



## **PATHEMATA, MATHEMATA, LAMAPATA**

Cédric Villani, membre de l'Académie des sciences

Le célèbre dicton des grecs anciens, "Pathémata Mathémata" associe deux de nos concepts les plus fondamentaux : la souffrance et l'apprentissage. On le traduit souvent par "On apprend de ses souffrances", ce qui laisse la place à plusieurs interprétations. Avant tout, le dicton est marquant par son contraste entre la souffrance, notion a priori négative, et l'apprentissage, notion a priori positive.

Bien sûr, l'idée de faire souffrir pour faire apprendre a été exploitée, tant et plus, dans notre histoire, qu'il s'agisse de battre un élève récalcitrant ou d'utiliser la douleur pour dresser un animal de foire. Au-delà de ces pratiques qui apparaissent maintenant comme choquantes, voire monstrueuses, on ne compte pas les sagas et aventures dans lesquelles un héros ou une héroïne doit passer par des épreuves douloureuses, y compris la perte d'êtres chers, pour se renforcer et finalement aller au bout de sa quête.

Sans être nécessairement les héros d'une grande aventure épique, nous connaissons bien, en tant que scientifiques et chercheurs, les souffrances modérées que nous devons affronter dans un métier où il faut sans cesse apprendre et comprendre. Il en va de même dans le domaine du sport, de l'art, et dans bien des métiers où il faut donner le meilleur de ses capacités : le dépassement de soi, le progrès personnel, vont avec la douleur, l'affrontement de l'inconnu, le travail acharné, les essais répétés, et la "souffrance quotidienne", pour employer une expression que j'ai entendue dans la bouche de notre collègue Alain Connes.

Une formule en langue anglaise, jouant sur les sonorités en un lointain écho de l'ancien dicton grec, le résume bien : "No pain, no gain". Il y a quelques décennies, ce slogan rythmait un populaire programme télévisé américain de gymnastique, et l'on pourrait aussi l'adapter à toute performance sportive. Mais tout récemment c'était aussi le commentaire qu'inspirait à un lecteur mon ouvrage "Théorème vivant", récit qui ne cachait rien des rebonds chaotiques et douloureux du processus de recherche.



Certains de mes collègues diraient même que si l'on est chercheur et que l'on ne ressent pas de souffrance intellectuelle, c'est mauvais signe : cela montrerait à coup sûr que l'on ne prend pas assez de risques et que l'on se complait dans la facilité.

Il en va de même avec l'éducation, à n'en pas douter, et l'on peut aussi adapter l'interprétation du dicton grec pour en faire "C'est en souffrant que l'on apprend"; l'idée que l'étude requiert une certaine dose d'effort et de souffrance; et que si l'on ne ressent jamais cette souffrance, on est en train de gâcher ses capacités.

De temps à autre, resurgit pourtant le mythe selon lequel on pourrait apprendre sans effort, tout naturellement. Pour certaines facultés auxquelles notre logiciel interne offre un sillon tout tracé, c'est certainement vrai : ainsi, un enfant peut apprendre une langue sans le moindre effort, pourvu qu'on l'immerge dans un environnement propice. Mais pour tout le reste, l'effort est indispensable, et c'est certainement le cas pour les sciences, une discipline qui, si elle était naturelle, serait apparue bien plus tôt, et à de multiples reprises, dans notre histoire.

Bien sûr, il y a souffrance et souffrance, et l'on n'attend pas de l'enseignement qu'il soit traumatisant. Il n'empêche, il est normal que l'apprentissage vienne avec un effort, et que l'effort soit parfois douloureux. Henri Poincaré, prenant part au débat sur l'apprentissage du latin qui, il y a déjà un siècle, enflammait les esprits, disait "on apprend le latin pour l'avoir appris, parce qu'on ne peut l'apprendre sans se plier à une gymnastique utile."

Et dans le parcours d'un scientifique, l'expérience la plus formatrice est celle qui, pour beaucoup, est aussi la plus douloureuse : la thèse. Au début, c'est une vraie souffrance -- dans l'obscurité complète, on ne comprend rien, pas même la question que le directeur de thèse vous pose. Les exposés, les séminaires passent sur vous comme des rébus indéchiffrables. Et pourtant, au bout de 3 ans d'effort, vous êtes prêt à soutenir votre thèse devant un jury d'experts; et si tout va bien vous êtes même le plus à l'aise, dans l'audience, sur le sujet qui vous occupe. Entre le commencement du chemin et sa conclusion, il y a eu une souffrance que vous avez maîtrisée; elle donne à votre victoire plus de saveur, et à votre thèse plus de valeur.



Pour revenir à l'apprentissage de l'écolier, il se fera aussi avec de petites souffrances dont il faudra triompher; de petites épreuves qui donneront lieu à de la perplexité, et au besoin de puiser au fond de ses méninges -- exercices, devoirs, répétitions et ainsi de suite. En mathématique, domaine délicat à enseigner s'il en est, on ne peut surestimer la valeur des exercices dans la compréhension. On peut croire avoir compris : tant que l'on n'a pas trimé sur un certain nombre d'exercices formateurs, on n'a jamais vraiment compris.

Il m'arrive régulièrement, dans des discussions sur l'enseignement, de parler d'un certain exercice qui m'a marqué : montrer que toute fonction réelle s'écrit comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire -- c'est à dire d'une fonction dont le graphe est symétrique par rapport à l'axe vertical, et d'une autre dont le graphe est symétrique par rapport à l'origine. Quand j'ai lu cet énoncé, un jour au lycée, j'ai cru qu'il y manquait quelque chose : comment allais-je pouvoir étudier cette fonction inconnue sans rien savoir sur elle ? comment construire les deux fonctions auxiliaires alors qu'il n'y a pas la moindre formule dans l'énoncé ? La solution de l'exercice est venue assez rapidement; c'est d'ailleurs un exemple dans lequel la pauvreté des informations participe à vous guider vers la solution. Mais en même temps que je résolvais l'exercice, je réalisais que jusqu'alors j'avais manqué quelque chose de fondamental. Avant cet exercice, j'avais encore en tête, inconsciemment, la vision archaïque selon laquelle une fonction est donnée par une ou des formules; après lui, j'avais compris que je pouvais faire des manipulations et raisonnements sur une fonction dont j'ignorais tout.

À cette époque, j'enchaînais les exercices, bien au-delà de ce qu'imposaient mes enseignants. La contrainte que cela représentait était largement compensée par le plaisir de maîtriser le sujet de mieux en mieux, comme dans l'exemple mentionné ci-dessus. Ce n'était finalement pas très différent des heures que je passais avec mes camarades d'entraînement au tennis de table, heureux d'être fourbu à la fin d'une séance épuisante où l'on s'est senti progresser. Je souhaite à tous les enfants du monde le plaisir d'avoir pu chercher, des heures durant, la solution d'un problème rebelle; et d'avoir aussi connu la joie de l'effort physique récompensé par un accomplissement sportif.

Ce scénario n'a bien sûr pas valeur universelle. Les courriels que je reçois de la part d'élèves en difficulté, les souvenirs des adultes décrivant leurs tribulations d'enfant, dessinent souvent un bien autre tableau des cours de sciences, et particulièrement de



mathématique; et c'est un autre slogan parodique qui s'imposerait : "Mathémata Pathémata" -- l'étude est une souffrance. De fait, sans la compréhension et surtout la motivation, l'étude devient un pensum pénible. D'ailleurs, comme tout le monde, je l'ai aussi ressenti dans certaines disciplines pour lesquelles mon intérêt était peu marqué.

Passionné par son sujet, un élève pourra facilement accumuler les heures de travail; mais sans cette passion, il n'y verra que de la souffrance s'ajoutant à la souffrance. Il en est de même dans la vie active et dans le monde de l'entreprise. Pour un employé qui voit dans son métier uniquement un gagne-pain, 35 heures pourront être une charge pesante. Mais tel autre, qui voit dans le travail une façon de se réaliser, dépensera les heures sans compter. Ainsi Elon Musk, l'entrepreneur contemporain déjà légendaire, se vantait publiquement de travailler régulièrement 100 heures par semaine, et d'attendre de ses collaborateurs une charge de 60 à 80 heures. Les horaires de travail de certains de nos collègues scientifiques ne sont pas moins imposants : rien aussi bien que la motivation ne permet d'avaler le travail, et de métamorphoser "Mathémata Pathémata" en "Pathémata Mathémata".

Alors, "Comment motiver mes élèves", c'est une question que nos enseignants se posent sans cesse, et qui est plus importante que le texte des programmes ou l'ordre logique des concepts enseignés. Mais si puissante soit-elle, la motivation a un défaut considérable, c'est son caractère insaisissable. Elle est bien sûr motivée par la curiosité -- tous les enfants de 10 ans sont curieux. Mais les réponses scientifiques ne sont pas forcément adaptées à étancher cette curiosité : elles sont longues, complexes et partielles, et leur maîtrise demande des années d'effort. La science ne vient que rarement avec des certitudes, et plus l'on avance dans son exercice, plus l'on est en proie au doute et à l'inconnu.

Pour certains, la motivation est avant tout une lutte avec soi-même; pour d'autres, elle passe par l'amour de la compétition; pour d'autres encore c'est l'espoir de la réussite. La motivation peut ainsi s'accommoder de conditions difficiles... Au plus dur des régimes communistes en Europe de l'est, les étudiants témoignaient d'une motivation sans faille; la réussite scolaire permettant d'espérer l'accès au voyage, trésor sans prix. Dans tous les pays où le statut social de la femme est dominé par celui de l'homme, ce sont souvent les filles les plus motivées des élèves. Et sous tous les cieux, les immigrés, avec une volonté consciente ou inconsciente d'ascension sociale, jouent un rôle majeur dans la science.



La motivation, indispensable à l'étudiant, est aussi un élément vital pour l'enseignant. Jusqu'ici, je n'ai parlé que des souffrances de l'élève, mais il y a aussi celles du maître -- occupé à concevoir et réviser ses cours, corriger les devoirs, personnaliser le suivi des élèves... cette contrainte peut être vue comme torture ou passion, selon que sera présente la motivation, la conviction de jouer un rôle important, la possibilité pour l'enseignant de s'exprimer. Au passage, l'enseignement est une méthode inégalée d'apprentissage, j'ai eu la chance de le tester en de nombreuses occasions; pour maîtriser un sujet, rien ne vaut l'exercice de rédiger des notes de cours.

"La main à la pâte", ou en abrégé, Lamap, est à coup sûr la tentative la plus aboutie, au cours des dernières décennies, pour renforcer la motivation des jeunes et de leurs enseignants dans nos écoles. À travers Lamap, il ne s'agit pas seulement d'ajouter une dimension pédagogique ou une inflexion des programmes : il y a la mise en place de tout un système, et la volonté de jouer sur plusieurs ingrédients simultanément.

Il m'arrive régulièrement de faire des exposés sur "la genèse des idées", et j'aime bien distinguer sept ingrédients nécessaires à la naissance d'idées : documentation, motivation, environnement, échanges, contraintes, dosage de travail systématique et d'illumination; et enfin la chance, qui vient de pair avec la persévérance. On m'a un jour fait remarquer que ces sept ingrédients jouaient aussi un rôle fondamental en pédagogie; je pense qu'il y a derrière cette remarque quelque chose de profond, selon lequel la bonne façon d'apprendre est de faire répéter par son cerveau les circuits mentaux qui seraient mis en jeu si on découvrait par soi-même. Cette idée de découvrir soi-même imprègne également la philosophie de Lamap, aussi bien pour les élèves que pour les enseignants.

Au-delà, je vais tenter d'énumérer les ingrédients qui contribuent au succès de Lamap -- appelons-les les "Lamapata", pour employer un peu de grec de cuisine.

Le premier de ces ingrédients, à n'en pas douter, est le fait que des têtes de scientifiques couronnées se soient penchées sur le berceau de Lamap. Voir l'Académie des Sciences s'emparer du sujet, et plus particulièrement sous le leadership de Georges Charpak, décoré de la plus célèbre récompense scientifique qui soit, cela fournissait à Lamap un récit, une belle histoire, qui avait d'autant plus de valeur qu'elle était parfaitement vraie. C'était aussi une rencontre emblématique préfigurant la volonté de rassemblement. Aujourd'hui encore,



toutes les présentations de Lamap à des gens qui en ignorent les règles du jeu commencent par la figure emblématique du physicien. L'histoire vient également avec un ennemi, les dérives ou les carences pédagogiques du système; et avec une quête : réinstaurer un enseignement de sciences, un enseignement expérimental, dans notre système pédagogique, et ce dès l'école. L'aventure a connu un grand succès puisque près d'une moitié des écoles, aujourd'hui, en bénéficient; et l'on espère qu'elle connaîtra encore un bien plus grand succès dans le futur.

Le second ingrédient est la valeur de l'implication par projets accessibles à de jeunes enfants. Lamap tente de prendre parti de la curiosité des enfants, mais en leur donnant l'occasion, autant que possible, de participer à la recherche de la solution. Les explications et la connaissance ont moins de valeur que le fait de rechercher et de découvrir soi-même, à n'en pas douter. Une étude scientifique récente a défrayé la chronique, ni par son sujet ni par ses conclusions, mais par ses auteurs : elle était menée par des enfants du village de Blackawton, en Angleterre. Avec leur instituteur, accompagnés par un chercheur, les jeunes chercheurs de 10 ans ont étudié les facultés de reconnaissance des motifs et couleurs par les abeilles butineuses. Dans le résumé de l'article, on relève la phrase de conclusion "Nous avons découvert que la science est chouette et amusante ("cool and fun"), parce que l'on fait des choses que personne d'autre n'a jamais faites." Notez bien, il ne s'agit pas de connaître des choses que personne d'autre ne connaît, mais bien de faire des choses que personne d'autre n'a jamais faites !

Dix ans, ce n'est pas trop tôt pour acquérir la motivation, et cela peut rester pour de longues années. On sait qu'Alan Turing a été toute sa vie motivé par un livre qu'il avait lu à l'âge de dix ans, au titre évocateur : Les merveilles naturelles que tout enfant devrait savoir.

Dans des projets pour enfants, peu importe que l'implication se fasse par l'étude des abeilles, ou des découpages, ou des coloriages, ou de la programmation... l'important est que ce soit une activité nouvelle, dans laquelle tout le monde se sente pionnier. J'ai vu à l'occasion des restitutions de classes dans lesquelles, pour un seul projet, pas moins de 6 ou 7 disciplines avaient été mises à profit, représentant un travail considérable. Dans l'un de ces cas, soit dit en passant, l'enseignant coordinateur avait en tête des idées préconçues qui l'auraient complètement disqualifié auprès d'universitaires. Peu importe ! On apprend plus, souvent, avec un enseignant motivé et dans l'erreur, qu'avec un enseignant précis et froid...



Dans ces projets, la dynamique des enfants les uns avec les autres peut être encore plus marquante que l'interaction maître-élève. J'ai eu la possibilité, récemment, d'écouter Kary Mullis, prix Nobel de chimie pour la découverte de la PCR, évoquer l'une des activités les plus formatrices de son enfance : les expériences de lancement de fusées, habitées par de petites grenouilles, que lui-même et ses amis en culotte courte organisaient.

Le troisième ingrédient constitutif de Lamap est la volonté de faire se rencontrer les disciplines, les démarches et les acteurs de la science. Lamap s'appuie sur des piliers qui sont la recherche documentaire, l'observation, le tâtonnement, l'expérimentation, la modélisation, voire la simulation. Tout cela a son rôle dans la science actuelle; et au sein d'un système qui continue à vivre avec des barrières, Lamap contribue à les atténuer. De même, les différentes disciplines scientifiques sont en contact plus étroit que jamais de nos jours; et l'action "Expérimentons les maths !" dont l'Institut Henri Poincaré est partenaire, se situe exactement dans cette optique. Certes, la mathématique travaille dans l'abstraction, et ne semble guère se prêter à l'observation expérimentale; mais l'abstraction se nourrit aussi de réalités concrètes, et peut fournir des conclusions concrètes. L'édition de décembre dernier de cette action a vu des bulles de savon, des sacs de noeuds, des plus courts chemins. La bibliographie de l'action, fournie aux participants, nous parle de calendriers, de symétries et d'art arabe, dans un mélange des genres qui va bien au-delà de la simple curiosité, mais participe à refléter le mélange de sciences dites humaines et de sciences dites dures, qui constitue notre culture et notre histoire.

Les mises en situation d'investigation constituent un ingrédient essentiel des actions de formation du réseau La main à la pâte. Mais ces actions comportent également des exposés scientifiques, où s'impliquent des scientifiques de métier. L'an dernier j'ai donné à des écoliers, invités par l'Académie des sciences, un exposé sur l'âge de la Terre -- question qui en soi n'a guère d'application pratique, mais qui éveille la curiosité des jeunes et moins jeunes, depuis des temps immémoriaux. La Terre : outre la curiosité, c'était l'occasion de passer en revue toutes sortes d'approches, avec une perspective historique. À partir d'Ussher qui cherchait l'âge de la Terre dans la Bible, on est passé à Buffon et ses "expériences raisonnées" sur le refroidissement des solides ferriques; puis à Fourier avec son modèle mathématique de ces mêmes phénomènes; enfin à la simulation informatique. Au passage, on a pu voir la découverte de nouvelles branches de la science -- équations de



diffusion, théorie de l'évolution, physique nucléaire --, des personnages hauts en couleurs et importants pour le progrès humain; et aussi des disputes épiques qui ont perduré pendant de longues décennies. À travers un seul récit on peut ainsi entremêler mathématique, physique, biologie évolutive -- l'histoire des concepts, l'histoire des scientifiques, l'histoire des problèmes.

Dans cette démarche de synthèse, l'alliance entre sciences et technologies est également profitable. Cela est vrai au niveau d'un système de recherche et développement comme à l'échelle des individus; pour revenir sur l'exemple de Turing, la naissance de l'informatique n'est pas venue d'un théoricien appliquant ses théories à un problème concret; cette naissance est venue de l'implication de scientifiques -- Turing bien sûr, mais aussi Von Neumann et Shannon -- à qui des années de travail sur des projets technologiques, civils et militaires, avaient apporté une intuition irremplaçable. Nos élèves aussi pourront profiter de la technologie pour mieux comprendre les sciences, utilisant la programmation, la confection de robots ou tout autre projet de ce style.

Un quatrième élément fondateur de Lamap est la liberté pédagogique qui l'accompagne. L'appropriation est un élément clé, aussi bien pour l'étudiant que pour l'enseignant. Pour cela il est vital que les enseignants puissent effectuer leur tâche sans ressentir la pression du bouclage de programme. Il est certain que dans mon cursus les enseignants qui m'ont le plus marqué sont ceux qui adaptaient les enseignements à leur propre personnalité et leurs propres passions; nombreux sont les élèves qui ont eu des expériences similaires.

Le cinquième et dernier élément que je mentionnerai est la volonté d'agir au niveau de la formation des maîtres. D'abord parce que c'est l'échelon le plus déterminant, peut-être, la relation élève-enseignant restant encore dominante dans le système, malgré les révolutions numériques en cours. Mais aussi parce que c'est l'élément le plus subtil et le levier le plus puissant. À travers les maîtres, on accède à tout le monde, et pour une durée de temps considérable. Que ce soit pour le succès des réformes ou pour les inflexions de notre système pédagogique, la formation des maîtres reste le paramètre le plus critique; c'est tout à l'honneur de Lamap que de le rappeler, et de continuer à montrer l'exemple, sur un projet qui va bien au delà d'une simple réforme -- un projet dont le but est d'agir en profondeur sur le rapport des étudiants aux sciences, et inverser la logique de l'enseignement-souffrance pour faire de la science une passion qui incite à faire des efforts, et à endurer le type de



bonne souffrance lié à l'investissement, au progrès, et (pour reprendre un mot cher à Yves Quéré dans la description de Lamap) à la joie.

Par dessus tout cela, il y avait dans le projet Lamap la touche d'humilité et de réalisme, affirmant bien qu'il ne s'agit pas de remplacer les enseignements existants par ailleurs, mais d'y ajouter un catalyseur essentiel.

Il est frappant de se dire qu'avec un dosage si bien pensé, et la bienveillance de tous les acteurs en présence, Lamap ne touche aujourd'hui encore, après 20 années d'exercice, qu'une moitié des établissements scolaires. Certains accuseront l'inertie du système, d'autres la difficulté de notre société à mettre en oeuvre de grands moyens pour accompagner de grands chantiers pédagogiques; d'autres encore exhorteront Lamap à redoubler d'efforts. Pour ma part, je me contenterai de conclure en notant la grande difficulté structurelle des actions pédagogiques, agissant sur un très long terme, par des relais humains parfois multiples. Dans une nation qui a connu quantité de révolutions pédagogiques hâtives ou mal conclues, et qui a l'habitude des débats tonitruants en la matière, il convient de saluer et d'encourager l'un des rares exemples qui se déroulent de manière aussi consensuelle que bien pensée.

Cédric Villani