

INSTITUT DE FRANCE

ACADÉMIE DES SCIENCES

NOTICE
SUR LA VIE ET L'ŒUVRE
DE
ÉMILE BOREL

Membre de la section de géométrie.

Lecture faite en la séance annuelle des prix
DU 9 DÉCEMBRE 1957

PAR

M. LOUIS DE BROGLIE

Secrétaire perpétuel.



PARIS
PALAIS DE L'INSTITUT
M CMLVII

INSTITUT DE FRANCE

ACADÉMIE DES SCIENCES

NOTICE

SUR LA VIE ET L'ŒUVRE

DE

ÉMILE BOREL

Membre de la section de géométrie

PAR

M. LOUIS DE BROGLIE

Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences

LECTURE FAITE EN LA SÉANCE ANNUELLE DES PRIX DU 9 DÉCEMBRE 1957.

MESSIEURS,

Dans une Compagnie comme la nôtre que la mort, hélas! décline constamment, il y a des disparitions qui nous donnent l'impression de nous avoir causé une perte irréparable, d'avoir ouvert dans nos rangs un vide bien difficile à combler. C'est un deuil de ce genre qui nous a frappés au début de l'an dernier, quand nous avons appris le décès d'Émile Borel. Ce n'était pas seulement un grand mathématicien qui disparaissait avec lui. S'il comptait parmi les plus

INSTITUT.

1957. — 30

grands savants de notre temps, s'il avait ouvert des voies nouvelles et fécondes dans les directions les plus diverses en tous les domaines des Mathématiques pures et appliquées, il avait été aussi un esprit à la pensée élevée et vigoureuse qui s'était intéressé à tous les problèmes humains; il avait été à ses heures un grand organisateur, un homme d'action, énergique et réalisateur. Un tel faisceau de fortes qualités d'intelligence et de volonté jointes à de grandes qualités morales faisait de lui une très forte personnalité que d'aucuns redoutaient un peu en raison d'une certaine rudesse de caractère, d'ailleurs plus apparente que réelle.

Émile Borel était né le 7 Janvier 1871, à Saint-Affrique, dans l'Aveyron. Enfant de cette rude région des Cévennes où la Réforme a poussé jadis de profondes racines, il était le fils d'un pasteur protestant, fils lui-même d'un artisan de Montauban. Sa mère, Émilie Teissié-Solier, fille de grands négociants en drap de Saint-Affrique, aurait pu facilement épouser le fils de quelque riche propriétaire de la région, mais elle s'y était obstinément refusée pour pouvoir suivre son inclination et épouser le pasteur Borel. Sans doute peu satisfait de ce mariage, le père de Madame Borel réduisit autant qu'il le pût sa part d'héritage sans d'ailleurs que cette décision ait aucunement détendu les liens d'affection existant entre le père et la fille.

Au moment où naquit Émile Borel, ses parents habitaient une belle et spacieuse maison du dix-huitième siècle où le Consistoire de Saint-Affrique logeait alors les pasteurs de la ville. Un peu tard venu dans la famille, il avait déjà deux sœurs de seize et de quatorze ans plus âgées que lui.

D'esprit très éveillé et apte dès le plus jeune âge à suivre des raisonnements relativement difficiles, Émile Borel fut dans son enfance guidé dans ses premières études par son père, homme intelligent et instruit. Celui-ci dirigeait d'ailleurs, dans la propre maison où il habitait, une école destinée à l'instruction des jeunes protestants de la région et c'est là que son fils reçut sa première formation intellectuelle. Parvenu à l'âge de onze ans, Émile Borel quitte Saint-

Affrique et va poursuivre ses études au Lycée de Montauban. Pendant son séjour à Montauban, il habita chez sa sœur aînée, Madame Lebeau, mariée à un pasteur de cette ville, sœur dont il devait plus tard, nous le verrons, adopter le fils devenu orphelin. Quelques années après, il vint à Paris en qualité de boursier au Collège Sainte-Barbe et suivit les cours du Lycée Louis-le-Grand pour la préparation de l'École Normale Supérieure. C'est ainsi qu'à dix-huit ans, tout en obtenant le premier prix du Concours général, il est reçu premier à la fois à l'École Polytechnique et à l'École Normale.

Des amis de sa famille, industriels et négociants à Paris, lui conseillaient vivement de choisir l'École Polytechnique, lui faisant valoir qu'avec l'ensemble de ses qualités physiques et intellectuelles, il lui serait facile de faire ensuite une brillante carrière dans l'industrie ou les affaires, d'avoir une belle situation pécuniaire et de faire un riche mariage dans la bonne société protestante de Paris. Mais Borel était attiré très fortement vers les études scientifiques et en particulier mathématiques, il ne tenait pas au luxe, au monde, ni à l'argent : d'accord avec son père, il opta pour l'École normale.

Chose exceptionnelle, il eut à faire son service à Montpellier avant d'entrer à l'École normale, mais dès ce moment, bien que simple soldat de deuxième classe, il fut chargé, en raison de sa valeur scientifique déjà reconnue, de faire des conférences à l'Université de la ville où il accomplissait son service. Puis, après deux années passées à l'École de la rue d'Ulm, il passe l'agrégation en 1892, et en 1893, il est nommé Maître de Conférences à l'Université de Lille au moment même où il achève et soutient sa thèse de Doctorat. Dès lors vont se succéder à une très rapide cadence une série d'admirables travaux mathématiques qui vont le classer parmi les premiers mathématiciens de son temps.

Revenu à Paris en 1897 comme Maître de Conférences à l'École Normale, il est chargé trois années de suite, de 1899 à 1902, au Collège de France, du Cours Pécot réservé, vous le savez, à de jeunes

savants de moins de trente ans dont les travaux ont déjà particulièrement attiré l'attention. A peine âgé de trente ans, ses travaux sur la théorie des fonctions et sur les séries divergentes le font dès cette époque considérer comme un maître : ils ont attiré l'attention de notre Académie qui lui décerne coup sur coup plusieurs de ses prix les plus importants. C'est ainsi qu'il reçoit à 27 ans seulement, en 1898, le grand prix des Sciences mathématiques, puis en 1901 le prix Poncelet, en 1904 le prix Vaillant, en 1905 le prix Petit d'Ormoy.

Tandis qu'il poursuit et étend ses travaux mathématiques, tandis qu'il assure son service d'enseignement à l'École normale, tandis qu'il remplit également les fonctions d'examineur à l'École Navale de 1901 à 1908, son goût pour les idées générales, et en particulier pour tous les problèmes philosophiques, sociaux ou politiques, le conduit à élargir le champ de son activité : c'est l'époque, nous le verrons, où il emploie le montant du prix Petit d'Ormoy à lancer la Revue du Mois.

L'année 1909 marque un premier tournant de sa carrière : il est nommé Professeur de Théorie des Fonctions à la Faculté des Sciences de Paris et l'année suivante il devient Sous-Directeur de l'École normale supérieure où, pendant dix ans, il exercera son influence avec compétence et autorité sur plusieurs générations d'élèves. Son entrée dans notre Académie apparaît comme prochaine. Présenté en troisième ligne *ex æquo* avec M. Hadamard en 1900 et en 1901 par la section de géométrie, il est présenté en 1912 en seconde ligne *ex æquo* avec M. Goursat.

Il avait depuis plusieurs années épousé la fille de notre ancien Confrère, Paul Appell, l'illustre mathématicien contemporain et émule de Henri Poincaré et d'Émile Picard et dans la famille où il était ainsi entré, il trouvait une atmosphère intellectuelle particulièrement favorable au développement de ses propres tendances. Madame Borel, qui devait bientôt se faire un nom en littérature sous le pseudonyme de Camille Marbo, entretenait autour de son mari, par son influence et par ses relations, une ambiance extrêmement propice au foisonnement d'idées et de sentiments qui caractérisait leurs deux

esprits. Comme l'a écrit notre Confrère, M. Paul Montel, dans la notice nécrologique qu'il a consacrée à Émile Borel: « A son foyer s'unissaient harmonieusement deux esprits tournés vers des joies différentes de la pensée, mais servis l'un et l'autre par une des plus précieuses qualités humaines: l'imagination. Il semble que leur influence mutuelle ait donné aux romans de l'un la rigueur des analyses psychologiques et de la suite des événements et aux ouvrages scientifiques de l'autre le goût de la fantaisie et le sens des images. »

Ainsi vers 1914, dans toute la maturité de son génie scientifique secondée par un ensemble de circonstances heureuses, Émile Borel paraissait approcher du sommet de sa carrière: c'est alors qu'éclata la guerre de 1914. Pendant la durée de ce grand cataclysme dont le souvenir subsiste comme un épais nuage noir au fond de la mémoire de tous ceux qui l'ont vécu, notre Confrère devait apporter de bien des façons une collaboration active, courageuse et efficace à la grande œuvre de la Défense nationale. Directeur des études scientifiques de l'École normale, il voyait avec douleur la mort faucher d'une manière tragique les rangs de ses élèves qu'il avait appris à connaître et à aimer et dont il pouvait présager les futurs succès; il était même personnellement atteint dans ses affections les plus chères par la mort glorieuse de l'un des Élèves de l'École, Fernand Lebeau, son neveu, dont il avait fait son fils adoptif. Mais il était homme à surmonter tous ses chagrins pour toujours faire face à ses devoirs. Tandis que Madame Borel prodiguait avec charité et dévouement ses soins aux blessés qui étaient en traitement à l'hôpital de l'École normale, Émile Borel partageait son temps entre le front où il commanda une batterie d'artillerie et fit preuve d'un grand courage devant le danger et les recherches qu'il poursuivit, notamment dans le cadre du service des inventions intéressant la défense nationale qu'avait créé Paul Painlevé et dont il fut le principal organisateur. Les contributions qu'il a apportées à la solution d'importants problèmes concernant le repérage par le son et diverses questions d'artillerie, telles que les corrections de tir, le vent balistique etc. . furent considérables et contribuèrent pour leur part au succès de nos armes.

Rendu par l'Armistice à ses activités civiles, Borel réorganise à l'École normale les études scientifiques quelque peu bouleversées par les événements. Puis, cette tâche accomplie, il abandonne son poste de direction à l'École normale pour se consacrer à la nouvelle chaire qui vient de lui être attribuée à la Faculté des Sciences. En 1919, en effet, la mise à la retraite de notre ancien Confrère Joseph Boussinesq rendit vacante une chaire de création déjà ancienne qui avait été antérieurement occupée par des mathématiciens illustres, tels que Lamé et Henri Poincaré: la Chaire de Calcul des Probabilités et Physique mathématique. Or l'enseignement donné dans cette chaire correspondait exactement à une nouvelle orientation des recherches d'Émile Borel: depuis dix ans, sans abandonner ses travaux de haute analyse et peut-être même orienté dans cette nouvelle voie par ces travaux mêmes, il avait accordé une attention de plus en plus grande aux principes et aux méthodes du Calcul des Probabilités, cette discipline qui tient une place si particulière dans l'ensemble des mathématiques et qui, par la variété de ses applications, allant des sciences physiques et naturelles jusqu'à l'économie politique et à la sociologie, devait exercer une attraction toute spéciale sur l'universelle curiosité d'un esprit comme le sien. Abandonnant la chaire de Théorie des fonctions à l'un de ses collègues mathématiciens, Borel sollicita et obtint la succession de Boussinesq. Il était d'autant plus apte à la recueillir que plusieurs branches de la Physique mathématique, comme la théorie cinétique des gaz et la théorie de la Relativité, lui étaient familières et avaient fait, comme nous le verrons plus loin, l'objet de ses méditations. Il devait conserver la chaire de Calcul des Probabilités et Physique mathématique jusqu'à sa mise à la retraite en 1944 et en faire un centre d'enseignement et de recherches particulièrement actif et brillant.

En 1921, Borel, atteignant la cinquantaine, entra dans notre Académie. Déjà, en 1919, la section de Géométrie l'avait présenté en première ligne, mais le scrutin avait été favorable à l'un de ses concurrents, Édouard Goursat. Deux ans plus tard, les portes de notre

Compagnie s'ouvraient devant lui et il recevait la consécration, déjà un peu tardive, d'une magnifique œuvre de science.

Destiné à atteindre l'âge de 85 ans, Borel avait encore devant lui une longue période de vie pendant laquelle il allait pouvoir, tout en continuant son œuvre de mathématicien et de penseur, manifester dans toute leur force les qualités d'homme d'action et de grand organisateur dont il avait déjà donné maintes fois des preuves. Remettant à plus loin l'exposé de cette seconde période de son existence, je voudrais maintenant faire une brève analyse de l'éclatante œuvre scientifique qu'il avait accomplie dans ses années de jeunesse et de première maturité.

* * *

L'œuvre scientifique d'Émile Borel au début de sa carrière a porté essentiellement sur des sujets de haute Analyse mathématique et il est assez difficile d'en faire ici un exposé complet. Fort heureusement, celui de nos Confrères qui a remplacé Émile Borel dans la section de Géométrie, M. Maurice Fréchet, a l'intention de consacrer à son prédécesseur une notice où il étudiera en détail, beaucoup mieux que je ne saurais le faire, les divers aspects de la grande œuvre de Borel. Cette circonstance me permet de n'en donner ici qu'un aperçu général.

Ainsi qu'Émile Borel l'a lui-même souligné dans l'une de ses notices, son œuvre mathématique de jeunesse a porté principalement sur trois branches particulières de l'Analyse: la théorie générale des fonctions de variables réelles, la théorie des fonctions entières et la théorie des séries divergentes. Et dans chacun de ces domaines, il a apporté sur un point capital un résultat essentiel: une définition nouvelle de la mesure des ensembles, une démonstration directe et originale du grand théorème d'Émile Picard et la définition de la Sommabilité des séries divergentes.

Borel avait beaucoup réfléchi sur l'idée même de fonction. Se rapprochant du point de vue qui fut celui de Cauchy et d'Hermite, il

avait une certaine tendance à considérer la fonction comme un être mathématique qui doit pouvoir être entièrement calculable à partir de fonctions simples à l'aide de séries, d'intégrales, d'équations différentielles, etc. . Mais il n'ignorait pas qu'on peut adopter un point de vue plus abstrait qui consiste à se donner *a priori* une fonction comme étant une correspondance qui n'a pas besoin d'être formulée explicitement pour être conçue. Ce point de vue plus abstrait qui fut celui des Dirichlet, des Weierstrass et des Riemann a élargi et consolidé les bases de la théorie des fonctions: il a donc été fécond et utile. Mais Borel estimait que finalement il ramenait en fait, sinon en droit, à la conception de Cauchy puisqu'il conduisait, en envisageant il est vrai une variété de combinaisons analytiques beaucoup plus grande que celle dont disposait Cauchy, à construire effectivement les fonctions conçues d'abord abstraitement. Cette sorte de «réalisme mathématique» conduisait Émile Borel à considérer avec une certaine méfiance les théories très abstraites de Cantor et de ses disciples et l'amena souvent au cours de sa carrière à se livrer à des controverses, parfois très vives, avec d'autres mathématiciens.

C'est, semble-t-il, pour mieux pouvoir comparer les «fonctions honnêtes» chères à Cauchy et à ses émules et les «fonctions bizarres» qu'avaient été amenés à envisager les protagonistes de l'école abstraite, que notre Confrère voulut mettre plus de clarté dans la théorie des ensembles en donnant dans cette théorie une nouvelle définition de la notion de base de «mesure». Cette définition nouvelle et les applications diverses qu'il en a faites sont à l'origine des travaux de nombreux géomètres et en particulier de ceux de Henri Lebesgue et de ses continuateurs. Au cours de ses recherches, Borel a démontré le théorème suivant: Considérons une fonction y d'une valeur réelle x définie dans une intervalle $\theta - f$ des valeurs de x de telle façon qu'il existe un moyen analytique de construire y et supposons de plus que la fonction y est bornée; alors étant donnés deux nombres positifs arbitrairement petits ϵ et ϵ' , on peut déterminer un polynôme $P(x)$ tel que les points où la différence $y - P(x)$ est plus grande en valeur absolue que ϵ forme un ensemble de mesure

inférieure à ϵ . En d'autres termes toute fonction continue équivaut à un polynôme à $\gamma\epsilon$ près». Jugeant la valeur de ce théorème, son auteur déclarait que son importance est essentielle dans la théorie des fonctions de variables réelles, car il montre que les singularités de ces fonctions occupent très peu de place: conciliant le point de vue de Cauchy avec celui des analystes abstraits, ce théorème montre que si les fonctions « bizarres » totalement discontinues sont les plus générales, toutes les fonctions, que l'on peut effectivement définir (en particulier toutes celles que l'on rencontre dans les applications) appartiennent au type des « fonctions honnêtes ».

Les réflexions de Borel sur les fonctions de variables réelles devaient naturellement le conduire aussi à étudier, par des méthodes analogues, les propriétés des fonctions de variable complexe; elles devaient l'amener à obtenir un résultat qui provoqua l'étonnement de tous les mathématiciens. Cauchy avait établi toute la théorie des fonctions d'une variable complexe sur l'hypothèse qu'une telle fonction doit être « monogène », c'est-à-dire posséder une dérivée unique bien déterminée en chaque point du plan de la variable complexe: Weierstrass avait plus tard défini les fonctions analytiques par le fait qu'on peut les représenter par une série de Taylor dans une région finie du plan complexe avec souvent la possibilité de les prolonger analytiquement au-delà de cette région: on en tirait aisément la conclusion que si deux fonctions analytiques coïncident sur un arc de courbe fini dans le plan complexe, elles coïncident dans tout leur domaine d'existence. Après l'œuvre de Weierstrass, on avait admis que l'analyticité résulte de la monogénéité et que par suite la conception de Weierstrass, tout en coïncidant avec celle de Cauchy, donnait une vue plus complète et plus profonde des propriétés des fonctions de variables complexe. Or, Émile Borel, après avoir étudié avec sa perspicacité habituelle un cas particulier, montra qu'une fonction peut être monogène dans un certain domaine du plan complexe *sans y être analytique* et que cela suffit pour la déterminer dans tout le domaine. C'est donc la monogénéité et non l'analyticité qui est le caractère essentiel des fonctions de variable

complexe et qui assure à elle seule leur unicité. Et, comme il avait toujours éprouvé la plus vive admiration pour le génie de Cauchy, Borel était particulièrement fier d'avoir prouvé que c'était bien le grand géomètre français qui avait du premier coup aperçu la définition la plus profonde des fonctions de variables complexes. Au cours de ses recherches, il introduisit la notion de « fonctions quasi-analytiques » qui a reçu depuis de grands développements. Il passa d'ailleurs plus de vingt ans à analyser et à comparer les notions de monogénéité et d'analyticité avant de résumer ses travaux à ce sujet dans un Ouvrage dont nous reparlerons.

Spécialiste de la théorie des fonctions, Borel devait naturellement porter ses études sur ce type simple de fonctions que sont les fonctions entières « régulières pour toute valeur finie de la variable et c'est dans cette direction qu'il devait réaliser une nouvelle prouesse en donnant une démonstration directe du grand théorème d'Émile Picard. Par une voie un peu détournée utilisant la notion de fonction modulaire due à Hermite, Picard avait pu démontrer en 1880 qu'une fonction uniforme prend au voisinage d'un point singulier essentiel une infinité de fois toutes les valeurs sauf deux. De ce grand Théorème, il avait déduit d'autres théorèmes analogues et des conséquences diverses. Or, pour une fonction entière, l'infini étant une des valeurs exceptionnelles, il ne peut y avoir plus d'une autre valeur exoeptionnelle: en particulier, toute fonction entière qui ne prend ni la valeur zéro, ni la valeur un, se réduit à une constante. A vingt-cinq ans, en 1896, Émile Borel donne une démonstration directe de ce théorème résolvant ainsi un problème dont la difficulté depuis près de vingt ans avait arrêté tous les mathématiciens. Émile Picard, en communiquant à l'Académie la démonstration de Borel, exprima toute son admiration pour ce résultat. Ce travail, en ouvrant des voies nouvelles, permit à Borel lui-même et à d'autres analystes d'approfondir les théorèmes de Picard et d'en confirmer l'exceptionnelle importance.

Dans une troisième voie, Émile Borel devait aussi obtenir des résultats mémorables: ce fut en étudiant les séries divergentes. En

principes, les séries divergentes apparaissent comme pratiquement inutilisables puisqu'elles donnent une somme infinie. Mais déjà des mathématiciens comme Poincaré et Cesaro avaient montré que certaines séries convergentes peuvent être rendues utilisables par des moyens appropriés. Émile Borel a étudié très profondément cette question et a indiqué notamment un procédé de sommation exponentielle des séries divergentes auquel son nom est resté attaché. Il a montré aussi que dans certains cas on peut rigoureusement déduire d'un développement en série formellement divergent qui satisfait une certaine équation différentielle, une intégrale de cette équation.

Je ne veux pas prolonger davantage l'analyse de l'œuvre proprement mathématique d'Émile Borel. En dehors de ses travaux en Calcul des Probabilités dont nous parlerons plus loin, il a étudié, toujours avec pénétration et profondeur, beaucoup d'autres problèmes non seulement en Analyse, mais aussi en Géométrie, en Arithmétique et en Algèbre. L'exposé complet d'une œuvre aussi considérable déborderait le cadre d'une notice comme celle-ci et je n'aurais pas d'ailleurs la compétence voulue pour le faire.

Mais il me faut rappeler que Borel, qui toute sa vie s'intéressa à l'enseignement des mathématiques même au niveau élémentaire, a voulu créer une collection d'exposés sur cette théorie des fonctions dont il était le rénovateur. Ces « Monographies sur la théorie des fonctions » publiées par la maison Gauthier-Villars contiennent des exposés qui tous se rattachent plus ou moins au mouvement d'idées créé par notre illustre Confrère et elles constituent un ensemble qui fait le plus grand honneur à la pensée mathématique française. Naturellement, Émile Borel a écrit lui-même plusieurs de ces monographies parmi les plus importantes : successivement parurent sous sa signature d'abord un ouvrage fondamental intitulé « Leçons sur la théorie des fonctions », puis des monographies consacrées aux fonctions entières, aux séries divergentes, aux fonctions méromorphes, aux fonctions de variables réelles, aux séries à termes positifs, à la théorie de la croissance, aux méthodes et problèmes de la théorie

des fonctions. En 1917 paraît dans la Collection les « Leçons sur les fonctions monogènes uniformes d'une variable complexe », rédigées par notre actuel Confrère Gaston Julia, dans lesquelles Borel résume et met au point vingt ans d'études consacrées aux questions de monogénéité et d'analyticité dont nous avons parlé plus haut. Dans l'ensemble la Collection Borel est un grand monument de l'esprit.

*
* *

Comme nous l'avons déjà signalé, à partir d'environ 1908, Émile Borel, sans cesser de poursuivre ses recherches d'analyse, s'intéresse de plus en plus au Calcul des Probabilités et à ses applications. Il existe des relations profondes entre la théorie des ensembles et celle des fonctions, d'une part, et le Calcul des Probabilités, d'autre part. Comme l'a écrit Borel lui-même, « tout progrès réalisé dans la théorie de la mesure des ensembles est en même temps un progrès dans la théorie des probabilités continues ». Ainsi, par un processus qui fut d'abord, nous dit-il, presque inconscient, ses réflexions scientifiques s'orientèrent-elles vers les probabilités et la physique mathématique. Dans ce domaine encore nouveau pour lui, il apporte tout de suite une foule d'idées originales, notamment en ce qui concerne l'explication du paradoxe apparent qui consiste à représenter au moyen de phénomènes mécaniques réversibles les phénomènes irréversibles de la thermodynamique. Sur ce problème, dont on discute encore aujourd'hui, il a apporté des idées nouvelles fines et profondes. Quelques beaux cours, des notes aux Comptes Rendus pleines de substances, un livre de haute vulgarisation intitulé « le Hasard » et publié en 1914 marquent les étapes de cette orientation nouvelle de ses recherches. Par une pente naturelle, il est amené à réfléchir à toutes les théories physiques si nombreuses qui utilisent le Calcul des Probabilités, en particulier la Mécanique statistique et sa forme la plus simple la théorie cinétique des gaz. Et de là il passe à d'autres théories de la Physique mathématique et notamment à la théorie de la Relativité, alors dans tout l'éclat de sa jeunesse, et si étroitement apparentée aux plus hautes conceptions de

la géométrie. Il en précise et en critique les bases avec une grande autorité: dans des cours faits en Sorbonne, dans un livre publié chez Gauthier-Villars sous le titre « Introduction géométrique à quelques théories physiques », dans un ouvrage à caractère plus philosophique « l'Espace et le Temps », publié en 1922, il étudie avec pénétration toute une suite de problèmes se rattachant à la Physique théorique.

Et comme, par tempérament, il est très homme d'action et veut toujours aboutir à des réalisations, il entreprend la publication d'un grand « Traité de Calcul des Probabilités et de ses applications » comprenant un grand nombre de volumes, tous écrits par des spécialistes éminents. Il en écrit lui-même, le premier intitulé « Principes et formules classiques du calcul des Probabilités » où il reprend sous une forme plus approfondie l'exposé général qu'il avait donné plusieurs années auparavant dans un excellent livre d'initiation publié chez Hermann sous le titre « Éléments de la théorie des Probabilités ». Puis, dans le même traité, il écrit un volume sur les « Applications (du Calcul des Probabilités) à l'Arithmétique et à la théorie des fonctions » et un autre sur « La Mécanique statistique classique »: ce dernier était essentiellement la rédaction d'un de ses cours faite par notre Confrère M. Francis Perrin qui devait lui-même consacrer un des volumes suivants à « La Mécanique statistique quantique ». Enfin, quand son œuvre considérable fut arrivée à son terme, Émile Borel consacra un avant-dernier volume aux « Applications aux jeux de hasard » et un dernier qui, en matière de conclusion, traite le sujet suivant: « Valeur pratique et philosophique du Calcul des Probabilités ».

Dans l'avant-dernier des ouvrages cités, il avait résumé des longues études sur les jeux de hasard, sujet qui l'intéressait vivement. On trouve dans son œuvre de nombreuses notes se rapportant à ce sujet et même un petit volume sur la « Théorie mathématique du bridge mise à la portée de tous », écrit avec la collaboration de M. André Chéron. Mais comme dans toutes les recherches qu'il entreprenait, il a apporté à la théorie des jeux des idées hardies et

originales. Voici comment notre Confrère M. Maurice Fréchet a résumé son rôle en cette matière: «Jusqu'à lui, écrit-il, on se bornait à des jeux où n'intervenait que le hasard et non les joueurs: jeu de pile ou face, jeu de dés etc... Borel a osé chercher un traitement mathématique des jeux où intervient aussi l'habileté des joueurs. A cette fin, il a su établir un système d'hypothèses qui, d'une part se prête au calcul et d'autre part est un « modèle » assez raisonnable de ce qui se passe dans la réalité». Quelques années plus tard, von Neumann reprenait presque exactement les idées de Borel et leur donnait un grand développement, de sorte que la théorie des jeux ainsi conçue est devenue une des branches les plus importantes du Calcul des Probabilités, mais la priorité de Borel est ici incontestable, car dès la première des quelques brèves notes qu'il a consacrées à ce sujet, il avait signalé que la portée de ce problème dépassait largement la théorie des jeux de hasard et que sa solution trouverait des applications en psychologie, en art militaire et en économie politique.»

*
* *

En étudiant la carrière d'Émile Borel, nous l'avons laissé au moment où, entré à l'Institut en 1921, il allait, tout en continuant ses travaux scientifiques, donner davantage sa mesure comme homme d'action et comme organisateur. Mais il nous faut d'abord rappeler qu'il avait eu déjà, avant cette date, une grande activité dans divers domaines en dehors des sciences.

Homme de grande culture aimant à explorer tous les horizons de la pensée, il s'intéressait à toutes les questions non seulement scientifiques, mais philosophiques, sociales et politiques. Aussi, quand en 1905 il reçut le prix Petit d'Ormoy dont le montant, considérable à cette époque, était de 10 000 francs, il décida, en accord avec Madame Borel et à l'étonnement de bien des personnes dans sa famille ou parmi ses amis, de consacrer cette somme à fonder une Revue. Ce fut la « Revue du Mois » qui parut régulièrement jusqu'à la fin de la première grande guerre. Le Comité de Rédaction de la Revue du

Mois comprenait, outre Borel lui-même, Noël Bernard, Maurice Caullery, Aimé Cotton, Jules Drach, Jacques Duclaux, Georges Dumas, Paul Langevin, Robert Lespieau, Jean Perrin, Élie Cartan. La Revue contenait des articles de fond et, dans des chroniques mensuelles, des critiques de revues, de livres et mêmes de pièces de théâtre: elle fut très appréciée dans les milieux intellectuels. Elle eut pour collaborateurs Alfred Croiset, Fernand Gregh, Félix Le Dantec, Jean Wahl, Gustave Lanson, Jules Bertaut, Alphonse Siché, J. H. Rosny aîné, Édouard Herriot, Léon Blum, Henri Poincaré, Henri Bergson et bien d'autres. Tous les quinze jours, Émile Borel et Madame Borel recevaient les collaborateurs de la Revue dans l'assez vaste appartement qu'ils habitaient alors Boulevard Arago avec leur fils adoptif Fernand Lebeau et qu'ils devaient quitter en 1911 pour s'installer à l'École normale.

Ce foyer intellectuel de la Revue du Mois eut une grande influence sur l'évolution des idées d'Émile Borel qui se plut toujours avec les esprits épris d'idées générales. C'est ce qui explique aussi l'amitié qui le lia, quelques années plus tard, avec Paul Valéry.

Toujours préoccupé par les problèmes sociaux et politiques, se sentant homme d'action et organisateur, Borel devait naturellement être attiré par l'idée de jouer un rôle politique. Déjà Maire de Saint-Affrique et Conseiller général de l'Aveyron, il est élu Député en 1924 et va le rester douze années jusqu'en 1936. Son rôle au Parlement fut important et il fut quelques mois Ministre de la Marine dans un cabinet Painlevé. Il siégea longtemps à la Commission des Finances de la Chambre où ses avis étaient très appréciés. Mais, comme l'a écrit M. Paul Montel « l'homme politique gardait au cœur l'amour de la Science et le désir de la servir ». Il fit voter l'attribution aux recherches scientifiques d'une petite fraction de la taxe d'apprentissage et ce « sou du laboratoire », comme on l'appela, a rendu de grands services au développement de notre équipement scientifique. Il profita aussi de son passage au Ministère de la Marine pour faire donner des noms de grands savants à d'importants navires de guerre.

Dans cette période de sa vie où Borel put donner sa mesure comme organisateur et administrateur, il fut le principal promoteur de la création de l'Institut Henri Poincaré. Au début de 1926, le grand savant américain George D. Birkhoff s'ouvrit à notre Confrère M. Paul Montel de son désir de voir naître à Paris, avec l'aide de la Fondation Rockefeller, un centre de Recherches de Physique mathématique. Une réunion eut lieu où ce projet fut discuté. Émile Borel en saisit tout de suite l'intérêt, car il savait qu'en matière de Physique mathématique la science française, si brillante au début du XIX^e siècle, à l'époque des Laplace, des Ampère, des Fresnel, des Fourier, des Sadi Carnot, des Poisson, des Cauchy et des Lamé, avait quelque peu perdu la place éminente qu'elle avait longtemps occupée. Ce fut grâce à la persévérante opiniâtreté de Borel et à ses dons d'organisateur que le projet dut d'aboutir rapidement. La générosité de M. de Rothschild permit de trouver les fonds français qui, d'après les conventions faites, devaient équilibrer les subventions américaines et dès l'automne 1923, le nouvel Institut, l'Institut Henri Poincaré, était inauguré sous la présidence du cousin de l'illustre savant dont il portait le nom, Raymond Poincaré alors Président du Conseil.

Titulaire de la Chaire de Calcul des Probabilités et Physique mathématique, Borel avait fait préciser que le nouvel Institut serait consacré aux études de Calcul de Probabilités et de Physique mathématique et théorique: incorporé à la Faculté des Sciences, le nouvel organisme gardait cependant une certaine autonomie ayant son cadre de Professeurs, sa bibliothèque, ses salles de cours et dans une certaine mesure son budget propre. La Chaire de Calcul des Probabilités et Physique mathématique, toujours occupée par Émile Borel, était rattachée au nouvel Institut, mais elle était dès lors complétée par un poste de Maître de Conférences dont le premier titulaire fut notre Confrère M. Maurice Fréchet. De plus deux postes d'enseignement de Physique théorique étaient créés. Émile Borel distinguait soigneusement, avec beaucoup de raison, croyons-nous, la Physique mathématique qui passe au crible les théories physiques existantes

et cherche à leur donner la plus grande rigueur possible et la Physique théorique qui, soucieuse avant tout d'obtenir des images et des interprétations des phénomènes physiques, cherche essentiellement à introduire les conceptions nécessaires et à en développer les conséquences sans se soucier outre mesure des questions de rigueur. Et c'est sans doute parce que la Physique théorique ainsi conçue n'était guère enseignée à cette époque dans l'Université française qu'Émile Borel insista pour obtenir la création d'un service de Théories physiques comprenant une Chaire et une Maîtrise de Conférences incorporées au nouvel Institut. M. Léon Brillouin devient titulaire de la Chaire de Théories physiques qu'il devait occuper pendant quelques années seulement. L'auteur de cette notice ne saurait oublier la bienveillance dont M. Borel fit alors preuve à son égard en lui suggérant d'être candidat à la Maîtrise de Conférences de Théories physiques nouvellement créée et en faisant ensuite approuver cette candidature par la Faculté des Sciences.

A la fin de l'année 1928, l'Institut Henri Poincaré, issu d'une conversation de M. Birkhoff avec M. Montel, était devenu, grâce sans doute à de généreuses donations, mais aussi grâce à la ténacité et aux dons d'organisateur d'Émile Borel, une remarquable réalité dont la carrière n'a pas cessé depuis lors de se développer chaque année davantage. Il faut d'ailleurs ajouter que Borel fut, pendant la construction et l'organisation du nouvel Institut, constamment secondé dans ses efforts par le Doyen de la Faculté des Sciences de l'époque, notre Confrère M. Charles Maurain.

Une autre grande création à laquelle Émile Borel participa un peu moins directement peut-être, mais très efficacement aussi, fut celle du Centre national de la Recherche scientifique. Borel était, comme beaucoup d'universitaires français, convaincu de la nécessité de créer un grand organisme de Recherche scientifique fournissant à la recherche les ressources matérielles dont elle a besoin et aux chercheurs des conditions de vie décentes sans leur imposer aucune besogne d'enseignement ou d'administration. Il soutint de toute son

énergie son ami Jean Perrin lorsque celui-ci entreprit de développer l'ancienne Caisse nationale des Sciences, puis de la transformer en Centre national de la Recherche scientifique. On sait la place qu'a prise aujourd'hui le C. N. R. S. dans la vie scientifique française.

Directeur de l'Institut Henri Poincaré, Émile Borel y dirigea personnellement les études de Calcul des Probabilités et de ses applications, notamment à la statistique. Il y forma de nombreux élèves heureux de profiter de son expérience et de la puissance de sa pensée. De plus en plus préoccupé de problèmes concrets, il s'efforça de développer en France les études de statistique. Ancien Président de la Société de statistique de Paris, il fut l'un des fondateurs de l'Institut de Statistique dont il présidait le Conseil de Direction. Il fut aussi un des membres actifs de l'Institut international de Statistique auquel il apporta sa collaboration jusqu'à la fin de sa vie.

Son activité était d'ailleurs presque sans limites. Il siégeait au Conseil de la Faculté des Sciences, au Conseil de l'Université de Paris, au Conseil supérieur de l'Instruction publique et à sa Section permanente. Partout il exerçait une autorité à laquelle ses qualités d'intelligence et de volonté lui donnaient naturellement droit.

Quand, en septembre 1939, la France se trouva engagée dans la seconde guerre mondiale, une organisation des Recherches utiles à la Défense nationale préparée dès le temps de paix entra en action sous la direction de M. Henri Longchambon, alors Directeur de la Recherche scientifique appliquée. L'Institut Henri Poincaré fut l'une des cellules, d'ailleurs elle-même divisée en plusieurs services distincts, de cette organisation: naturellement, Émile Borel en reçut la haute direction. Ceux qui eurent alors le privilège de travailler pour la Défense nationale sous sa direction n'ont pas oublié avec quelle autorité, quelle activité et quel sens aigu des réalités, il sut alors faire fonctionner ce service. D'intéressantes recherches furent entreprises, des résultats chargés de promesses furent obtenus: sans doute tout cet effort aurait-il abouti à d'importantes réalisations si le cours précipité des événements n'était pas venu prématurément y mettre fin.

C'est dans cette période haletante de la drôle de guerre qu'en Janvier 1940 eût lieu le Jubilé d'Émile Borel, qui, étant entré dans sa soixante-dixième année, approchait de la retraite. Cérémonie émouvante dans sa simplicité sur laquelle planait l'angoisse des menaces qui pesaient sur le Pays. Sous la présidence de M. Yvon Delbos, alors Ministre de l'Éducation nationale, Confrères, Collègues, amis et élèves d'Émile Borel joignirent leur voix pour rendre hommage à celui qui depuis un demi-siècle, à la fois dans le domaine de la pensée et dans celui de l'action, avait tant honoré et servi la Science et l'Université françaises.

Puis vinrent les cruels événements de mai 1940. Dans Paris occupé, Borel mis à la retraite continue à travailler et à écrire, nous le verrons plus loin. En 1941, il est arrêté par les Allemands et pendant quelque temps emprisonné à Fresnes : mesure odieuse qui souleva l'indignation de tous les milieux scientifiques. Rendu à la liberté, il tomba malade et dut subir à la fin de l'occupation une grave opération. Il eut la joie pendant sa convalescence de voir s'effectuer le débarquement allié et la libération de Paris. Sa courageuse attitude pendant cette triste période lui valut, à lui qui avait déjà reçu la Croix de Guerre pendant le conflit de 1914, de recevoir la Médaille de la Résistance avec rosette. Le temps des épreuves était fini pour lui et il allait pouvoir pendant une dizaine d'années reprendre, avec une énergie à peine diminuée, le cours de ses travaux et de ses activités.

*
* *

Pendant les quinze dernières années de sa vie, Borel, faisant preuve à un âge déjà avancé d'une activité sans lassitude, n'a pas cessé de publier et d'écrire. On est surpris de voir le nombre de notes qu'il a encore fait paraître dans nos Comptes Rendus à cette époque : elles portent sur des sujets très variés d'arithmétique, de théorie des ensembles, de Calcul des Probabilités, de théorie des

jeux et ceci montre combien son esprit était resté puissant et pénétrant. Il publie également plusieurs volumes contenant des exposés d'un ordre élevé. Sans parler du petit volume fort intéressant qu'il publia en 1940, avec M. Deltheil, dans la Collection Armand Colin, sous le titre « Probabilités, Erreurs », on le voit publier, en 1942, un ouvrage sur la Mécanique et la gravitation universelle, puis en 1949 des *Éléments de la théorie des ensembles* et, en 1951, des *Éléments de la théorie des Probabilités*. En 1951 également, il apporte une dernière contribution personnelle à la célèbre Collection sur la théorie des fonctions dont il avait été le créateur en écrivant un volume d'un haut intérêt sur « Les nombres inaccessibles » où l'on retrouve toute la force de sa pensée.

Mais il a aussi consacré dans sa retraite une partie de ses loisirs à écrire des ouvrages de haute vulgarisation scientifique. Il avait toujours aimé ce type d'ouvrages où la grande difficulté à vaincre est d'exposer des problèmes scientifiques d'une façon qui soit accessible à tout homme cultivé sans pour cela tomber dans l'à peu près ou dans l'inexact.

Dès sa jeunesse, Émile Borel avait écrit deux importants livres de ce genre. J'y ai déjà fait allusion, mais je voudrais y revenir un instant.

« Le Hasard », paru en 1914, chez Alcan, est un livre d'une haute classe dans lequel Borel fait un magistral exposé d'un sujet qu'il dominait entièrement. Après avoir bien analysé la notion de Hasard dans toute sa complexité et rappelé les grandes lois du Calcul des Probabilités, il consacre une seconde partie de l'ouvrage aux applications des lois du hasard aussi bien aux sciences sociologiques et biologiques qu'aux sciences physiques et mathématiques. Ces deux premières parties du livre sont parsemées de pensées profondes, d'analyses imprégnées d'un esprit critique presque suraigu et de vues puissamment originales. Plus remarquable encore peut-être est la troisième partie de l'ouvrage consacrée à la valeur des lois

du hasard où une foule de problèmes importants sont étudiés ou effleurés et qui se termine par un dernier chapitre sur la valeur philosophique des lois du hasard où Borel nous a révélé une partie de ses pensées philosophiques les plus secrètes, très intéressantes à comparer aux conceptions contemporaines de la Physique théorique. Ce livre était une très grande œuvre qu'il est encore bien intéressant de relire aujourd'hui.

Assez différent est le livre qu'Émile Borel publia en 1922 sous le titre « L'espace et le temps ». La théorie de la Relativité, qui venait de prendre sa forme générale conduisant à une interprétation nouvelle de la Gravitation, attirait l'attention de tous, même de ceux qui n'étaient guère en état d'en comprendre la véritable portée. Elle avait naturellement attiré l'attention de Borel. Son livre n'est pas à proprement parler un exposé de la théorie de la Relativité dont il n'a que rapidement esquissé les grandes lignes dans les derniers chapitres : il est plutôt un examen critique des notions d'espace et de temps, de leur développement historique, de leurs relations avec la géométrie abstraite et la topologie. Certaines parties de l'Ouvrage ont un peu vieilli, notamment celles où sont traitées les mesures de longueurs et de durée, les mesures de la vitesse de la lumière, les conceptions sur l'univers stellaire etc..., car beaucoup de progrès ont été effectués sur ces questions depuis 35 ans, mais Borel connaissait trop bien les fondements de la Géométrie et le redoutable problème du Continu et du Discontinu pour que beaucoup de ces remarques n'aient pas gardé une très grande valeur.

Le petit volume publié chez Gallimard en 1941 sous le titre « Le jeu, la chance et les théories scientifiques contemporaines » reprend sous une forme nouvelle les grands thèmes du Calcul des Probabilités orientés particulièrement vers les problèmes concernant les jeux : adoptant un point de vue nouveau et fécond dont il avait été, nous l'avons dit, le protagoniste, Borel fait sans cesse intervenir, dans l'analyse des jeux et du concept de chance, la psychologie des joueurs. « L'évolution de la Mécanique », publiée en 1943 chez Flammarion dans la Collection de Philosophie scientifique, contient de si-

nes et instructives analyses sur les principes de la Mécanique et leur évolution progressive. « Les paradoxes de l'Infini » publié en 1946 chez Gallimard font le point de problèmes dont Borel s'était préoccupé pendant toute sa vie. Enfin le petit volume paru en 1952 chez Albin Michel sous le titre : « L'imaginaire et le réel en Mathématiques et en Physique » constitue sous une forme très originale un éblouissant « tour d'horizon » où sont passés en revue tous les aspects de l'intervention des nombres réels et des nombres complexes dans toutes les branches des Mathématiques et de la Physique au cours de leur développement. Tout lecteur averti peut y trouver beaucoup de sujets de méditation.

La publication de ce dernier ouvrage prouve d'ailleurs qu'Émile Borel à quatre-vingts ans sonnés conservait, malgré quelques fléchissements passagers de santé physique, toute sa vigueur intellectuelle. Il en donnait bien d'autres preuves, notamment en participant encore aux travaux d'un grand nombre d'organismes divers. Nous le vîmes jusqu'à la fin de sa vie présider (et avec quelle autorité !) les séances de la Commission du Calcul des Probabilités et Physique théorique du C. N. R. S. . Il présidait également les réunions du Comité de l'Aide à la Recherche scientifique, de l'Institut de Statistique, etc. . Tandis que, dans l'ordre de la Légion d'honneur, il gravissait les derniers échelons pour terminer sa vie dans la dignité de Grand Croix, il faisait aussi partie du Conseil de l'Ordre où son autorité était grande. En 1955, il avait reçu la Médaille d'Or du C. N. R. S. .

Toute sa vie il avait aimé les voyages et recherché les réunions internationales. En 1912, il était délégué au Texas pour l'inauguration du Rice Institute, en 1913 en Hongrie pour la fondation du Eötvös Collège, en 1920 il accompagne Paul Painlevé en Chine et y séjourne cinq mois. En 1922, en 1929, il va en Amérique du Sud et séjourne en Argentine, en Uruguay et au Brésil. Il avait visité tous les pays d'Europe sans exception et également l'Égypte, le Liban, la Perse, les Antilles et encore en 1951 les Indes. Même dans les dernières années de sa vie, il participait activement aux travaux du

Conseil international des Unions scientifiques et dans l'été de 1955, à 84 ans accomplis, il se rendait encore au Brésil pour assister à une réunion internationale de Statisticiens.

Si je suis bien informé, c'est au retour de ce dernier voyage qu'il fit, pendant le trajet en avion, une chute qui, en le blessant légèrement, fut à l'origine de sa dernière maladie. Sa forte constitution physique lui permit de lutter plusieurs mois contre elle. Mais peu à peu ses forces faiblirent et dans la soirée du 3 février 1956, il s'éteignit âgé d'un peu plus de 85 ans.

Messieurs,

Chez Émile Borel, l'intelligence et la volonté étaient comme le physique particulièrement robustes et cette triple robustesse lui a permis, au cours d'une longue existence, de mener de front presque constamment, sans fatigue et sans défaillances, des œuvres de l'esprit élevées et difficiles, des activités diverses et des travaux d'administration et d'organisation souvent lourds et pénibles. Tous ceux qui ont approché l'illustre mathématicien ont pu reconnaître ses qualités exceptionnelles de penseur et de savant et ses dons non moins exceptionnels d'animateur. Personne n'a contesté la droiture et l'intégrité de son caractère.

Certains cependant lui ont reproché d'avoir un abord un peu rude qu'accentuait encore une manière de parler assez sèche. Mais cette rudesse n'était qu'une apparence. Tous ceux qui l'ont bien connu savent que derrière elle se cachait une grande pondération, une réelle compréhension des opinions d'autrui et, le plus souvent, une véritable bienveillance. Peut-être lui a-t-on reproché d'avoir parfois au cours de sa carrière cédé à l'ambition: mais l'ambition n'est-elle pas un penchant naturel, et même légitime, chez un homme, qui, se sentant fort intellectuellement, moralement et physiquement, désire prendre sur ses épaules un fardeau qu'il se sent capable de supporter en assumant des fonctions qui lui permettraient de donner toute

sa mesure? Tout bien pesé, Borel avait droit à tout notre respect, à toute notre admiration et à toute notre estime.

Aussi, quand nous avons appris au début de l'année dernière qu'il n'était plus, avons-nous tous mesuré l'immense perte que nous venions d'éprouver: nous avons tous senti qu'une grande figure de savant et de penseur, qu'une haute et puissante personnalité qui avait beaucoup honoré la Science française et notre Compagnie, venait de s'éloigner de nous.

