un mouvement des trois corps.

Ceci dit, Jean Chazy obtient les résultats suivants, en exceptant les mouvements qui aboutissent à un choc des trois corps: les trajectoires du problème des trois corps divisent en cinq régions l'espace à douze dimensions.

Dans la région dite hyperbolique, chaque trajectoire suivie dans les deux sens est hyperbolique: les trois distances mutuelles sont, par rapport au temps, des infiniment grands d'ordre un. Cette région est tout entière à constante des forces vives positive ($h > 0$).

Trois autres régions traversées par la surface $h = 0$, où chaque trajectoire suivie dans les deux sens est dite hyperbolique-elliptique: deux des distances mutuelles sont infiniment grandes d'ordre un. La troisième est finie.

Enfin une région à constante des forces vives négative ($h < 0$) et cela dans chacun des deux sens de la trajectoire, dans laquelle, ou bien les distances mutuelles sont bornées, ou bien la trajectoire est oscillante. Ce dernier mot signifie que l'une des distances est bornée et les deux autres, non nécessairement toujours les mêmes, dépassent toute longueur fixée à l'avance.

Ainsi les trajectoires bornées n'existent que dans une région intérieure à la région $h < 0$. C'est là qu'il faut chercher une représentation des mouvements planétaires

Les résultats ainsi obtenus, qui assujettissent le point représentatif à demeurer dans une région ou sur une surface, ont permis à Jean Chazy d'affirmer l'impossibilité dans certains cas de l'écartement indéfini correspondant à une dislocation d'un système. C'est ainsi que si l'un des corps vient de l'infini (dans une direction non parallèle au plan du mouvement des deux autres), il ne peut que s'en éloigner indéfiniment au bout d'un temps fini passé en leur voisinage. Les deux corps reviennent alors à un mouvement relatif elliptique.

Ce résultat généralisait et précisait une étude de Schwarzschild faite dans le cas d'un troisième corps de masse nulle.

Signalons que de nouvelles recherches sont entreprises, surtout en U. R. S. S., sur ce sujet.

Les méthodes employées conduisent, pour le choc possible de trois corps, à des systèmes différentiels d'ordre douze au voisinage d'un point singulier.

S'il y a seulement choc de deux corps, on a un système différentiel d'ordre dix, auquel il faut étendre les théories de Poincaré et les résultats de Picard sur les nœuds, cols, foyers.

Jean Chazy signale d'ailleurs que certaines questions posées par Poincaré dans son premier mémoire sur les courbes définies par des équations différentielles reçoivent de ses travaux des réponses partielles.

Nous avons dit, dès le début de cette étude, que Jean Chazy avait fait une étude critique pénétrante des travaux numériques relatifs aux mouvements des planètes.

Signalons ici particulièrement la question du calcul de l'avance du périhélie de Mercure, avec les travaux de Le Verrier, Newcomb, Grossmann, Doolittle.

Le mécanisme des calculs de Newcomb, fort difficile à pénétrer, a été éclairci complètement par Jean Chazy; l'origine du désaccord étant trouvée par lui, il a pu fournir pour l'avance totale du périhélie de Mercure sous l'action des autres planètes 529″,21. Nous parlerons plus loin de l'avance observée, qui dépasse ce chiffre de plus de quarante secondes.

Nous arrivons maintenant à une troisième partie, très importante, de l'œuvre de Jean Chazy, celle qui concerne la théorie de la Relativité et la mécanique céleste.

On sait quelle révolution ont provoquée les théories de la relativité développées par Albert Einstein.

Une théorie aussi nouvelle bouleverse beaucoup d'habitudes de pensée en même temps qu'elle offre des possibilités immenses à l'esprit et à l'expérience.

Il ne faut pas s'étonner des réactions très diverses qu'elle peut provoquer, depuis une certaine hostilité *a priori* jusqu'à des acceptations insuffisamment controlées.

Jean Chazy comprit à la fois les étonnantes possibilités de la théorie et, démarche naturelle chez lui, la nécessité de faire une étude calme et profonde.

Il se trouvait admirablement préparé par sa connaissance fermement assise des derniers résultats théoriques et numériques de la Mécanique céleste, à voir ce qu'apportaient de nouveau les théories de la gravitation d'Einstein. Ses travaux sur la relativité paraissent à partir de 1921, et s'épanouissent dans ses deux livres:

« La théorie de la relativité et la mécanique céleste », parus respectivement en 1928 et 1930, dans la Collection de Physique Mathématique, dirigée par Émile Borel et Marcel Brillouin (Gauthier-Villars).

Comme le dit modestement Jean Chazy:
« une telle mise au point comporte nécessairement une part d'idées originales ».

On sait que la grandiose construction newtonienne laissait assez peu de chose à désirer. Poincaré disait:

« Le but final de la Mécanique Céleste est de résoudre cette grande question de savoir si la loi de Newton explique à elle seule tous les phénomènes astronomiques ».

Le mouvement du périhélie de Mercure faisait au moins apparaître un résidu inexplicable, après de vains efforts pour découvrir des masses perturbatrices.

Les succès de la relativité restreinte dans le domaine de l'électromagnétisme laissaient entier le problème de la gravitation, qui comprenait comme sous problème un peu irritant celui de sa vitesse de propagation.

C'est là qu'Einstein, prolongeant la géométrie à quatre dimensions de la relativité restreinte, introduit une géométrie riemanienne qui, en chaque point, ressemble à cette géométrie de Minkowski, mais varie avec le point choisi.

Ces géométries nouvelles intègrent à la fois l'espace, le temps et le champs de gravitation. Les espaces temps ainsi définis devraient pouvoir convenir à un seul corps, deux corps, ... n corps, et représenter l'interdépendance de leurs mouvements.

En vérité, cette phrase est dite bien vite. Les problèmes mathématiques ainsi posés sont d'une très grande difficulté.

Le système d'équations proposé par Einstein, comme généralisation des équations de Laplace et Poisson, est un système de dix équations aux dérivées partielles du second ordre à dix fonctions inconnues: C'est là que nous devons trouver les solutions rigoureuses ou approchées qui seront à comparer aux observations.

On a toujours au moins deux corps. Pourtant, la solution qui convient à un seul corps est déjà fort intéressante, car elle peut servir à l'étude du mouvement d'une masse nulle, ou corps d'épreuve, dans le champ d'une masse finie. Einstein avait, en effet, énoncé comme un principe (ce qu'on peut démontrer en toute rigueur) que le mouvement d'un corps d'épreuve se fait suivant une géodésique de l'espace-temps.

On trouve, dans les deux livres de Jean Chazy, toutes les notions nécessaires de géométrie différentielle générale, les méthodes générales de calculs et de formation des équations d'Einstein, l'étude très approfondie des nouveautés et des vérifications de la théorie d'après la solution rigoureuse de Schwarzschild, ainsi que des études approchées des modifications apportées à certaines grandes questions classiques.

Nous insisterons sur le problème du périhélie de Mercure qui avait été l'objet, nous l'avons vu, d'une discussion approfondie par Jean Chazy. La question des valeurs observées a été l'objet d'une nouvelle discussion des observations faites de 1765 à 1937, à l'Observatoire Naval de Washington. Les résultats, dont Jean Chazy a eu connaissance, ont été publiées par Clemence en 1943, puis en 1947. Ces travaux ont pu être menés à bien grâce à de puissantes machines à calculer; les valeurs obtenus diffèrent très peu de celles que Chazy avait données.

Le total observé par rapport à l'équinoxe mobile est de 5599″74 par siècle. La correction de précession des équinoxes le ramène à 574″1 qui est à comparer avec le résultat des calculs de l'action sur Mercure des autres planètes. La différence, qui est le résidu final, est donnée par Clemence comme égale à 42″56.

Le calcul, dans la théorie de la relativité, de l'avance du périhélie du corps d'épreuve, est de 43″03.

Il faut bien remarquer, comme le dit Clemence, la difficulté des observations de mercure, l'extrême complication de sa trajectoire et ajouter que le mouvement de précession n'est pas non plus un problème facile. De sorte qu'on peut considérer le résultat final des calculs comme affecté d'une erreur qui serait de l'ordre de la seconde.

On voit que l'accord est bon.

Il faut pourtant, en toute rigueur, faire une remarque. La théorie de la relativité générale, parfaitement capable d'étudier le mouvement d'un corps d'épreuve, n'a pas résolu le problème des deux corps, et par conséquent ne sait pas calculer la trajectioire d'un corps dans le champ total de deux masses comparables. Les calculs des actions exercées sur Mercure par les autres planètes sont faits dans la théorie newtonienne. On suppose donc quelque chose, sans doute très vraisemblable; c'est que les corrections apportées par Einstein à la théorie de Newton ont une influence négligeable dans le calcul du total, de l'ordre de 530″, de ces actions des autres planètes.

A l'heure actuelle, la situation théorique est un peu améliorée, par des résultats dont la publication d'ensemble est de 1956, après la disparition de Jean Chazy. Il s'agit des travaux de M^me^ Hennequin sur les approximations dans les théories de la relativité. On peut espérer exécuter les calculs pour deux (ou plusieurs) masses comparables.|

Ces derniers travaux ont utilisé avec beaucoup de bonheur la notion des coordonnées isothermes, précisée par moi en 1925 et 1927. Jean Chazy avait très largement développé dans son ouvrage les applications de ces coordonnées (dont l'introduction approchée fut faite par Einstein en 1916). Un résultat très intéressant avait été signalé par Chazy dans l'étude des équations approchées du mouvement (pp. 157-158 du Tome II).

« La condition d'isothermie des coordonnées, qui a pour effet de simplifier les équations de la gravitation, conduit à une solution approchée fournissant un espace temps » de de Sitter, pratiquement équivalent à celui de Schwarzschild.

Ce sont des résultats analogues, mais tout à fait généraux, qui sont obtenus par M^me^ Hennequin. L'isothermie des coordonnées se maintient dans les approximations successives comme conséquence des équations du mouvement.

Jean Chazy avait longuement étudié la propagation de l'attraction. Il en dit dans son livre (p. 132. T. II):
« Il semble que rien dans la théorie newtonienne ne donne le sentiment de l'incomplet au même degré que ces hypothèses » (de Laplace et de Lehmann-Filhes.)

Il accueillit donc avec joie les conséquences de la théorie de la relativité qui amènent à attribuer à la gravitation la vitesse de propagation de la lumière. Il y consacra de substantiels développements basés sur la théorie des coordonnées isothermes.

On trouve également dans son ouvrage l'étude du champ de gravitation à l'intérieur d'une sphère creuse en rotation, la rectification de points relatifs à l'effet Doppler-Fizeau.

Un mémoire très élégant sur le champ de gravitation de deux masses fixes (*CR.* 1923, *Bulletin de la Société Math. de France*, 1924) a mis au point et généralisé de nombreux travaux précédents. Ce problème de deux masses fixes est, en apparence, irréel, mais il a en relativité une importante signification physique. H. Weyl a montré que le champ de tensions nécessaire au maintien des masses immobiles était équivalent à un champ newtonien.

On voit combien Jean Chazy avait pénétré de façon originale et profonde ce champ de recherches. La formation de son esprit de mathématicien et d'astronome était une magnifique réussite de l'intelligence, de la volonté, du bon sens et du travail.

Il disait volontiers (en particulier dans son livre de Mécanique Céleste de la Collection Euclide) en parlant de Tisserand et de Poincaré: « Il n'est pas facile, en Mécanique Céleste, à partir de ces deux œuvres immenses, de sortir de leur ombre ».

On doit juger et l'on peut demander à sa modestie de l'accepter, que même dans le champ de la Mécanique Céleste, et à coup sûr dans les théories de la relativité, il a porté des lumières, et qui demeurent.

Ces prolongements de la Mécanique Céleste, dont il avait si bien jugé l'importance, sont l'objet de travaux, sans doute difficiles, mais qui sont loin de leur fin. Certains problèmes de mathématiques pures sont étroitement associés aux conceptions fondamentales de la théorie. Par exemple, le caractère nécessairement euclidien des espaces-temps dépourvus de singularités, sorte d'axiome supplémentaire, a provoqué de beaux travaux et donné de profonds résultats. De même, la conception du champ total, projeté par les masses gravitantes et les réunissant par là même est, en même temps que très satisfaisante, extrêmement difficile à manier. Le système d'équations aux dérivées partielles doit être pourvu de singularités qui préfigurent les sources du champ, mais pour étudier avec précision de tels résultats globaux, on n'est pas encore assez armé. Le travail qui se poursuit, surtout par A. Lichnerowicz et ses élèves demande, non seulement la pesée de fortes mathématiques, mais la détection des points sur lesquels les efforts peuvent être fructueux.

On peut dire que Jean Chazy, non seulement maintint de façon éminente la Mécanique Céleste, mais qu'il a vu de l'esprit le plus clair ce qu'elle pouvait devenir sous l'action fertilisante des théories nouvelles. Et lui même a commencé l'œuvre immense de rénovation.

Jean Chazy, avec ses grandes qualités intellectuelles, possédait au plus haut degré une qualité qui les baignait toutes, c'était un étonnant bon sens. Son imagination disciplinée lui présentait, sans rien oublier, les différents aspects d'une question; il les mettait à leur place et jugeait leur importance relative. Il était par là le conseiller le plus précieux, comme il était l'ami le plus fidèle et le plus sûr.