

SUR LES COURBES

A L'INEINI,

Produites par le mouvement d'une ligne droite, qui passe toujours par un point fixe, & parcourt par une de ses extremités une ligne quelconque.

▼. les M.
P. 197.

Nous avons déjà rapporté tant d'exemples de Courbes, soit anciennes, soit modernes, rendues infiniment plus générales par les derniers Geometres, qu'il n'est plus question de relever sur cela, ni leur industrie, ni leur amour pour les difficultez. Il est vrai que le nouveau Calcul qu'ils ont en main les met en état de tout entreprendre.

*. p. 56. &
suiv.

M. Carré dans les Memoires de 1705 * a examiné une Courbe qui se forme ainsi. On prend pour un point fixe l'extremité du Diametre d'un demi-Cercle, ou, pour se faire une image plus sensible, on conçoit à cette extremité un anneau infiniment petit. Le diametre se meut, & parcourt par une de ses extremités la circonférence du demi-cercle, mais il passe toujours par l'anneau, de sorte que son autre extremité décrit nécessairement une certaine Courbe. Si ce diametre, comme il est naturel de le supposer, commence à parcourir le demi-cercle par son extremité opposée à l'anneau, sa partie *parcourante*, que je compte d'un point quelconque du demi-cercle jusqu'à l'anneau, décroît toujours, & sa partie *décrivante* que je compte depuis l'anneau jusqu'à la Courbe qui s'engendre, croît toujours.

M. de Reaumur a élevé cette Courbe à une généralité infiniment plus grande, en supposant au lieu du demi-cercle parcouru une ligne quelconque droite ou courbe, & en laissant la liberté de placer le point fixe où l'on voudra. La formation de la Courbe générale de M. de Reau-

mur a quelque rapport à celle de la Conchoïde générale rapportée ci-dessus *. Mais dans celle-ci la ligne droite qui parcourt une ligne & en décrit une autre, part toujours d'un point fixe, & varie de grandeur; dans l'autre, la ligne droite qui fait la même fonction, ne fait que passer toujours par un point fixe, & demeure la même.

Cette génération supposée, il est visible que la partie décrivante de la ligne droite est toujours l'hipoténuse d'un triangle rectangle, dont les deux autres côtes sont l'Abscisse & l'Ordonnée correspondante de la Courbe qui se produit. Cela seul fait l'Equation générale dont M. de Reaumur a besoin, & il est certain qu'il ne peut y en avoir une plus simple. Quand on spécifie ensuite la ligne parcourue ou génératrice, & qu'on détermine le point fixe, la partie parcourante de la ligne droite, & par conséquent aussi la décrivante, tirent delà une spécification, qui détermine la Courbe produite.

M. de Reaumur applique sa Formule générale à 5 hypothèses différentes; il prend successivement pour la ligne parcourue, la ligne droite, les 3. sections Coniques, & la Spirale générale, que nous avons expliquée dans l'Hist. de 1704 *. Nous ne pouvons le suivre dans le détail purement geometrique, & fort exact, où il entre sur les Courbes produites; il en donne les Tangentes, les plus grandes ou plus petites Ordonnées, les plus considerables positions par rapport aux Axes, les differens Rameaux, les Quadratures, &c. ce qui demande beaucoup de Calcul différentiel, & même d'integral. Nous ferons seulement ici deux remarques.

1°. Quand la Courbe parcourue est une Ellipse, & que la ligne droite qui la parcourt est son grand Axe, il est bien aisé de changer cette Ellipse en Cercle, & alors on retombe dans la seule hypothèse que M. Carré ait examinée. La Courbe qui en naît est une Epicycloïde, dont la génératrice & la base seroient deux Cercles égaux, de sorte que la génération des Courbes de M. de Reaumur, quoiqu'assez différente en général de celle des Roulettes,

* p. 73.

* p. 47. & suiv.

revient pourtant au même en ce cas-là.

2°. Quelque espece particuliere de la Spirale générale que soit la Courbe parcourüe, celle qui en naît est toujours la même Spirale. Après ce que nous avons dit de la Spirale Logarithmique dans l'Hist. de 1705*, il semble que ce soit-là une destinée attachée aux Spirales.

SUR UNE NOUVELLE PROPRIETE'

DE LA CYCLOIDE.

V. les M.
p. 224.

Il semble aussi qu'une destinée particuliere attachée à la Cycloïde, comme nous l'avons déjà dit ailleurs, lui donne préferablement aux autres Courbes, un plus grand nombre de proprietés remarquables. On sçavoit qu'elle se reproduit elle-même par le développement, que ses arcs inégaux sont toujours parcourus en tems égaux par un Pendule, qu'elle est la Courbe *de la plus vite Descente**; Après tout cela, M. Parent lui a trouvé encore cette propriété nouvelle & singuliere, qu'un Corps qui la décrit ou la suit, en tombant librement & par son propre poids, la presse toujours également dans chacun de ses points.

V. l'Hist.
de 1699. P.
66. & 67.

p. 78.

Après la démonstration de M. Parent, qui convainquit tous les Geometres, M. Saurin fit reflexion qu'il falloit bien se garder de confondre ce Problème avec un autre qu'a résolu feu M. le Marquis de l'Hôpital, & qui cependant pourroit être pris pour le même. Il fut énoncé en ces termes dans l'Hist. de 1700*. *Trouver dans un plan vertical une ligne Courbe, telle qu'un Corps qui la décriroit descendant librement, & par son propre poids, la pressât toujours dans chacun de ses points, avec une force égale à sa pesanteur absolue.* M. de l'Hôpital trouva une ligne toute differente de la Cycloïde, & si differente qu'elle étoit geometrique, au lieu que la Cycloïde est mecanique, & par consequent si les deux questions étoient la même, l'une ou l'autre Solution seroit bien fausse. Or elles sont