FORMULE *SUR* *LES ECHELLES ARITHMETIQUES.*

Par M. DE BUFFON.

TOUT nombre dans une Echelle donnée, peut être exprimé par une suite

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3} +, \text{ \&c.}$$

x représente la Racine de l'Echelle arithmétique, n la plus haute puissance de cette Racine, ou, ce qui est la même chose, le nombre des places moins 1. a, b, c, d, sont les coëfficients, ou les signes de la quotité. Par exemple, 1738 dans l'Echelle décimale donnera $x = 10$, $n = 4 - 1 = 3$, $a = 1$, $b = 7$, $c = 3$, $d = 8$; en sorte que

$$ax^n +, bx^{n-1} +, cx^{n-2} +, dx^{n-3} \text{ sera}$$
$$1.10^3 + 7.10^2 + 3.10^1 + 8.10^0 =$$
$$1000 + 700 + 30 + 8 = 1738.$$

L'expression de ce même nombre dans une autre Echelle arithmétique sera

$$n(x \pm y)^v + p(x \pm y)^{v-1} + q(x \pm y)^{v-2}$$
$$+ r(x \pm y)^{v-3} \text{ \&c.}$$

y représente la différence de la Racine de l'Echelle proposée, & de la Racine de l'Echelle demandée; y est donc donnée, aussi-bien que x. On déterminera v, en faisant le nombre proposé $ax^n +, bx^{n-1} +, cx^{n-2} +, dx^{n-3}$ &c. égal $(x \pm y)^v$ ou $A = B^v$; car en passant aux logarithmes, on aura $v = \frac{lA}{lB}$. Pour déterminer les coëfficients m, p, q, r, il n'y aura qu'à diviſer le nombre propoſé A par $(x \pm y)^v$, & faire m égal au quotient en nombres entiers; enſuite diviſer le reſte par $(x \pm y)^{v-1}$, & faire p égal au quotient en nombres entiers ; & de même diviſer le reſte par $(x \pm y)^{v-2}$, & faire q égal au quotient en nombres entiers, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier terme.

Par exemple, on demande l'expreſſion dans l'Echelle arithmétique quinaire du nombre 1738 de l'Echelle dénaire $a = 10$, $y = -5$, $A = 1738$, $B = 5$, donc $v = \frac{Log.\ 1738}{Log.\ 5} = \frac{3.2400498}{0.6989700} = 4$ en nombres entiers. Je diviſe 1738 par 5^4, ou 625, le quotient en nombres entiers eſt $2 = m$, enſuite je diviſe le reſte 488 par 5^3, ou 125, le quotient en nombres entiers eſt $3 = p$, & de même je diviſe le reſte 113 par 5^2, ou 25, le quotient en nombres entiers eſt $4 = q$, & diviſant encore le reſte, 13 par 5^1, le quotient eſt $2 = r$, & enfin diviſant le dernier reſte 3 par $5^0 = 1$, le quotient eſt $3 = s$; ainſi le nombre 1738 de l'Echelle dénaire ſera 23423 dans l'Echelle arithmétique quinaire.

On demande l'expreſſion du même nombre 1738 de l'Echelle dénaire dans l'Echelle arithmétique duodénaire $a = 10$, $y = 2$, $A = 1738$, $B = 12$, donc $v = \frac{Log.\ 1738}{Log.\ 12} = \frac{3.2400498}{1.0791812} = 3$ en nombres entiers. Je diviſe 1738 par 12^3, ou 1728, le quotient en nombres entiers eſt $1 = m$; enſuite je diviſe le reſte 10 par 12^2, le quotient en nombres entiers eſt $0 = p$, & de même je diviſe ce reſte 10 par 12^1, le quotient en nombres entiers eſt encore $0 = q$, & enfin je diviſe encore ce reſte 10 par 12^0, le quotient eſt $10 = r$; le nombre 1738 de l'Echelle dénaire ſera donc $100k$ dans l'Echelle duodénaire, en ſuppoſant que le caractere k exprime 10.

Si l'on veut avoir l'expreſſion de ce nombre 1738 dans l'Echelle arithmétique binaire, on aura $y = 8$, $B = 2$, $v = \frac{Log.\ 1738}{Log.\ 2} = \frac{3.2400498}{0.3010300} = 10$ en nombres entiers. Je diviſe 1738 par 2^{10}, ou 1024, le quotient $1 = m$, puis je diviſe le reſte 714 par 2^9, ou 512, le quotient $1 = p$; de même je diviſe le reſte 202 par 2^8, ou 256, le quotient $0 = q$; je diviſe encore ce reſte 202 par 2^7, ou 128, le quotient $1 = r$; de même le reſte 74 diviſé par 2^6, ou 64, donne $1 = s$, & le reſte 10 diviſé par 2^5, ou 32, donne $0 = t$, & ce même reſte 10 diviſé par 2^4, ou 16, donne encore $0 = u$; mais ce même reſte 10 diviſé par 2^3, ou 8, donne $v = 1$, & le reſte 2 diviſé par 2^2, ou 4, donne $w = 0$; mais ce même reſte 2 diviſé par 2^1, donne $u = 1$, & le reſte 0 diviſé par 2^0, ou 1, donne le quotient $z = 0$. Donc le nombre 1738 de l'Echelle dénaire ſera 11011001010 dans l'Echelle binaire ; il en ſera de même de toutes les autres Echelles arithmétiques.