

R E F L E X I O N S
SUR LA LOI DE L'ATTRACTION.

Par M. DE BUFFON.

LE mouvement des Planètes dans leurs orbites est un mouvement composé de deux forces : la première est une force de projection dont l'effet s'exerceroit dans la tangente de l'orbite, si l'effet continu de la seconde cessoit un instant ; cette seconde force tend vers le Soleil, & par son effet précipiteroit les Planètes vers le Soleil, si la première force venoit à son tour à cesser un seul instant.

La première de ces forces peut être regardée comme une impulsion dont l'effet est uniforme & constant, & qui a été communiquée aux Planètes dès la création ; la seconde peut être considérée comme une attraction vers le Soleil, & se doit mesurer, comme toutes les qualités qui partent d'un centre, par la raison inverse du quarré de la distance, comme en effet on mesure les quantités de lumière, d'odeur, &c. & toutes les autres quantités ou qualités qui se propagent en ligne droite & se rapportent à un centre. Or il est certain que l'attraction se propage en ligne droite, puisqu'il n'y a rien de plus droit qu'un fil à plomb, & que tombant perpendiculairement à la surface de la Terre, il tend directement au centre de la force, & ne s'éloigne que très-peu de la direction du rayon au centre. Donc on peut dire que la loi de l'attraction doit être la raison inverse du quarré de la distance, uniquement parce qu'elle part d'un centre ou qu'elle y tend, ce qui revient au même.

Mais comme ce raisonnement préliminaire, quelque bien fondé que je le croie, pourroit être contredit par les gens qui font peu de cas de la force des analogies, & qui ne sont accoutumés à se rendre qu'à des démonstrations mathématiques.

Qq q iij

M. Newton a cru qu'il valoit beaucoup mieux établir la loi de l'attraction par les phénomènes mêmes, que par toute autre voie, & il a en effet démontré géométriquement, que si plusieurs corps se meuvent dans des cercles concentriques, & que les quarrés des temps de leurs révolutions soient comme les cubes de leurs distances à leur centre commun, les forces centripètes de ces corps sont réciproquement comme les quarrés des distances; & que si les corps se meuvent dans des orbites peu différentes d'un cercle, ces forces sont aussi réciproquement comme les quarrés des distances, pourvû que les apsides de ces orbites soient immobiles. Ainsi les forces par lesquelles les Planètes tendent aux centres ou aux foyers de leurs orbites, suivent en effet la loi du quarré de la distance, & la gravitation étant générale & universelle, la loi de cette gravitation est constamment celle de la raison inverse du quarré de la distance, & je ne crois pas que personne doute de la loi de Képler, & qu'on puisse nier que cela ne soit ainsi pour Mercure, pour Vénus, pour la Terre; pour Mars, pour Jupiter & pour Saturne, sur-tout en les considérant à part & comme ne pouvant se troubler les uns les autres, & en ne faisant attention qu'à leur mouvement autour du Soleil.

Toutes les fois donc qu'on ne considérera qu'une Planète, ou qu'un satellite se mouvant dans son orbite autour du Soleil ou d'une autre Planète, ou qu'on n'aura que deux corps tous deux en mouvement, ou dont l'un est en repos & l'autre en mouvement, on pourroit assurer que la loi de l'attraction suit exactement la raison inverse du quarré de la distance, puisque par les observations la loi de Képler se trouve vraie, tant pour toutes les Planètes principales, que pour les satellites de Jupiter & de Saturne. Cependant on pourroit dès ici faire une objection tirée des mouvements de la Lune, qui sont irréguliers, au point que M. Halley l'appelle *Sidus contumax*, & principalement du mouvement de ses apsides, qui ne sont pas immobiles comme le demande la supposition géométrique sur laquelle est fondé le résultat

qu'on a trouvé de la raison inverse du quarré de la distance pour la mesure de la force d'attraction dans les Planètes.

A cela il y a plusieurs manières de répondre; d'abord on pourroit dire que la loi s'observant généralement dans toutes les autres Planètes avec exactitude, un seul phénomène où cette même exactitude ne se trouve pas, ne doit pas détruire cette loi, on peut le regarder comme une exception dont on doit chercher la raison particulière. En second lieu on pourroit répondre, comme l'a fait M. Côtes, que quand-même on accorderoit que la loi d'attraction n'est pas exactement dans ce cas en raison inverse du quarré de la distance, & que cette raison est un peu plus grande, cette différence peut s'estimer par le calcul, & qu'on trouvera qu'elle est presque insensible, puisque la raison de la force centripète de la Lune qui de toutes est celle qui doit être la plus troublée, approche 60 fois plus près de la raison du quarré que de la raison du cube de la distance: *Responderi potest etiamsi concedamus hunc motum tardissimum exinde profectum quod vis centripetæ proportio aberret aliquantulum à duplicata, aberrationem illam per computum mathematicum inveniri posse, & planè insensibilem esse; ista enim ratio vis centripetæ lunaris, quæ omnium maximè turbari debet, paululum quidem duplicatam superabit; ad hanc verò sexaginta ferè vicibus propiùs accedet quàm ad triplicatam. Sed verior erit responsio, &c. Editoris præf. in edit. 2^{am} Newtoni, Auctore Roger Côtes.*

Et en troisième lieu on peut répondre avec M. Newton, que ce mouvement des apsides ne vient point de ce que la loi d'attraction est un peu plus grande que dans la raison inverse du quarré de la distance, mais de ce qu'en effet le Soleil agit sur la Lune par une force d'attraction qui doit troubler son mouvement & produire celui des apsides, & que par conséquent cela seul pourroit bien être la cause qui empêche la Lune de suivre exactement la règle de Képler. M. Newton a donc calculé dans cette vûe les effets de cette force perturbatrice, & il a tiré de sa théorie les équations & les autres mouvemens de la Lune avec une telle précision,

qu'ils répondent très-exactement & à quelques secondes près, aux observations faites par les meilleurs Astronomes : mais pour ne parler que du mouvement des apfides, il fait sentir dès la 45^e proposition du premier Livre, que la progression de l'apogée de la Lune vient de l'action du Soleil; en sorte que jusqu'ici tout s'accorde, & la théorie se trouve aussi vraie & aussi exacte dans tous les cas les plus compliquez, comme dans ceux qui le sont le moins.

Cependant M. Clairaut prétend avoir reconnu que la quantité absolue du mouvement de l'apogée ne pouvoit pas se tirer de la théorie de la gravitation telle qu'elle est établie par Newton, parce qu'en employant les loix de cette même théorie, on trouve que ce mouvement ne devoit s'achever qu'en dix-huit ans, au lieu qu'il s'achève en neuf ans. Malgré l'autorité de M. Clairaut, je suis persuadé que la théorie de M. Newton s'accorde avec les observations; je n'entreprendrai pas ici de faire l'examen qui seroit nécessaire pour prouver qu'il n'est pas tombé dans l'erreur qu'on lui reproche; je trouve qu'il est plus court d'assurer la loi de l'attraction telle qu'elle est, & de faire voir que la loi que M. Clairaut veut substituer à celle de Newton, n'est qu'une supposition qui implique contradiction.

Car admettons pour un instant ce que M. Clairaut prétend avoir démontré, que par la théorie de l'attraction mutuelle le mouvement des apfides devoit se faire en dix-huit ans, au lieu de se faire en neuf ans, & souvenons-nous en même temps qu'à l'exception de ce phénomène, tous les autres, quelque compliquez qu'ils soient, s'accordent dans cette même théorie très-exactement avec les observations: à en juger d'abord par les probabilités, cette théorie doit subsister, puisqu'il y a un nombre très-considérable de choses où elle s'accorde parfaitement avec la Nature, qu'il n'y a qu'un seul cas où elle en diffère, & qu'il est fort aisé de se tromper dans l'énumération des causes d'un seul phénomène particulier: il me paroît donc que la première idée qui doit se présenter, est qu'il faut chercher la raison particulière de ce phénomène singulier,

singulier, & il me semble qu'on pourroit en imaginer quelque une, par exemple, si la force magnétique de la Terre pouvoit, comme le dit Newton, entrer dans le calcul, on trouveroit peut-être qu'elle influe sur le mouvement de la Lune, & qu'elle pourroit produire cette accélération dans le mouvement de l'apogée, & c'est dans ce cas où en effet il faudroit employer deux termes pour exprimer la mesure des forces qui produisent le mouvement de la Lune. Le premier terme de l'expression seroit toujours celui de la loi de l'attraction, c'est-à-dire, la raison inverse & exacte du carré de la distance, & le second terme représenteroit la mesure de la force magnétique.

Cette supposition est sans doute mieux fondée que celle de M. Clairaut, qui me paroît beaucoup plus hypothétique, & sujette d'ailleurs à des difficultés invincibles: exprimer la loi d'attraction par deux ou plusieurs termes, ajouter à la raison inverse du carré de la distance une fraction du carré quarré, au lieu de $\frac{1}{xx}$ mettre $\frac{1}{xx} + \frac{1}{mxx^4}$, me paroît n'être autre chose que d'ajuster une expression de telle façon qu'elle corresponde à tous les cas; ce n'est plus une loi physique que cette expression représente, car en se permettant une fois de mettre un second, un troisième, un quatrième terme, &c. on pourroit trouver une expression qui dans toutes les loix d'attraction représenteroit les cas dont il s'agit, en l'ajustant en même temps aux mouvemens de l'apogée de la Lune & aux autres phénomènes; & par conséquent cette supposition, si elle étoit admise, non seulement anéantiroit la loi de l'attraction en raison inverse du carré de la distance, mais même donneroit entrée à toutes les loix possibles & imaginables: une loi en Physique n'est loi que parce que sa mesure est simple, & que l'échelle qui la représente est non seulement toujours la même, mais encore qu'elle est unique, & qu'elle ne peut être représentée par une autre échelle; or toutes les fois que l'échelle d'une loi ne sera pas représentée par un seul terme, cette simplicité & cette unité

d'échelle qui fait l'essence de la loi, ne subsiste plus, & par conséquent il n'y a plus aucune loi physique.

Comme ce dernier raisonnement pourroit paroître n'être que de la Métaphysique, & qu'il y a peu de gens qui la sçachent apprécier, je vais tâcher de le rendre sensible en m'expliquant davantage. Je dis donc que toutes les fois qu'on voudra établir une loi sur l'augmentation ou la diminution d'une qualité ou d'une quantité physique, on est strictement assujéti à n'employer qu'un terme pour exprimer cette loi: ce terme est la représentation de la mesure qui doit varier, comme en effet la quantité à mesurer varie; en sorte que si la quantité, n'étant d'abord qu'un pouce, devient ensuite un pied, une aune, une toise, une lieue, &c. le terme qui l'exprime devient successivement toutes ces choses, ou plutôt les représente dans le même ordre de grandeur, & il en est de même de toutes les autres raisons dans lesquelles une quantité peut varier.

De quelque façon que nous puissions donc supposer qu'une qualité physique puisse varier, comme cette qualité est une, sa variation sera simple & toujours exprimable par un seul terme qui en sera la mesure; & dès qu'on voudra employer deux termes, on détruira l'unité de la qualité physique; parce que ces deux termes représenteront deux variations différentes dans la même qualité, c'est-à-dire, deux qualités au lieu d'une: deux termes sont en effet deux mesures, toutes deux variables & inégalement variables, & dès-lors elles ne peuvent être appliquées à un sujet simple, à une seule qualité; & si on admet deux termes pour représenter l'effet de la force centrale d'un astre, il est nécessaire d'avouer qu'au lieu d'une force il y en a deux, dont l'une sera relative au premier terme, & l'autre relative au second terme, d'où l'on voit évidemment qu'il faut dans le cas présent, que M. Clairaut admette nécessairement une autre force différente de l'attraction, s'il emploie deux termes pour représenter l'effet total de la force centrale d'une Planète.

Je ne sçais pas comment on peut imaginer qu'une loi

physique, telle qu'est celle de l'attraction, puisse être exprimée par deux termes par rapport aux distances, car s'il y avoit, par exemple, une masse M dont la vertu attractive fût exprimée par $\frac{aa}{xx} + \frac{b}{x^2}$, n'en résulteroit-il pas le même effet que si cette masse étoit composée de deux matières différentes, comme, par exemple, de $\frac{1}{2} M$, dont la loi d'attraction fût exprimée par $\frac{2aa}{xx}$ & de $\frac{1}{2} M$, dont l'attraction fût $\frac{2b}{x^2}$, cela me paroît absurde?

Mais indépendamment de ces impossibilités qu'implique la supposition de M. Clairaut, qui détruit aussi l'unité de loi sur laquelle est fondée la vérité & la belle simplicité du système de Newton, cette supposition souffre bien d'autres difficultés que M. Clairaut devoit, ce me semble, se proposer avant que de l'admettre, & commencer au moins par examiner d'abord toutes les causes particulières qui pourroient produire le même effet. Je sens que si j'eusse résolu, comme M. Clairaut, le problème des trois corps, & que j'eusse trouvé que la théorie de la gravitation ne donne en effet que la moitié du mouvement de l'apogée, je n'en aurois pas tiré la conclusion qu'il en tire contre la loi de l'attraction; aussi est-ce cette conclusion que je contredis, & à laquelle je ne crois pas qu'on soit obligé de souscrire, quand même M. Clairaut pourroit démontrer l'insuffisance de toutes les autres causes particulières.

M. Newton dit page 547, tome 3: *In his computationibus attractionem magneticam terræ non consideravi, cujus itaque quantitas perparva est & ignoratur; si quando verò hæc attractio investigari poterit, & Mensura graduum in meridiano, ac longitudines pendulorum isochronorum in diversis parallelis legesque motuum maris & parallaxis Lunæ cum diametris apparentibus Solis & Lunæ ex phænomenis accuratiùs determinatæ fuerint, licebit calculum hunc omnem accuratiùs repetere.* Ce passage ne prouve-t-il pas bien clairement que Newton n'a pas prétendu avoir fait

l'énumération de toutes les causes particulières, & n'indiquet-il pas en effet que si on trouve quelques différences avec la théorie & les observations, cela peut venir de la force magnétique de la Terre, ou de quelqu'autre cause secondaire, & par conséquent si le mouvement des apsides ne s'accorde pas aussi exactement avec la théorie que le reste, faudra-t-il pour cela ruiner la théorie par le fondement en changeant la loi? ou plutôt ne faudra-t-il pas attribuer à d'autres causes cette différence qui ne se trouve que dans ce seul phénomène? M. Clairaut propose une difficulté contre le système de Newton, mais ce n'est tout au plus qu'une difficulté qui ne doit ni ne peut devenir un principe, il faut chercher à la résoudre, & non pas en faire une théorie, dont toutes les conséquences ne sont appuyées que sur un calcul; car, comme je l'ai dit, on peut tout représenter avec un calcul, & on ne réalise rien; & si on se permet de mettre un ou plusieurs termes à la suite de l'expression d'une loi physique, comme l'est celle de l'attraction, on ne nous donne plus que de l'arbitraire au lieu de nous représenter la réalité.

Au reste il me suffit d'avoir établi dans ce Mémoire les raisons qui me font rejeter la supposition de M. Clairaut, celles que j'ai de croire que bien-loin qu'il ait pu donner atteinte à la loi de l'attraction & renverser l'Astronomie physique, elle me paroît au contraire demeurer dans toute sa vigueur, & avoir des forces pour aller encore bien loin, & cela sans que je prétende avoir dit à beaucoup près, tout ce qu'on peut dire sur cette matière, à laquelle je desirerois qu'on donnât sans prévention toute l'attention qu'il faut pour la bien juger.



R E P O N S E

*Aux Réflexions de M. de Buffon, sur la Loi de
l'Attraction & sur le mouvement des Apsides.*

Par M. CLAIRAUT.

ON s'écarte si communément dans les disputes, du vrai point de la difficulté, que pour éviter cet inconvénient dans la discussion dont il s'agit entre M. de Buffon & moi, je commencerai par rappeler ce que je prétends avoir découvert de nouveau dans le système de l'attraction; c'est-à-dire, le point où l'on en étoit resté, & celui où je me flatte d'être arrivé; en quoi consiste la difficulté que j'ai faite contre le système de M. Newton, tel qu'il l'a donné; & le remède que je propose; les choses que j'assure être fondées sur des principes mathématiques, celles que je présente comme probables, ainsi que toutes les explications physiques doivent être données.

Dans la comparaison que je vais faire de mon Ouvrage avec ceux qui traitent de la même matière, je ne parlerai ni de M. d'Alembert, dont les recherches sont contemporaines aux miennes, ni des Sçavans qui ont travaillé sur la question de Saturne, proposée pour le Prix de cette année. Il me suffit d'avoir donné des preuves que je n'ai vû leurs Mémoires qu'après avoir lû ou remis les miens à l'Académie.

Je pense donc qu'avant moi personne n'avoit donné de solution du Problème connu actuellement sous le nom de *Problème des trois corps*; que la théorie de la Lune sur laquelle roule la plus grande partie du système de M. Newton, est renfermée dans cette solution, & que cette théorie n'avoit point encore été tirée d'aucune méthode directe; & qui embrasât à la fois toutes les circonstances de la question; que plusieurs des principes employez à calculer chaque

Mem. 1745.

Xxx

phénomène en particulier, n'étoient ni démontrés ni sûrs; que quand même chacun auroit été bien traité en particulier, en faisant abstraction des autres, on ne sçavoit point si les résultats trouvez séparément pouvoient subsister dans le cas où l'on fait entrer toutes les considérations nécessaires.

A la place de ces méthodes indirectes & pleines d'omissions, je prétends en avoir substitué une directe & démontrée, par laquelle j'arrive à une équation qui exprimera l'orbite de la Lune aussi exactement qu'on le voudra, en prenant le nombre de termes nécessaires. Cette équation exprime, suivant moi, non seulement une révolution de la Lune, mais tant de révolutions successives qu'on voudra, malgré la différence infinie de ces révolutions.

Je dis de plus, qu'en déterminant les constantes de cette équation, à l'aide de quelques observations, on formera des tables de la Lune, lesquelles étant comparées avec une suite d'observations, prêteront une nouvelle force au système de l'attraction, ou serviront à l'attaquer.

La théorie du mouvement de l'apogée de la Lune, qui résulte de ma solution, n'indique point comme celle de M. Newton, que l'apogée avance & recule dans chaque lunaison; mais qu'il suit au contraire une loi uniforme & continue: l'excentricité est aussi un élément invariable.

Le mouvement absolu de l'apogée donné par la supposition faite par M. Newton, que le Soleil, la Terre & la Lune placés dans le vuide, s'attirent réciproquement comme le carré des distances, & directement comme les masses, ce mouvement, dis-je, je l'ai trouvé un peu moins de la moitié du réel. Il est vrai que ma démonstration ne donneroit pas la certitude mathématique à mon assertion, si on supposoit qu'il pût y avoir quelque corps voisin de la Lune, ou qui lui fût adhérent; lequel seroit d'une matière incapable de réfléchir la lumière du Soleil; mais aussi on m'avouera que si on se prêteoit à de pareilles suppositions, il n'y a aucune vérité que l'on ne pût nier en Physique, & aucune absurdité que l'on ne pût soutenir.

Reprenant ensuite ce que j'ai trouvé autrefois sur la figure de la Terre, c'est-à-dire, l'impossibilité de concilier nos opérations avec la loi d'attraction du quarré, soit dans la même hypothèse qu'ont prise tous ceux qui ont traité cette matière, laquelle suppose la Terre originairement fluide, soit dans un grand nombre d'autres hypothèses, j'ai conclu de ces deux résultats, & sur-tout du premier qui est exempt des chicânes de la Physique, que la loi du quarré ne peut pas suffire pour expliquer ces phénomènes, & qu'elle n'est pas, par conséquent, la seule force qui serve à entretenir les mouvemens des planètes, comme on l'avoit cru jusqu'à présent.

Joignant à ces considérations qu'un grand nombre de phénomènes exigent d'autres loix que celle du quarré, & regardant l'unité de loi comme un avantage, je pense qu'une seule & même loi qui conviendrait à tous ces phénomènes, seroit préférable à celle du quarré, & je présente une manière de former cette loi qui répond, ce me semble, à tous les phénomènes connus.

Mais je ne donne point cette nouvelle loi comme le seul moyen de remédier aux inconvéniens que j'ai remarquez dans le système de l'attraction. Si je ne l'ai pas exposé assez nettement dans mon premier Mémoire, j'ai dit publiquement dans l'Académie, & à différentes reprises, que j'étois prêt à recevoir toute autre explication aussi vrai-semblable. J'ai fait voir même dans un Écrit lû à cette occasion, que je n'attachois pas un grand mérite à avoir trouvé l'expédient que j'ai proposé, & que j'étois flatté seulement des découvertes qui m'avoient conduit à y avoir recours.

Cependant quelque peu que je sois attaché à mon explication, je ne puis l'abandonner que lorsqu'on m'aura fait des objections qui me paroîtront la détruire, & je me flatte de prouver que celles de M. de Buffon ne lui portent aucune atteinte.

S'il se trouvoit par la suite des faits qui ne pussent pas se concilier avec ma loi, en ce cas je l'abandonnerois sans peine. Hypothèse, elle auroit eu le sort de toutes les hypothèses

qui peuvent être attaquées raisonnablement, pourvû qu'on apprécie avec exactitude les difficultés qu'on forme contr'elles, & qu'on n'attribue point à des causes d'autres effets que ceux qu'elles peuvent avoir.

Avant de répondre aux difficultés que M. de Buffon propose contre mon hypothèse, & d'examiner ce qu'il voudroit y substituer, je dois traiter un point d'une autre nature, qu'il discute encore dans son Mémoire, c'est l'avantage que je crois avoir d'être le premier qui ai découvert le vrai mouvement des apsides de la Lune, qui résulte de la loi du carré des distances.

* La substance de ce Mémoire est dans la note de la page 353 de ce volume.

Le dernier Mémoire* que je lus dans l'Académie, avoit pour but, 1° de prouver que M. Newton n'avoit point, comme on l'avoit prétendu, fait lui-même la remarque que j'ai faite sur le mouvement de l'apogée; 2° que l'article du commentaire déjà tant cité, qui traite de l'apogée, ne contenant qu'une solution imparfaite du problème en question, contredite d'ailleurs par une autre solution donnée en même temps par le même Auteur, je n'en avois pas moins la propriété de ma découverte. Et quoiqu'il m'ait paru après la lecture de ce Mémoire, que l'Académie étoit satisfaite de mes preuves, je ne puis que louer M. de Buffon d'avoir entrepris de les juger de nouveau. J'ai vû avec plaisir qu'il avoit trouvé les raisons que j'apporte, pour prouver que M. Newton n'avoit pas cru tirer de sa méthode, seulement la moitié du mouvement de l'apogée, assez bonnes pour les redonner lui-même. Quant à celles que j'ai fournies contre la solution inférée dans le commentaire, M. de Buffon n'en pense pas si favorablement: il croit que j'ai eu tort d'attaquer cette méthode, & que j'ai cru mal-à-propos que l'Auteur n'avoit pas fait entrer la grandeur variable de la force du Soleil, M. de Buffon a reconnu*, dit-il, que l'intégration étoit faite dans les règles.

* Ce n'est pas ce que M. de Buffon peut avoir dit verbalement dans l'Académie, que je rapporte ici, c'est ce qu'il a écrit dans son Mémoire même, tel qu'il m'a été communiqué après avoir été couché sur les registres. J'ai eu la même attention dans tout ce qui suit.

Mais il n'a pas fait attention que ce n'est pas sur la manière d'intégrer que j'attaque l'Auteur, cette faute seroit trop grossière pour la lui attribuer; & comme il seroit absurde à moi de penser que cet Auteur eût péché contre la règle la plus connue du calcul intégral, il n'est pas plus juste de croire que je la lui suppose. Ce que j'ai dit, c'est que ce Sçavant, fort respectable d'ailleurs, employoit, ainsi que M. Newton, une proposition qui n'avoit pas lieu dans cet endroit. Cette proposition qui est la 45^{me} du premier Livre de M. Newton, ne pourroit donner le mouvement infiniment petit de l'apside de la Lune pendant un instant quelconque, que dans le cas où la force perturbatrice du Soleil seroit simplement proportionnelle à la distance. Mais comme il y entre une autre variable qui est l'élongation du Soleil à la Lune, cette proposition ne sauroit être employée en cette occasion.

Au reste je ne pense pas que M. de Buffon soit censé répondre à mes objections, en disant que la méthode que j'attaque lui a paru bonne: il doit, ce me semble, prendre la peine de lire mes argumens & d'en montrer la fausseté, ou bien me faire le même honneur qu'il m'a fait sur les calculs & les principes de mon premier Mémoire, c'est-à-dire, m'en croire sur ma parole. Puisqu'il a assez bonne opinion de ma sûreté en Géométrie, pour admettre une vérité fondée sur une grande chaîne de raisonnemens, il devoit bien présumer que je ne me suis pas trompé dans une proposition où il ne faut que quelques-unes de ces connoissances; qui ne peuvent échapper de la mémoire d'aucun Géomètre.

Revenons maintenant aux difficultés de M. de Buffon, contre l'explication que j'ai donnée du mouvement de l'apogée, par une autre loi que celle du carré, & commençons par les objections tirées de la Physique.

La première objection de M. de Buffon est celle-ci: « Si la loi d'attraction ne suivoit pas la raison inverse du carré de la distance, ne s'ensuivroit-il pas que la force de la pesanteur qui fait tomber les graves à la surface de la Terre, »

» ne seroit pas celle qui retient la Lune dans son orbite; car
 » la Lune étant 60 fois plus loin de la surface de la Terre,
 » que les corps graves sur lesquels Galilée a fait ses expériences,
 » n'est-il pas nécessaire qu'afin que la force qui fait mouvoir
 » la Lune, soit la même que celle qui fait tomber les graves,
 » elle soit en effet 3 600 fois moindre que celle qui est à la
 » surface de la Terre, & Newton n'a-t-il pas démontré rigou-
 » reusement que la chute de la Lune se feroit exactement dans
 » cette proportion, avec la chute des corps graves à la surface
 » de la Terre? »

A cela je réponds que M. de Buffon ne devoit pas dire que M. Newton a démontré rigoureusement que la chute de la Lune est en effet 3 600 fois moindre que celle qui est à la surface de la Terre. Il néglige au contraire en cette occasion, le mouvement des apsides, ainsi que toutes les autres inégalités de la Lune, & il regarde cet astre comme décrivant un cercle. Cette démonstration n'a donc aucun effet contre ce que j'ai avancé, puisque, suivant ce que j'ai dit, la loi d'attraction qu'il faut substituer à celle du quarré, n'a besoin de s'en écarter que de $\frac{1}{337}$ à la distance de la Lune. Or la démonstration de M. Newton, négligeant la force du Soleil qui est précisément de la même quantité, ne peut donc pas être citée contre mon argument. De plus quelle que soit la cause que M. de Buffon prenne pour expliquer le mouvement de l'apogée de la Lune, cet argument retournera contre lui-même.

M. de Buffon dit dans sa seconde objection: « Les Comètes
 » qui s'éloignent si fort & s'approchent de si près du corps du
 » Soleil, celle entr'autres de 1680, qui n'étoit éloignée du
 » Soleil que de la sixième partie de son diamètre, c'est-à-dire,
 » de près d'une fois plus près de cet astre que la Lune ne l'est
 » de la Terre, les Comètes, dis-je, ne seroient-elles pas dé-
 » rangées au point qu'elles décriroient une courbe toute diffé-
 » rente après leur périhélie, de celles qu'elles décrivent avant
 » que d'y être arrivées, & le mouvement de leurs apsides étant
 » nécessairement dans cette supposition beaucoup plus grand

que celui de la Lune, tout ce que Halley & Newton ont établi du retour périodique des Comètes en temps égaux, ne devient-il pas une chimère? Et comment répondre non pas à l'argument des Comètes à venir, mais à celui que fournit le retour périodique en temps égaux des Comètes passées, comme de celle de 1682 qui a déjà paru en 1531, en 1607 & en 1682, & qu'on attend en 1758, & celle du temps de Jules César qui a paru quatre fois, & dont les retours se sont faits en temps égaux.

En appréciant les choses par les principes mathématiques qu'on ne doit jamais perdre de vûe dans ces matières, il est tout aussi facile de répondre à cette objection qu'à la première.

Il suffit pour cela d'examiner dans le cas de la Comète de 1680, la plus voisine du Soleil de toutes celles qu'on a observées, à combien peut monter la différence qui doit être entre la loi du quarré & celle que j'y veux substituer: voici ce qui résulte du calcul que j'en ai fait. Je suppose avec M. de Buffon, que la Comète ait approché deux fois plus du disque du Soleil que la Lune de la Terre; & je dis que si je ne trouve à la distance de la Lune que $\frac{1}{357}$ de différence entre les deux loix, c'est assez accorder pour l'augmentation de la différence de ces loix, à une distance sous-double, que de prendre $\frac{1}{1000}$ pour cette différence. Je dis ensuite que quoique la Comète de 1680 ait approché du disque du Soleil d'environ $\frac{1}{3}$ de son rayon, il ne faut pas pour cela qu'on regarde toutes les parties du Soleil comme également voisines de la Comète, lorsqu'on cherche la force totale avec laquelle elle tend au Soleil. Il faut avoir égard aux distances à toutes les particules du Soleil, & prendre par le moyen du calcul intégral, la somme de toutes les forces: le calcul fait dans la supposition que la force, jointe à celle qui suit la loi du quarré, soit celle qui dépend du quarré quarré, hypothèse que j'ai prise pour donner une idée de la vraie loi, je trouve que la force totale du Soleil sur la Comète de 1680, dans son périhélie, ne devoit différer que de $\frac{1}{700}$ de ce qu'elle seroit dans la loi du quarré. Or si l'on considère ce que peut faire cette altération

pendant la partie du cours de la Comète où elle agit, on verra que les observations sont bien éloignées de nous prouver que ce petit dérangement n'a pas eu lieu.

Quant au retour de cette Comète, on voit bien qu'il ne fait rien à la loi d'attraction, puisque ces retours n'ont été connus que par l'Histoire, & que de telles objections ne pourroient avoir de force contre mon hypothèse, que dans le cas où la loi du quarré seroit la seule qui donnât des périodes réglées aux astres.

Les retours des autres Comètes que M. de Buffon cite en même temps, sont encore plus étrangers à la question; & quant aux Comètes à venir, j'attendrai qu'elles viennent pour examiner ce qu'elles feront à ma loi, aussi-bien qu'au système entier de l'attraction, car elles pourront nous apprendre des faits très-importans. Les Auteurs qui établissent des systèmes sur des raisons vagues, peuvent tout perdre par des observations nouvelles, mais ceux qui sont partis de principes mathématiques, n'ont jamais travaillé en vain, lors même que les observations viennent à détruire leurs suppositions; ils ont toujours le moyen d'employer leurs premières recherches à la découverte de nouvelles vérités.

M. de Buffon dit en troisième lieu: « Si on ajoute un terme
 » à celui de la raison inverse du quarré de la distance, & que ce
 » terme soit celui qui convienne pour le mouvement de l'apo-
 » gée de la Lune, ne faut-il pas qu'il convienne aussi au mou-
 » vement d'aphélie de Saturne, & en même temps au repos
 » d'aphélie des autres planètes; & pour peu que ce terme soit
 » considérable, c'est-à-dire, pour peu que la loi d'attraction fût
 » un peu plus grande que la raison inverse du quarré de la
 » distance, les planètes voisines du Soleil n'auroient-elles pas un
 » mouvement considérable d'aphélie, ce qui est contraire aux
 » observations? Et si M. Clairaut répond que le terme sera si
 » petit qu'il deviendra comme nul pour les aphélies des planètes,
 » à cause de leurs distances au Soleil, qui sont beaucoup plus
 » grandes que celle de la Lune à la Terre, il faut donc qu'il con-
 » vienne en même temps que cette force ne doit point influer
 » dans

dans le mouvement de Saturne, & en même temps qu'il nous « apprenne pourquoi l'on n'a pas observé aux satellites de Jupiter « & de Saturne des mouvemens d'apsides très-considérables. »

Pour cette objection, j'avoue que je suis étonné que M. de Buffon l'ait faite après la lecture de mon Mémoire ; car ayant expressément dit que ce terme ajouté à celui du quarré, ne produisoit à la distance de Mercure au Soleil, qu'une différence si petite qu'elle devoit avoir échappé aux observations faites jusqu'à présent, il est bien clair que l'effet du même terme doit être encore bien moins sensible à la distance des autres planètes. M. de Buffon demande si je conviens que ce terme en question ne doit point influencer dans le mouvement de Saturne, assurément j'en conviens ; mais pourquoi veut-il que j'en convienne, est-ce pour m'ôter les moyens d'expliquer les dérangemens de Saturne ? Je ne prétends employer que la force de Jupiter pour ce phénomène, & si, lorsque j'aurai comparé ma théorie aux observations, je ne les trouvois pas d'accord, on n'en reconnoitroit que mieux l'utilité de mes principes, puisque j'en aurois tiré encore un autre moyen de prouver que la force qui suit la loi du quarré, n'est pas la seule qui agisse sur les planètes. Abandonnant alors l'espérance de tout expliquer par une loi générale, je tirerois de mes méthodes les loix particulières qui conviendroient aux mouvemens de Saturne, supposé que les phénomènes fussent de nature à le permettre ; car ils pourroient être tels qu'il faudroit avoir recours à d'autres choses qu'à des attractions.

M. de Buffon veut que je lui apprenne pourquoi les observations des satellites de Jupiter & de Saturne, ne nous montrent pas des mouvemens d'apsides très-considérables : je ne crois pas qu'il ait besoin de moi pour le lui apprendre, mais puisqu'il veut que je lui en dise la raison, la voici.

Il m'accordera que si les satellites décrivoient des cercles autour de leur planète principale, il n'y auroit pas de mouvement d'apside, puisqu'il n'y auroit pas d'apside, & que par la même raison s'ils ont peu d'excentricité, il est très-difficile de déterminer & leurs apsides & le mouvement de ces

apsides, sur-tout s'il s'y mêle d'autres inégalités aussi considérables. Ces difficultés ayant empêché les Astronomes de fixer rien de précis sur les apsides des satellites, on ne peut tirer de leurs observations rien de contraire à l'existence d'une loi générale, autre que celle du carré. Je ferai seulement remarquer à cette occasion, que la démonstration de la nécessité de la loi du carré, tirée des mouvemens des satellites, ne comporte pas plus d'exactitude que celle qui est fondée sur les mouvemens de la Lune, parce que M. Newton néglige dans cette démonstration, toutes les espèces d'irrégularités que ces planètes peuvent avoir.

Je viens présentement aux raisons métaphysiques de M. de Buffon : suivant lui, ceux qui font cas de la force des analogies, doivent croire que toute cause qui part d'un centre, doit, à l'exemple de la lumière & des odeurs, agir en raison renversée du carré de la distance. J'avoue que je crois les analogies très-utiles pour faire découvrir des vérités en Physique & en Mathématique, parce qu'elles portent à faire des tentatives qui, en se vérifiant ou en se détruisant, peuvent également conduire à des choses neuves. Mais que l'on prenne pour vrai dans tous les cas possibles ce qu'on a reconnu seulement dans quelques cas particuliers, qu'on se repose sur de pareilles preuves, c'est ce qu'il ne me paroît pas permis de faire, à moins qu'on ne veuille s'exposer à tomber dans les plus grandes erreurs. La Métaphysique est sans contredit bien propre à nous éclairer & à faire valoir les secours réels que nous fournissent la Physique & la Géométrie, mais si nous nous laissons conduire par son seul flambeau, nous pouvons nous égarer à tout moment.

Au reste, si l'on a reconnu que la lumière & les odeurs répandent leur action suivant la proportion inverse du carré des distances, c'est moins par un fait que par le raisonnement suivant.

Dès que l'on conçoit le corps lumineux ou odoriférant comme un centre qui chasse des corpuscules de tous les côtés, il est certain que la même quantité de ces corpuscules tombant

sur des espaces proportionnels aux quarrés de leur éloignement, il en résulte un effet réciproquement proportionnel à ces quarrés, supposé toutefois que la vertu de chaque corpuscule se conserve la même.

Or si l'on veut appliquer cet argument à l'attraction, le sujet de l'application n'ayant plus lieu, l'analogie devient sans force & tombe d'elle-même. Quand on imagineroit que du corps attractif il se détacheroit sans cesse des corpuscules en tous sens, cela suffiroit-il pour le faire attirer un autre corps? on voit bien que pour en expliquer le mécanisme, il faudroit y joindre d'autres causes. Or si nous concevons à peine la possibilité de ces causes par l'extrême difficulté d'en imaginer de probables, comment oserons-nous prononcer sur les loix de leur action? Et si on fait dépendre l'attraction de quelque vertu métaphysique que Dieu auroit donnée à la matière par des raisons qui nous sont impénétrables, par quel moyen fixerons-nous cette attraction si ce n'est par des faits?

Tous les partisans de l'attraction admettent différentes loix suivant lesquelles la matière attire. Ils n'ont communément supposé cette force que proportionnelle à des puissances inverses de la distance, parce que cela leur paroissoit suffisant, & que, lorsqu'on est obligé de changer de loi, il semble qu'on n'ose imaginer que les plus prochaines de celles qu'on avoit admises d'abord. Ayant reconnu l'insuffisance de la loi du quarré pour un phénomène, on prend aussi-tôt celle du cube, ou si l'on veut montrer plus d'universalité, on va jusqu'à une puissance quelconque. Mais ce ménagement à changer de loi vient sans doute de ce que le cube, le quarré quarré, &c. se présentent plutôt à nous en venant de considérer le quarré, que les quantités complexes qu'on appelle *fonctions*. Je vois des exemples de cette réserve de généralisation dans tous les Auteurs qui ont résolu les premiers des problèmes physico-mathématiques, & l'on peut raisonnablement l'attribuer à la difficulté qu'ils auroient trouvée à résoudre ces problèmes dans une plus grande généralité.

Comme ce qu'on appelle en Algèbre fonction, c'est-à-dire,

Yyy ij

quantité composée d'une autre suivant une formation quelconque, est communément difficile à saisir, on ne croit pas que ces quantités plus générales que les simples puissances, puissent servir à représenter une loi suivant laquelle doit agir la Nature qui est toujours simple. A cela je réponds que la Nature est simple sans doute pour celui qui la voit d'un seul coup d'œil & par les vrais rapports des choses, mais qu'elle nous peut paroître composée à nous qui ne la connoissons que par des faits détachés; & que l'on ne fait pas une supposition contraire à l'essence des choses, lorsqu'on admet des loix qui suivent des fonctions plutôt que des puissances: si nous ne pouvons pas les rendre aussi simples en les exprimant, c'est la faute de l'Algèbre qui, en tant que langue, a ses imperfections. Pour donner une idée plus nette de la manière dont on peut regarder comme simples ces fonctions qui révoltent M. de Buffon par la multiplicité de leurs termes, soit imaginé pour un moment que les Géomètres n'aient pas eu le secours de l'analyse pour exprimer des quantités variables & dépendantes d'une autre variable, telle que l'attraction qui dépend de la distance, la résistance, de la vitesse, &c. & qu'ils se soient toujours servi, comme le pratiquent encore quelques Mathématiciens, de figures courbes, dont les largeurs transversales ou ordonnées expriment une des quantités variables, pendant que les hauteurs ou abscisses désignent l'autre; telle courbe paroîtroit alors beaucoup plus simple qu'une autre, pourvû que sa figure eût moins de variation, ou que sa construction géométrique fût plus commode à pratiquer, quoique cependant son équation renfermât beaucoup plus de complication.

Il y a certainement une infinité de courbes dont les équations ont trois termes, & qui sont néanmoins beaucoup plus aisées à décrire & à définir que l'hyperbole qui sert d'échelle à la loi d'attraction $D^2 \frac{4}{243}$, que demanderoit le mouvement de l'apogée de la Lune, si on vouloit représenter par un seul terme la force nécessaire pour le produire; on

trouveroit même des courbes dont l'équation exigeroit une infinité de termes, lesquelles seroient à juste titre prises pour plus simples qu'une telle hyperbole. C'est donc une chose assez indifférente en soi que le nombre de termes, lorsqu'il s'agit d'exprimer la relation de la force attractive, à la distance.

M. de Buffon dit qu'il faut que la loi soit une & non arbitraire, en cela je suis de son avis, je pense comme lui que la force doit être donnée aussi-tôt que la distance l'est. Mais n'y a-t-il que les courbes exprimées par deux termes qui puissent donner cette propriété? M. de Buffon doit sçavoir que toutes les courbes qui n'ont qu'un paramètre, sont dans ce cas, & le nombre en est infini. Dans toutes les courbes de cette espèce, le paramètre servira d'intensité à la force, & la progression des ordonnées représentera la loi de cette force. Toute la différence de ces loix aux simples puissances, c'est que peut-être il nous faudra un peu plus de mots lorsque nous voudrons exprimer ce qui en constitue l'essence.

Comme M. de Buffon veut bien se prêter dans quelques endroits de son Mémoire, à concevoir différentes loix d'attraction, pourvû qu'elles soient désignées par des puissances, je lui demanderai, si, lorsqu'il admet deux forces dans les mêmes parties de la matière, il ne résulte pas de la somme de ces deux forces, une force unique qui est exprimée par deux termes. Or que cette propriété soit l'effet de deux causes toujours agissantes en même temps, ou qu'elle soit produite par une seule cause, cela fait-il quelque chose d'essentiel à mon hypothèse? Nous convient-il de vouloir décider si le Créateur a donné la vertu attractive à la matière par deux décrets différens, ou s'il l'a douée de deux forces à la fois par un seul acte de sa volonté?

Ceci me conduit à parler de l'expédient que M. Bouguer a pris pour accorder les faits que j'ai remarquez avec les espèces d'attractions communément reçues, qui ne dépendent que d'une puissance de la distance. Il suppose que quelques parties de la Terre & des autres planètes, s'il est nécessaire, attirent comme le quarré, quelques autres, comme le cube.

ou comme d'autres puissances, & il tire de l'effet moyen de toutes ces forces particulières une force totale, par laquelle la planète agit suivant une loi complexe. Cette idée n'a rien de contraire à mes recherches, & je suis fort éloigné de la rejeter : cependant je ne la préfère pas à la mienne, parce que je trouve dans mon hypothèse l'avantage de ne faire qu'une seule loi pour tous les phénomènes attribuez communément à l'attraction, & que cet avantage me paroît supérieur à celui de la simplicité des expressions analytiques.

J'ai vû bien des Physiciens éclairés, reprocher aux Newtoniens, qu'ils supposoient de nouvelles propriétés dès que leurs explications en avoient le moindre besoin : ils n'auront plus à se révolter de cette profusion de loix, dans l'hypothèse que je propose.

Il est vrai que la généralité de ma loi pourroit bien un jour être détruite par quelques nouveaux phénomènes, mais je les attends, & de plus je chercherai à les découvrir, avec le même intérêt & la même activité, que ceux qui augmenteroient la vrai-semblance de ma supposition. Je me ferois d'autant moins de peine de recevoir différentes loix d'attractions, que je prétends être le premier qui ai donné les vrais moyens de les reconnoître.

L'idée de M. de Buffon, qui consiste à regarder la force magnétique comme celle qu'il faut joindre à la force qui suit la loi du carré pour produire le mouvement entier de l'apogée de la Lune, est renfermée, comme l'on voit, dans celle de M. Bouguer, mais elle me paroît bien moins satisfaisante. J'avoue que j'aurois de la peine à croire que la force magnétique particulière à deux espèces de corps, & qui ne paroît pas s'étendre bien loin, fût assez sensible pour produire sur la Lune la plus considérable de ses inégalités ; mais comme je ne veux point porter les assertions géométriques dans des matières nécessairement physiques, je me garderai bien de nier que cela soit possible. La force électrique est peut-être elle-même une cause à ne point rejeter en cette occasion.

Si, comme on ne peut guère manquer de le penser, les

phénomènes de l'aimant & l'électricité ont quelques causes matérielles, & qu'on vienne à les connoître, nous pourrions bien en tirer de quoi expliquer toutes les tendances vers des corps centraux, & alors on seroit dispensé de croire la force attractive répandue dans toutes les parties de la matière : ainsi bien-loin que je mette ma loi générale d'attraction au rang des choses dont l'existence est démontrée mathématiquement, je n'y place pas seulement la gravitation universelle.

Quant à l'article de la page 471* du 3^{me} Livre de M. Newton, que M. de Buffon rapporte pour s'autoriser à chercher dans la force magnétique un dénouement à mes difficultés, je ne crois pas qu'on puisse en inférer que M. Newton se préparoit alors à répondre à des objections de cette nature. La manière dont il parle de cette force, *cujus ita quantitas perparva est*, & ce qu'il dit en même temps de la mesure des degrés du méridien, des longueurs du pendule, des hauteurs des marées, de la parallaxe de la Lune, indique, ce me semble, qu'il pensoit seulement qu'on pourroit tirer de ces connoissances, le moyen de déterminer un peu mieux qu'il n'avoit fait, les élémens de la théorie de la Lune. Mais il n'est pas vrai-semblable qu'il pût croire avoir omis une force tout aussi essentielle dans la théorie de la Lune, que l'est la force du Soleil, une force sans laquelle cette théorie écarteroit plus du vrai que la simple supposition du mouvement circulaire & uniforme des planètes.

Après avoir prouvé, ce me semble, l'insuffisance des raisons métaphysiques dont M. de Buffon s'est servi pour détruire ma loi, examinons les expédiens qu'il propose afin de laisser celle du carré dans la possession de régler seule les mouvemens célestes, & servons-nous dans cette épreuve des armes qui doivent toujours être dans les mains des Mathématiciens, je veux dire le calcul & les observations.

M. de Buffon remarque premièrement, que la Lune peut avoir ses deux hémisphères inégalement pesans, comme M. de Mairan l'a dit-il, supposé dans son Mémoire de 1729, & il pense que cette inégalité de pesanteur pourroit suffire

* E'dit. de L'Encyclopédie, 1726.

pour produire le mouvement d'apogée en question.

La supposition d'inégalité de pesanteur, admise par M. de Mairan pour expliquer un phénomène très-différent de celui dont il est question, ne sçauroit être ici d'aucun secours à M. de Buffon, car dans la distribution de la matière de la Lune, la plus favorable au moyen qu'il propose, laquelle consiste à réunir toute la matière de la Lune en deux points placez sur son disque & dans le rayon qui va à la Terre, on ne trouvera que la cause d'un mouvement d'apside extrêmement petit auprès de celui qu'il est nécessaire d'obtenir; j'en ai fait le calcul, mais il est inutile de le donner ici. Ceux qui ont un peu examiné ces sortes de problèmes, qui connoissent les méthodes par lesquelles on trouve l'attraction totale d'un corps dont la figure est donnée, voient ce qu'on peut attendre d'une pareille supposition, avec autant de facilité que l'on juge de la grosseur des corps à la vûe simple.

Cette réflexion m'engage à m'écarter de mon sujet pour parler des loix d'attraction du cube ou d'autres puissances citées dans la dernière Assemblée, comme pouvant dépendre de la loi du quarré, pourvû qu'on donnât une certaine figure aux parties intégrantes des corps. Je crois qu'il est facile de prouver l'impossibilité de cette supposition, non seulement pour des distances éloignées comme celle de la Lune, mais pour celles dont il est question dans les phénomènes qui se passent sous nos yeux.

Dans ces phénomènes il est aisé de voir que la force attractive agit à des distances comme infinies à l'égard des dimensions des parties intégrantes des corps, car la distance de $\frac{1}{4}$ de ligne à laquelle se manifeste l'attraction, est encore immense auprès des dimensions des particules que nos sens, aidez des meilleurs microscopes, ne sçauroient nous faire apercevoir. Si en examinant l'ouvrage des tireurs & des batteurs d'or, nous fatiguons notre imagination à nous représenter la petitesse des parties de ce métal, la fluidité de l'eau nous montre encore plus la nécessité de regarder comme excessivement petites, ses particules élémentaires. Cette
petitesse

petitesse reconnue, la réduction des loix du cube & des autres puissances, à celle du quarré, est détruite par la proposition suivante, dont la vérité faute aux yeux des Géomètres. Un corps quelconque & ses particules attirent, suivant la même loi, tout corpuscule qui en sera éloigné d'une distance infinie, ou très-considérable par rapport à ses dimensions.

Je viens maintenant au second moyen que M. de Buffon tire encore de la figure de la Lune, pour ne pas admettre d'autre loi que celle du quarré. Il imagine que la partie du disque de la Lune que nous voyons, peut être fort alongée, ou la partie opposée fort aplatie. La première de ces deux suppositions me paroît impossible à recevoir lorsqu'on connoît les phénomènes astronomiques; car les phases de la Lune doivent prouver assez sensiblement que sa partie apparente doit être à peu près sphérique, ou du moins qu'elle ne sçauroit autant s'en écarter qu'il le faudroit pour produire le mouvement d'apogée nécessaire.

L'aplatissement de l'autre côté ne sçauroit servir en aucune manière au phénomène dont il s'agit, car la figure d'un corps ne peut être employée pour rendre la loi d'attraction du total différente de celles des parties, que quand toutes ces parties deviendront plus inégalement distantes du centre attirant.

M. de Buffon dit en troisième lieu que si la Lune est un sphéroïde oblong, lequel, suivant M. Newton, nous présente son grand axe, on pourroit bien déterminer la proportion des axes de ce sphéroïde qui donneroit le mouvement d'apogée cherché. Je remarque ici d'abord que M. de Buffon, en citant M. Newton pour s'autoriser à faire la Lune alongée, ne s'appuie apparemment de cette autorité, que pour l'alongement établi par M. Newton, c'est-à-dire, pour une différence d'axe de 93 pieds. Je conviens ensuite avec M. de Buffon, qu'on pourroit calculer la proportion qu'il faudroit donner aux apogées pour le cas présent, & la preuve en est que je l'ai fait. Je prends l'hypothèse la plus favorable à M. de Buffon, celle où l'on rassemble toute la matière vers les extrémités: je regarde la Lune comme composée de deux

points infiniment denses, & qui ont à eux-deux toute la masse, & je prends le reste pour une enveloppe infiniment mince. Par ce moyen je raccourcis le plus qu'il est possible le sphéroïde, & je trouve qu'il doit être cependant quatorze ou quinze fois plus long que le rayon du disque de la Lune, supposée ronde comme nous la voyons.

M. de Buffon, sans avoir fixé la longueur de ce sphéroïde, s'est préparé un moyen d'expliquer la cause d'une forme très-irrégulière à la Lune, & d'un grand allongement; il dit que si on suppose avec lui que les mouvemens de la mer dans ses flux & reflux, ont pû faire des changemens considérables sur la surface de la Terre, de pareils mouvemens plus sensibles sur la Lune ont dû produire de grandes irrégularités: je le lui accorde; mais expliquera-t-il par-là pourquoi ces mouvemens ont placé ainsi presque toute la matière de la Lune dans le même sens & toujours du côté opposé à la Terre? Au reste que cette explication soit solide ou non, elle deviendra inutile si le fait ne peut être: or je crois que la libration de la Lune suffit pour détruire l'existence d'une telle figure; car la Lune nous découvrant tantôt 6 ou 7 degrés d'un côté, & tantôt 6 ou 7 degrés de l'autre par le mouvement qu'elle fait autour de son centre de gravité, il est certain que dans ses balancemens elle nous montreroit cette partie ultérieure, laquelle, quoique vûe en raccourci, altéreroit beaucoup la figure circulaire sous laquelle nous voyons toujours la Lune.

Il y a plus, par la théorie de la précession des équinoxes, tirée de l'action du Soleil & de la Lune sur la Terre considérée comme aplatie, on doit voir que la force du Soleil & celle de la Terre sur cette longue Lune, la dérangeroient peu à peu de sa direction vers la Terre, & nous décéléroient sa vraie figure. Si jamais j'apprends qu'on a vû la Lune autrement que ronde, je me rendrai à cette explication.

Je finirai ce Mémoire par l'examen d'une objection qui ne regarde pas tant la possibilité de ma loi, que la comparaison de sa probabilité avec celle de la loi du quarré des distances. Cette objection très-propre à séduire par la manière

dont M. de Buffon la présente, c'est que la loi du carré étant indiquée par tous les phénomènes, un seul qui ne s'y accorde pas ne suffit pas pour la détruire.

Si les fondemens de cette difficulté étoient réels, j'avoue qu'elle seroit très-solide, mais ce que j'ai déjà dit montre suffisamment qu'elle n'a pas lieu. Pour n'avoir aucun reproche à me faire, je vais récapituler en peu de mots les raisons qui se joignent à ma remarque sur l'apogée, pour me faire pencher en faveur d'une autre loi générale que celle de M. Newton.

1° La Nature n'indique point que la loi du carré soit la seule, puisque les phénomènes les plus à notre portée, tels que la rondeur des gouttes de fluide, l'ascension & la dépression des liqueurs dans les tuyaux capillaires, la cohésion des marbres mis dans le vuide, l'incurvation & la réfraction des rayons de lumière, &c. demandent tous nécessairement d'autres loix d'attraction que celle du carré.

2° La difficulté jusqu'à présent insurmontée, de concilier dans l'hypothèse de la loi du carré les opérations faites pour la détermination de la figure de la Terre, & celles qui font connoître la variation de la pesanteur, me paroît fournir un puissant motif pour admettre une autre loi.

J'interromprai ici le fil de mes argumens, pour demander à M. de Buffon les raisons par lesquelles il soupçonne (toujours dans le Mémoire qu'il a lû) que le terme qu'il faut joindre à celui de la loi du carré pour répondre à ce qu'exige la figure de la Terre, ne peut pas être le même que celui qu'on doit prendre pour satisfaire aux mouvemens de la Lune. Si je lui demande ces raisons, c'est moins pour les combattre qu'afin d'avoir de nouvelles vûes dans la recherche d'un problème que je regarde comme des plus difficiles, je veux dire la détermination de la figure de la Terre dans la nouvelle loi d'attraction dont j'ai déjà parlé. N'ayant pas résolu ce problème, je ne puis pas, comme M. de Buffon, prévoir ce qu'il pourroit apporter de contradiction dans ma loi. Revenons à notre sujet.

3° Si les mouvemens célestes fournissent des preuves

pour la loi du quarré des distances, on doit avouer cependant qu'elles ne sont pas toutes de même force, puisque celles des satellites de Jupiter & de Saturne, ne comportent pas plus de certitude que celles qu'on avoit tirées de la Lune.

4° Les preuves tirées du flux & du reflux de la mer, s'accorderoient non seulement avec une loi qui, comme la mienne, différeroit peu de celle du quarré à de grandes distances, mais avec les loix qui en seroient les plus éloignées.

5° Les preuves tirées de la précession des équinoxes, si elles sont réelles, sont encore dans le cas de ne pas indiquer la nécessité de la loi du quarré, plutôt que celle de toute autre loi.

Pour juger donc nettement du degré de vrai-semblance de ma loi, il faut comparer d'un côté, tant la foiblesse d'une partie des témoignages qui déposent en faveur de la loi du quarré, que la nécessité d'admettre d'autres loix que celles-là dans un grand nombre de cas, & de l'autre l'avantage de ne voir aucun phénomène connu se refuser à la loi que je propose. Pour moi je te répète, ces raisons me déterminent à lui donner la préférence, jusqu'à ce que j'aie vû des objections fondées sur un examen solide & bien discuté de quelque phénomène qui la contredise.

Quoi qu'il en puisse arriver, on n'aura aucun reproche à me faire, puisque l'essentiel de mon travail est d'avoir fourni des moyens sûrs d'employer les phénomènes à connoître les vraies loix de la Nature.



Le thermomètre de M. de Reaumur est descendu au plus bas les 23 & 24 Janvier marquant $7^{\frac{d}{2}}$, & il est monté au plus haut le 16 Juillet marquant 24^d .

L'aiguille aimantée de 4 pouces y déclinait pendant les six premiers mois, de près de 17 degrés. M. Sarrau a écrit de Bordeaux, qu'il étoit tombé en cette ville en 1745, 30 pouces 8 lignes d'eau.

Par la comparaison de toutes ces observations, il paroît qu'il a tombé beaucoup plus d'eau vers la partie méridionale de la France qu'à Paris, & que le plus grand froid & le plus grand chaud arrivés à Paris, ont précédé de quelques jours ceux de Nîmes & de Toulon.

ADDITION au Mémoire qui a pour titre :
Réflexions sur la Loi de l'Attraction.

Par M. DE BUFFON.

JE me suis borné dans ce Mémoire à démontrer que la Loi de l'Attraction par rapport à la distance, ne peut être exprimée que par un terme, & non par deux ou plusieurs termes, que par conséquent l'expression que M. Clairaut a voulu substituer à la loi du quarré des distances n'est qu'une supposition qui renferme une contradiction, c'est-là le seul point auquel je me suis attaché; mais comme il paroît par sa réponse qu'il ne m'a pas assez entendu, je vais tâcher de rendre mon objection plus intelligible en la traduisant en calcul. Ce sera la seule réplique que je ferai à sa réponse.

La loi de l'Attraction par rapport à la distance, ne peut pas être exprimée par deux termes.

DÉMONSTRATION I.

pposons que $\frac{1}{n^2} \pm \frac{1}{n^2}$ représente l'effet de cette force.

552 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 par rapport à la distance x ; ou, ce qui revient au même,
 supposons que $\frac{1}{x^2} \pm \frac{1}{x^4}$ qui représente la force accélératrice, soit égale à une quantité donnée A pour une certaine distance; en résolvant cette équation la racine x sera ou imaginaire, ou bien elle aura deux valeurs différentes: donc à différentes distances, l'Attraction seroit la même, ce qui est absurde: donc la loi de l'Attraction par rapport à la distance ne peut pas être exprimée par deux termes. *C. Q. F. D.*

DÉMONSTRATION II.

La même expression $\frac{1}{x^2} \pm \frac{1}{x^4}$ si x devient très-grand, pourra se réduire à $\frac{1}{x^2}$, & si x devient très-petit, elle se réduira à $\pm \frac{1}{x^4}$; de sorte que si $\frac{1}{x^2} \pm \frac{1}{x^4} = \frac{1}{x^n}$, l'exposant n doit être un nombre compris entre 2 & 4, cependant ce même exposant n doit nécessairement renfermer x , puisque la quantité d'Attraction doit de façon ou d'autre être mesurée par la distance; cette expression prendra donc alors une forme comme $\frac{1}{x^2} \pm \frac{1}{x^4} = \frac{1}{x^x}$, ou $= \frac{1}{x^{x+r}}$; donc une quantité qui doit être nécessairement un nombre compris entre 2 & 4, pourroit cependant devenir infinie, ce qui est absurde: donc la loi de l'Attraction ne peut pas être exprimée par deux termes. *C. Q. F. D.*

On voit bien que les démonstrations seroient les mêmes contre toutes les expressions possibles qui seroient composées de plusieurs termes; donc la loi de l'Attraction ne peut être exprimée que par un seul terme.



M. Clairaut ayant lû le 15 Novembre 1747, un Mémoire sur le système du Monde, dans les principes de la Gravitation universelle, l'Académie jugea à propos de faire imprimer ce Mémoire dans ce Volume, avec celui de M. de Buffon lû le 20 Janvier 1748. M. Clairaut a depuis trouvé par d'autres méthodes quelques résultats différens, & il a lû le 17 Mai 1749, l'Avertissement suivant, que l'Académie a cru devoir publier.

Avertissement de M. Clairaut, au sujet des Mémoires qu'il a donnez en 1747 & 1748, sur le système du Monde, dans les principes de l'Attraction.

LE Problème des trois Corps, dont personne n'avoit donné de solution avant moi, a été traité assez longtemps dans les assemblées de l'Académie, pour que l'on se rappelle facilement la remarque singulière sur l'Apogée de la Lune, à laquelle conduit ma solution.

17 Mai
1749.

Tout ce qui a été dit* pour constater les recherches des Auteurs qui avoient déjà traité la même matière, les difficultés tant physiques que métaphysiques, faites contre la loi de l'attraction que j'avois substituée à la loi ordinaire; & l'aveu que je fis après l'avoir proposée, d'être prêt à l'abandonner, pourvû qu'elle fût combattue par de solides raisons appuyées sur la théorie & les observations, ou que l'on trouvât un meilleur moyen que celui que j'indiquois, pour accorder les phénomènes avec le calcul: Toutes ces choses, dis-je, doivent être assez présentes à la Compagnie, pour que je sois dispensé de remettre sous ses yeux des discussions très-déliçates sur plusieurs principes de calcul, de mécanique & d'astronomie. Mon but actuel est uniquement d'avertir les Géomètres qui s'intéressent à cette question, qu'après l'avoir considérée de nouveau sous un point de vûe qui n'avoit encore été envisagé

* Voyez le Mém. de M. de Buffon, p. 493, avec ma Réponse, p. 529.
Mem. 1745.

578 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de personne, je suis parvenu à concilier assez exactement les observations faites sur le mouvement de l'Apogée de la Lune, avec la théorie de l'attraction, sans supposer d'autre force attractive que celle qui suit la proportion inverse du quarré des distances: du moins les différences que j'ai trouvées entre mes résultats & les observations, sont-elles assez légères pour pouvoir être attribuées à l'omission de quelques élémens que la théorie ne peut employer que très-difficilement, & qui sont heureusement de peu d'importance.

Quoiqu'il fût beaucoup plus satisfaisant pour moi, en publiant ce que je viens d'annoncer à l'Académie, de faire voir la route qui m'y a conduit, & les découvertes que j'ai faites en la parcourant, j'ai cru devoir me contenter actuellement de rendre compte du simple fait, jusqu'à ce que j'aie entièrement achevé le détail que demandent encore mes nouvelles recherches: les fondemens sur lesquels elles posent, sont compris dans un Mémoire que j'ai remis cacheté à M. de Fouchy le 21 Janvier 1749, & dont le pareil a été envoyé avec les mêmes précautions, à M. Folkes Président de la Société royale de Londres, le 26 du même mois. On verra lorsque je les donnerai au public, que tout ce qui a été dit sur cette matière, ne m'a pû être d'aucun secours pour le résultat que j'annonce, & qu'il n'y sera pas question de raisons vagues, mais de principes sûrs & appliquez suivant les règles que prescrit la Géométrie.

Réponse à la réplique de M. de Buffon.

JE viens d'apercevoir l'addition que M. de Buffon a insérée dans ce Volume page 551, sans l'avoir communiquée à l'Académie. Et quoique je ne sois plus attaché à ma loi d'attraction, ou que du moins je la croie inutile pour les phénomènes célestes, depuis le nouveau résultat que j'ai trouvé par rapport à l'Apogée de la Lune, je crois cependant devoir montrer que je n'avois pas eu le tort de proposer une chose

qui fût impossible en elle-même. Et je me flatte de prouver que M. de Buffon en traduisant, comme il le dit, ses preuves en calculs, ne les a pas rendues plus convaincantes.

Il n'est pas permis de supposer, comme M. de Buffon le fait, le signe \pm devant le terme $\frac{1}{x^4}$, parce que ce seroit rendre la force négative lorsque $x < 1$, ce qui seroit bien une véritable absurdité pour le cas dont il est question.

Réfutation de la I^{re} démonstration.

Cela posé, quel que soit le Coefficient que l'on doit mettre devant le terme $\frac{1}{x^4}$, généralité bien plus nécessaire que celle du signe \pm , & qui la renfermeroit si l'on en avoit besoin: l'équation que l'on aura par ce moyen, laquelle sera $\frac{1}{x^2} + \frac{a}{x^4} = A$, en prenant la lettre a pour désigner ce coefficient, n'aura de racines réelles que deux égales, l'une en $+$, l'autre en $-$; & si cette duplicité de racines est encore un inconvénient pour M. de Buffon, qu'il remarque que la loi du carré l'auroit de même.

Au reste, si l'on considère en elle-même la loi $\frac{1}{xx} \pm \frac{1}{x^4}$, qu'on fasse en faveur de M. de Buffon abstraction des phénomènes astronomiques, qui ne permettent pas de supposer le $-$ au terme $\frac{1}{x^4}$, on n'aura aucun lieu d'être choqué de ce que l'on trouveroit deux distances différentes auxquelles la même force seroit exercée. M. de Buffon confond apparemment ce cas avec celui d'une loi qui donneroit deux différentes forces pour la même distance.

Pour peu qu'on soit initié dans l'Algèbre, on ne sauroit imaginer que l'on représente $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}$ par $\frac{1}{x^2}$ ou par $\frac{1}{x^4}$, ou par $\frac{1}{x+x}$. L'argument de M. de Buffon remis en langage vulgaire, ne signifie donc autre chose, sinon que lorsqu'on a admis une fois que la loi de l'attraction ne devoit

Réfutation de la II^e démonstration.

être exprimée que par un terme, on ne pouvoit pas en substituer deux de différentes espèces à sa place. Mais comme cette supposition est la chose même en question, M. de Buffon tombe dans une pétition de principes, bien-loin de donner une démonstration.

Seconde addition au Mémoire qui a pour titre :
Réflexions sur la loi de l'Attraction.

Par M. DE BUFFON.

11 Juin
1749.

JE ne voulois rien ajouter à ce que j'ai dit au sujet de la loi de l'Attraction, ni faire aucune réponse au nouvel Écrit de M. Clairaut : mais comme je crois qu'il est utile pour les Sciences, d'établir d'une manière certaine la proposition que j'ai avancée, sçavoir, que la loi de l'Attraction & même toute autre loi physique, ne peut jamais être exprimée que par un seul terme, & qu'une nouvelle vérité de cette espèce peut prévenir un grand nombre d'erreurs & de fausses applications dans les sciences Physico-Mathématiques ; j'ai cherché plusieurs moyens de la démontrer.

On a vû dans mon Mémoire les raisons méthaphysiques par lesquelles j'établis qu'une qualité physique & générale dans la Nature est toujours simple, & doit par conséquent avoir une mesure simple ; qu'une loi physique qui représente cette mesure, ne peut donc jamais être composée ; qu'elle n'est en effet que l'expression de l'effet simple d'une qualité simple, que l'on ne peut donc exprimer cette loi par deux termes, parce qu'une qualité qui est une, ne peut jamais avoir deux mesures. Ensuite *dans l'addition à ce Mémoire*, j'ai tâché de prouver cette même vérité par la réduction à l'absurde & par le calcul. Ma démonstration est vraie, car il est certain en général, que si l'on exprime la loi de l'attraction par une fonction de la distance, & que cette fonction soit composée

de deux ou plusieurs termes, comme $\frac{1}{x^m} \pm \frac{1}{x^n} \pm \frac{1}{x^r}$, &c.

& que l'on égale cette fonction à une quantité constante A pour une certaine distance, il est certain, dis-je, qu'en résolvant cette équation, la racine x aura des valeurs imaginaires dans tous les cas, & aussi des valeurs réelles différentes dans presque tous les cas; & que ce n'est que dans quelques cas

comme dans celui de $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} = A$, où il y aura deux

racines réelles égales, dont l'une sera positive & l'autre négative; cette exception particulière ne détruit donc pas la vérité de ma démonstration, qui est pour une fonction quel-

conque: car si en général la pesanteur est $= \frac{1}{xx} + m x^n$,

l'exposant n ne peut pas être négatif & plus grand que 2, puisqu'alors la pesanteur deviendroit infinie dans le point de contact; l'exposant n est donc nécessairement positif, & le coefficient m doit être négatif pour faire avancer l'Apogée

de la Lune, par conséquent le cas particulier $\frac{1}{xx} + \frac{1}{x^2}$

ne peut jamais représenter la loi de la pesanteur: & si on se permet une fois d'exprimer cette loi par une fonction de deux termes, pourquoi le second de ces termes seroit-il nécessairement positif? Il y a, comme l'on voit, beaucoup de raisons pour que cela ne soit pas, & aucune raison pour que cela soit.

Dès le temps que M. Clairaut proposa pour la première fois de changer la loi de l'attraction & d'y ajouter un terme, j'avois senti l'absurdité qui résultoit de cette supposition, & j'avois fait mes efforts pour la faire sentir aux autres; mais j'ai depuis trouvé une nouvelle manière de la démontrer, qui ne laissera, à ce que j'espère, aucun doute sur ce sujet important: voici mon raisonnement que j'ai abrégé autant qu'il m'a été possible.

Si la loi de l'attraction, ou telle autre loi physique que l'on voudra, pouvoit être exprimée par deux ou plusieurs

termes, le premier terme étant, par exemple, $\frac{1}{xx}$, il seroit nécessaire que le second terme eût un coefficient indéterminé, & qu'il fût, par exemple, $\frac{1}{m x^4}$; & de même si cette loi étoit exprimée par trois termes, il y auroit deux coefficients indéterminez, l'un au second & l'autre au troisième terme, &c. dès-lors cette loi d'attraction qui seroit exprimée par deux termes $\frac{1}{xx} + \frac{1}{m x^4}$, renfermeroit donc une quantité m qui entreroit nécessairement dans la mesure de la force.

Or je demande ce que c'est que ce coefficient m , il est clair qu'il ne dépend ni de la masse ni de la distance, que ni l'une ni l'autre ne peuvent jamais donner sa valeur, comment peut-on donc supposer qu'il y ait en effet une telle quantité physique? existe-t-il dans la Nature un coefficient comme un 4, un 5, un 6, &c? & n'y a-t-il pas de l'absurdité à supposer qu'un nombre puisse exister réellement, ou qu'un coefficient puisse être une qualité essentielle à la matière? il faudroit pour cela qu'il y eût dans la Nature des phénomènes purement numériques, & du même genre que ce coefficient m , sans cela il est impossible d'en déterminer la valeur, puisqu'une quantité quelconque ne peut jamais être mesurée que par une autre quantité de même genre: il faut donc que M. Clairaut commence par nous prouver que les nombres sont des êtres réels actuellement existans dans la Nature, ou que les coefficients sont des qualités physiques, s'il veut que nous convenions avec lui que la loi de l'attraction ou toute autre loi physique, puisse être exprimée par deux ou plusieurs termes.

Si l'on veut une démonstration plus particulière, je crois qu'on peut en donner une qui sera à la portée de tout le monde, c'est que la loi de la raison inverse du carré de la distance convient également à une sphère & à toutes les particules de matière dont cette sphère est composée. Le globe de la Terre exerce son attraction dans la raison inverse

du carré de la distance; & toutes les particules de matière dont ce globe est composé, exercent aussi leur attraction dans cette même raison, comme Newton l'a démontré: mais si l'on exprime cette loi de l'attraction d'une sphère par deux termes, la loi de l'attraction des particules qui composent cette sphère, ne sera point la même que celle de la sphère; par conséquent cette loi composée de deux termes, ne sera pas générale, ou plutôt ne sera jamais la loi de la Nature.

Les raisons métaphysiques, mathématiques & physiques, s'accordent donc toutes à prouver que la loi de l'attraction ne peut être exprimée que par un seul terme, & jamais par deux ou plusieurs termes, c'est la proposition que j'ai avancée & que j'avois à démontrer.

Réponse au nouveau Mémoire de M. de Buffon.

JE n'entends pas ce que M. de Buffon veut dire, lorsqu'en nous apprenant qu'une loi de la Nature toujours simple ne doit avoir qu'une seule mesure, il en conclut qu'on ne sauroit l'exprimer par deux termes, à cause que ce seroit, suivant lui, se servir de deux mesures. Pourquoi veut-il que deux termes soient deux mesures? Si j'avois prétendu qu'on peut prendre indifféremment un terme ou un autre, j'aurois véritablement alors employé deux mesures, mais l'assemblage de deux termes dont les coefficients & les exposans se doivent déterminer par les phénomènes, ne donne en aucune manière deux mesures à la même force.

Je voudrois bien encore apprendre ce qui porte M. de Buffon à vouloir que le coefficient m dans la formule

$\frac{1}{x^2} + m x^2$ soit relatif à la masse ou à la distance; pour-

quoi il s'étonne qu'une quantité constante puisse entrer dans l'expression d'une quantité variable, & pourquoi il faut lui prouver que les nombres 4, 5, &c. existent dans la Nature, afin qu'il admette des coefficients dans les valeurs analytiques des forces.

Avant de lui répondre, je le prie de me dire si le 2 qui sert d'exposant dans la loi du carré, & l'exposant n qu'il veut bien admettre en recevant les loix d'un seul terme, existent plus dans la Nature que le coefficient de mon second terme?

Je demanderai encore à M. de Buffon ce que c'est que des phénomènes numériques & du même genre que le coefficient m : n'ayant point d'idée de ce qu'il entend par ces phénomènes, je ne sçauois les employer à déterminer le coefficient en question.

Tous ces articles du nouveau Mémoire de M. de Buffon, ne me paroissant avoir aucun sens assez positif pour entreprendre d'y répondre, je passerai à ceux qui sont plus susceptibles d'examen.

M. de Buffon en considérant une loi telle que $\frac{1}{xx} + mx^2$

qui seroit composée de deux termes, veut que l'exposant n soit positif, parce que sans cela la force seroit infinie dans le contact, & il fait ensuite le coefficient m négatif pour faire avancer l'apside; mais à quoi pense-t-il d'examiner une loi que l'on ne peut prendre pour celle de la Nature, sans ignorer & la théorie des trajectoires & toutes les observations; car si l'exposant n étoit positif, les mouvemens d'apsides des Planètes supérieures seroient beaucoup plus grands que ceux des Planètes inférieures, ce qu'aucun Géomètre ne sçauroit ignorer, & ce qu'on sçait aussi contraire aux phénomènes.

Si M. de Buffon objecte qu'on ne sçauroit prendre l'exposant n en moins, parce que la force seroit infinie dans le contact, en cela il ne fait autre chose que rappeler mes propres paroles, sans me citer comme il l'auroit dû; car j'ai dit, que je ne propoisois la loi $\frac{1}{xx} + \frac{m}{x^2}$, que pour donner une idée de celle que je voulois substituer à la loi ordinaire, & qu'un des inconvéniens de l'expression $\frac{1}{xx} + \frac{m}{x^2}$ étoit de rendre la force beaucoup trop considérable dans les corps contigus, ou très-voisins les uns des autres.

Cet

Cet inconvénient seroit aisé à éviter en prenant d'autres fonctions que celles qui s'expriment par des assemblages de puissances : mais pour proposer de pareilles fonctions, plus composées encore que celles que M. de Buffon rejette, seroit-il nécessaire de lui prouver auparavant qu'il existe dans la Nature des quotiens de quantités complexes, des radicaux, des logarithmes, des sommes intégrales, &c. toutes expressions dépendantes de l'algorithme des Géomètres, & qui n'ont aucun rapport avec l'existence des quantités physiques qu'elles peuvent servir à exprimer. Demander qu'on trouve des coëfficiens ou d'autres quantités de même espèce, existans par eux-mêmes, me paroît une prétention aussi-bien fondée que si on vouloit trouver dans la Nature l'existence des lettres & des mots qu'on employe à définir des choses qui existent réellement.

Je ne reviendrai point sur les preuves que j'ai données dans ma première réponse, pour faire voir que la forme de l'expression d'une force ne doit point empêcher qu'on en croie l'existence, si les phénomènes la demandent ; mais je ferai seulement remarquer à M. de Buffon, que dès qu'il ne veut admettre que des puissances pour exprimer une loi, & qu'il rejette ensuite les termes où les exposans sont négatifs, il se restreint à ne vouloir dans la Nature d'autre loi que celle du carré, car il ne pense plus sans doute à se servir des puissances positives qui sont opposées à tous les phénomènes connus. Or s'il fait ainsi main-basse sur toutes les loix différentes de celles du carré, qu'il nous dise donc comment il expliquera par cette loi les phénomènes de la réfraction ; de la rondeur des gouttes, de l'ascension des liqueurs dans les tuyaux capillaires, &c. phénomènes pour lesquels M. Newton prétend qu'on doit prendre des loix plus élevées que la troisième puissance inverse des distances. C'est ainsi que M. de Buffon ; en croyant défendre M. Newton, l'attaque réellement.

La dernière raison qu'apporte M. de Buffon pour détruire les loix composées de deux termes, c'est que dans de telles

loix les sphères entières n'attireroient pas suivant la même raison que leurs particules, au lieu que dans la loi du quarré on rencontre cet accord du tout avec les parties : mais il faut être bien aisé à contenter en démonstration, pour en trouver une dans un pareil argument, & il faut en même-temps bien peu faire d'attention à la théorie de l'attraction. M. de Buffon doit sçavoir que cette ressemblance de la loi d'attraction totale d'un corps à celle de ses parties, n'a été trouvée que pour les seules sphères, & non pour les sphéroïdes & les autres corps que nous présente l'Univers.

Si l'on vouloit déterminer par un tel principe les loix de la force qui doit animer toute la Nature, on donneroit la préférence à l'attraction directement proportionnelle à la distance ; car dans cette loi, non-seulement les sphères, mais tous les corps du monde, attireroient suivant la même loi que leurs parties. Seroit-il raisonnable de quitter la voie des phénomènes, pour connoître les forces qui agissent dans la Nature, & de les vouloir déterminer par le plus ou le moins de simplicité d'une expression analytique ?

Les raisons métaphysiques, mathématiques & physiques que M. de Buffon a employées, ne sont donc d'aucun effet contre la loi que j'ai proposée pour concilier les phénomènes astronomiques avec ceux qui se passent tous les jours sous nos yeux, comme la rondeur des gouttes d'eau, l'ascension des liqueurs dans les tuyaux capillaires, &c.

Au reste, je répéterai ici ce que j'ai dit plusieurs fois dans l'Académie. Je regarde l'idée que j'ai eue de choisir une loi complexe pour réunir les différentes espèces de loix qu'on a employées, comme un de ces expédiens qui viennent si facilement à l'esprit, que je n'y attache aucun mérite ; je ne l'ai soutenue que parce que M. de Buffon la prétendoit absurde, & il m'a engagé malgré moi dans une dispute qui ne faisoit rien au fond de la question.

M. Ferrein lut en 1746, deux Mémoires sur le mouvement des mâchoires ; l'Académie jugea à propos de les faire paroître